

惑星探査育英会

at 名古屋大学

## 第五回惑星探査データ解析実習会実習報告書

～かぐや取得データを用いた重力場の解析～

東京工業大学 理学部 地球惑星科学科  
宇宙航空研究開発機構 加藤研究室 4年

今枝 隆之介

**Ryunosuke Imaeda**

平成 24 年 3 月 9 日

## 第五回惑星探査データ解析実習会実習報告書

## 目次

1.1	はじめに .....	5
1.2	実習内容 .....	5
1.3	実習参加の動機及び目的 .....	5
2.1	衛星軌道決定と重力場解析 .....	6
2.1.1	重力について .....	6
2.1.2	重力ポテンシャル .....	6
2.1.3	球面調和関数で表した地球の引力ポテンシャル .....	8
2.2	かぐやの衛星軌道決定方法 .....	12
2.2.1	リレー衛星／VRAD 衛星 (Rstar/Vstar:RVS) .....	12
2.2.2	衛星軌道の決定と重力場の決定 .....	12
2.3	GEODYNII を用いた衛星軌道解析 .....	14
3.1	はじめに .....	15
3.1.1	マッピングツール <b>Generic Mapping Tools (GMT)</b> .....	15
3.1.2	<b>GMT 実習 1</b> .....	17
3.1.3	<b>GMT 実習 2</b> .....	18
3.1.4	<b>GMT 実習 3</b> .....	19
3.2	精密重力測定 .....	21
3.2.1	重力補正 (地球の場合) .....	21
3.3	かぐや搭載 <b>LALT</b> .....	26
3.3	レーザ高度計 <b>LALT</b> .....	26
3.4	<b>SHTOOLS</b> を用いた実習 .....	27
3.4.1	<b>SHTOOLS</b> 実習課題 .....	27
3.4.2	<b>SHTOOLS</b> を用いた月地殻厚の推定実習 .....	27
3.4.3	最後に .....	30
	<b>REFERENCE</b> .....	31

## 第五回惑星探査データ解析実習会実習報告書



## 1.1 はじめに

本報告書は、2012年2月20日から22日の3日間、名古屋大学で実施された月惑星データ解析実習会に参加した際の学習内容を簡単にまとめたものである。実習終了後に自分なりに復習を行いそれなりに理解を深めたつもりではあるが、誤っている所も多々あると思われる。内容にしばしば不足が有ると思われるが、お許し頂きたい。なお、所々に実習準備資料として wiki にアップロードされている資料からの引用を行っている。それ以外の引用資料は報告書末に記した。

## 1.2 実習内容

実習内容は以下の通りである。

- ①実習初日：衛星軌道解析ソフト GEODYNII を用いた月周回機の軌道伝播・軌道決定実習
- ②2日目～：Generic Mapping Tools (GMT) と球面調和展開係数データ解析ツール SHTOOLS を用いた月地形/重力異常/断面図等の作成及び、地殻厚モデルの作成

## 1.3 実習参加の動機及び目的

私は月周回衛星かぐやの影響もあり中学時代から『月』探査機の機器開発と取得データの解析行うことが念願であり、それは今も変わらない。学部4年では東工大理学部から一名というJAXA内の研究室へ奇跡的に!?所属できたため、対象は月ではないものの（日本で開発中の月探査機が無いため）はやぶさ2の探査機器の開発に少しだけ触れるという貴重な体験をした。一方で学生である自分の立場からすれば、開発に関わった探査機が初めてデータを取得するまでに10年かかるのではないささか現実的ではないと感じた事もまた事実である。同時に機器開発だけに終始してしまうのであれば工学部へ行っても同じであると言うことになる。工学部で受験した翌年、浪人の末理学部に志望を変え入学した目的は、少なくとも在学中に惑星探査の最前線に触れ、サイエンスの世界で成果を挙げて名を残したいと考えたからである。初志貫徹すべく来年度はかぐやのデータ等を用いた最先端の月科学を研究したいと考えている。今回の実習が月に関するデータ解析の第一ステップになればという思いで実習に参加した。

## 2.1 衛星軌道決定と重力場解析

### 2.1.1 重力について

重力は惑星の自己質量による引力（万有引力）と地球自転に伴う遠心力の合力である。ゆえに重力は惑星の形状や内部構造を反映し、それらの情報を与えてくれる。ここでまず地球の場合を考え、地球の形として理想的な海水面を考えてみることにする。潮汐や波浪等の影響は平均化して取り除かれているとし、陸地でも平均海水面の仮想的な延長を考える。この平均海水面と一致する重力の等ポテンシャル面をジオイド（geoid）と呼ぶ。ジオイドを最も良く近似する回転楕円体を地球楕円体（earth ellipsoid）と呼ぶ。月の場合はジオイドではなくセレノイド（selenoid）及び月楕円体（Moon ellipsoid）となる。

ジオイドと地球楕円体の二つの面の距離をジオイドの高さ（geoidal height）という。また、測地基準システム 1980 による重力を正規重力と呼ぶ。正規重力  $\gamma$  は  $\lambda$  を地理学的緯度として

$$\gamma = \frac{a\gamma_e \cos^2 \lambda + b\gamma_p \sin^2 \lambda}{(a^2 \cos^2 \lambda + b^2 \sin^2 \lambda)^{1/2}} \quad \dots \dots \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 $\gamma_e$  及び  $\gamma_p$  は、それぞれ赤道及び極における正規重力で、

$$\begin{aligned} \gamma_e &= 9.78033 \text{ m/s}^2 \\ \gamma_p &= 9.83218 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

という値であり、 $a, b$  は各々地球楕円体の長半径及び短半径である。

### 2.1.2 重力ポテンシャル

地球を固定軸の周りを一定のスピードで回っている固体と仮定する。単位質量に働く遠心力は

$$f = \omega^2 p \quad \dots \dots \quad (2)$$

である。ここで、 $\omega$  は地球の自転角速度であり、

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \dots \dots \dots (3)$$

は自転軸からの距離である。この遠心力のベクトル  $f$  は

$$p = [x, y, 0] \quad \dots \dots \dots (4)$$

の方向を向いているので、

$$f = \omega^2 p = [\omega^2 x, \omega^2 y, 0] \quad \dots \dots \dots (5)$$

とかける。遠心力ポテンシャル

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad \dots \dots \dots (6)$$

からも導ける。すなわち

$$f = \text{grad}\Phi \equiv \left[ \frac{\partial\Phi}{\partial x}, \frac{\partial\Phi}{\partial y}, \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right] \quad \dots \dots \dots (7)$$

である。ここで、重力は万有引力と遠心力の合力であるのは前述の通りである。したがって重力のポテンシャル  $W$  は、引力のポテンシャル  $V$  と遠心力ポテンシャル  $\Phi$  を足し合わせたものあり、式 (8) のようになる。

$$W = W(x, y, z) = V + \Phi = G \int \int_v \int \frac{\rho}{l} dv + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad \dots \dots \dots (8)$$

今回の実習では重力ポテンシャル  $W$  の球面調和展開として次式(9)が与えられていた。

$$W = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{R}{r} \right)^n [C_{nm} \cos m\lambda + C_{nm} \sin m\lambda] P_{nm}(\cos\theta) \right\} \dots (9)$$

ただし、 $G$ は万有引力定数、 $M$ は天体の質量、 $R$ は天体の平均赤道半径、 $(r, \lambda, \theta)$ は天体の重心を原点とした旧座標 ( $\theta$ =余緯度)、 $C_{nm}$ 及び $S_{nm}$ はストークス係数(重力場係数) $P_{nm}$ はルジャンドル陪関数である。 $n=1$ の項は座標原点からの重心のズレを示しているが座標原点を重心に選ぶ事により全て0になる。(実習資料より)この重力場モデルの例として今回の実習では、RISE チームの公開している重力場係数 SGM100i (SELENE Gravity Model with the maximum degree and a version number;Goossens et al., 2011) を用いて解析を行った (3節を参照)。

### 2.1.3 球面調和関数で表した地球の引力ポテンシャル

前項の式(8)で得た地球の重力ポテンシャルの式をみると、右辺の遠心力ポテンシャルは簡単な解析関数であるが、引力ポテンシャルの方は難しい関数であることがわかる。引力ポテンシャルは引力質量の無い所では調和関数であり、調和関数は球面調和関数の級数に展開できるということに留意すれば、引力ポテンシャル  $V$  をもっと扱い易くすることができる。

ここでは級数展開された引力ポテンシャルに係数について見てみる。引力ポテンシャル  $V$  は基本的に次のように与えられる。

$$V = G \int \int_{earth} \int \frac{dM}{l} \dots \dots \dots (10)$$

ここでは微少質量を  $dM$  で表しており、積分は地球全体に渡って行われる。この積分式に式

$$\frac{1}{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r'^n}{r^{n+1}} P_n(\cos\phi) \dots \dots \dots (11)$$

を代入する。ここで $P_n$ は慣用のルジャンドル多項式、 $r$ はポテンシャル  $V$  を求める。点  $P$  の動径ベクトル、 $r'$ は微少質量  $dM$  の動径ベクトル、 $\phi$ は  $r$  と  $r'$  のなす角度である。半径  $R$  は地球についての積分に関しては定数であるから、積分の外に

出せる。それゆえ

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} G \int \int_{earth} \int r'^n P_n(\cos\varphi) dM \quad \dots \dots \dots (12)$$

である。一方この引力ポテンシャル V を体球調和関数に展開すれば、

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Y_n(\theta, \lambda)}{r^{n+1}} \quad \dots \dots \dots (13)$$

である。ここでラプラスの球面調和関数  $Y_n(\theta, \lambda)$  は

$$Y_n(\theta, \lambda) = G \int \int_{earth} \int r'^n P_n(\cos\varphi) dM \quad \dots \dots \dots (14)$$

で与えられる。  $Y_n$  は関係式

$$\cos\varphi = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\lambda' - \lambda) \quad \dots \dots \dots (15)$$

を通して、  $\theta, \lambda$  の関数になっている。球座標  $\theta, \lambda$  は

$$\frac{1}{l} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{2n+1} \left[ \frac{\bar{R}_{nm}(\theta, \lambda)}{r^{n+1}} r'^n R_{nm}(\theta', \lambda') + \frac{\bar{S}_{nm}(\theta, \lambda)}{r^{n+1}} r'^n R_{nm}(\theta', \lambda') \right] \quad \dots (16)$$

を使えば、ポテンシャル V をより分かりやすい形にできる。この関係式から

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left[ \bar{A}_{nm} \frac{\bar{R}_{nm}(\theta, \lambda)}{r^{n+1}} + \bar{B}_{nm} \frac{\bar{S}_{nm}(\theta, \lambda)}{r^{n+1}} \right] \quad \dots \dots \dots (17)$$

となる。ここで定数の係数  $\bar{A}_{nm}, \bar{B}_{nm}$  は

$$(2n + 1)\bar{A}_{nm} = G \int \int_{earth} \int r'^n \bar{R}_{nm}(\theta', \lambda') dM \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$(2n + 1)\bar{B}_{nm} = G \int \int_{earth} \int r'^n \bar{S}_{nm}(\theta', \lambda') dM \quad \dots \dots \dots (19)$$

で与えられる。これらの式は対称的で覚え易い形をしている。

例えば、体球調和関数

$$\frac{\bar{R}_{nm}(\theta, \lambda)}{r^{n+1}} \quad \dots \dots \dots (20)$$

の係数を(2n+1) 倍したものは、体球調和関数

$$r'^n \bar{R}_{nm}(\theta', \lambda') \quad \dots \dots \dots (21)$$

を積分したものである。 $\bar{S}_{nm}$ についても同様である。ポテンシャル V は総和形で係数は積分形である。

微少質量は

$$dM = \rho dx' dy' dz' = \rho r'^2 \sin\theta' dr' d\theta' d\lambda' \quad \dots \dots \dots (22)$$

であるから係数を求めるために実際に積分を行うには質量密度  $\rho$  が  $r'$ ,  $\theta'$ ,  $\lambda'$  の関数で表されていないなければならないが、現在そのような密度関数はない。しかし係数は地上における重力値から境界値問題として決定出来るから、密度関数がない事により球調和関数の理論的、実用的な重要性が損なわれるという事はない。

引力ポテンシャル V は球調和関数を使って、

$$V = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left[ \bar{A}_{nm} \frac{\bar{R}_{nm}(\theta, \lambda)}{r^{n+1}} + \bar{B}_{nm} \frac{\bar{S}_{nm}(\theta, \lambda)}{r^{n+1}} \right] \quad \dots \dots \dots (23)$$

と書くこともできる。

ここで、

$$A_{n0} = G \int \int_{earth} \int r'^n \bar{P}_n(\cos\theta') dM \quad \dots \dots \dots (24)$$

$$A_{nm} = 2 \frac{(n-m)!}{(n+m)!} G \int \int_{earth} \int r'^n \bar{R}_{nm}(\theta', \lambda') dM \quad \dots \dots \dots (25)$$

$$B_{nm} = 2 \frac{(n-m)!}{(n+m)!} G \int \int_{earth} \int r'^n \bar{S}_{nm}(\theta', \lambda') dM \quad \dots \dots \dots (26)$$

である。ここで衛星の運動を扱う場合、ポテンシャル  $V$  は以上の議論をもとにしばしば次のようにも書かれる。

$$V = \frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n [C_{nm}R_{nm}(\theta, \lambda) + S_{nm}S_{nm}(\theta, \lambda)] \right\} \quad \dots \dots \dots (27)$$

(係数の $S_{nm}$ と関数の $S_{nm}(\theta, \lambda)$ は別物であることに注意)

ここで  $a$  は、地球であり、

$$A_{nm} = GMa^n C_{nm}$$

$$B_{nm} = GMa^n S_{nm}$$

ただし、( $n \neq 0$ )である。これと遠心力ポテンシャルによる同様の議論から式 (9) が得られる。このように球面調和関数の合成として惑星の重力場を表現する事が可能であるという事を学んだ。時間が許せば今後球面調和展開係数の違いによる 3 次元的な表現をいろいろ試して体感してみようと思っている。そうすれば重ね合わせで球上の凹凸が表現出来る事が実感出来るだろう。

## 2.2 かぐやの衛星軌道決定方法

### 2.2.1 リレー衛星／VRAD衛星（Rstar/Vstar:RVS）

月周回衛星かぐやには、母衛星かぐや本体に加えて子衛星 2 機が搭載されていた。この子衛星はそれぞれリレー衛星（Rstar）及び VRAD 衛星（Vstar）である。Rstar はリレー衛星搭載中継器、相対 VLBI 用電波源（VRAD-1）を搭載している。Vstar は相対 VLBI 用電波源（VRAD-2）を搭載している。これらの子衛星は月重力場の観測を目的としており、能動的姿勢制御及び軌道制御を行わないスピン衛星である。これらの子衛星の位置は Fig.2-2-1 中に示される通りである。

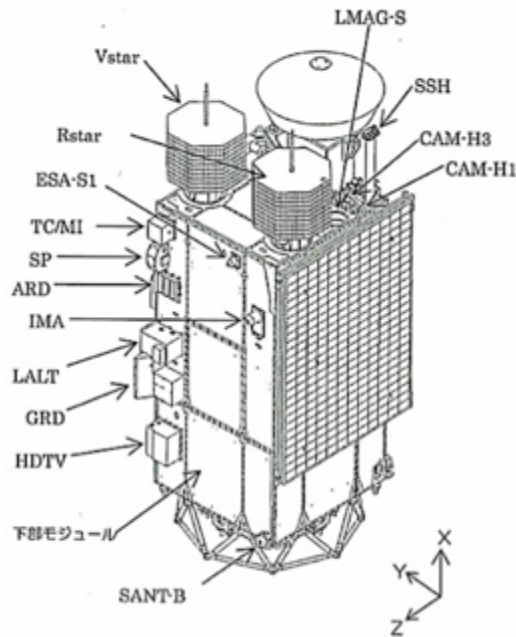


Fig.2-2-1 外部機器取り付け位置

### 2.2.2 衛星軌道の決定と重力場の決定

衛星軌道までの距離は電波またはレーザーで測定される。電波は太陽系を飛行する探査機の距離を測定するのに使われる。月レーザー測距や衛星レーザー測距は精度が高く cm 以下である。衛星観測の原理を Fig.2-2-2 に示す。



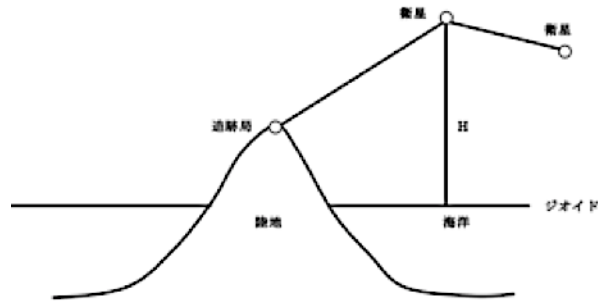


Fig.2-2-2 衛星観測の原理

かぐやの軌道はドップラー効果を用いて決定される。同時に子衛星 Rstar とかぐや本体に搭載される中継システム RSAT を用いて、4-way Doppler 計測を行った (Fig.2-2-3)。このシステムによりはかぐやが地球から見て月面の裏に到達した際に電波が遮断されることによる通信の問題を回避できる。最も重要な事は、Rstar 自身の軌道は 2-way Doppler で計測されるため Rstar に対する主衛星の相対軌道が求められる事であり、このリレー衛星により世界で初めて月の裏側の重力場を直接観測することに成功した事である。SELENE 本体が月の裏側にいる時に JAXA 臼田局の 64m アンテナから発射される電波は Fig.2-2-3 の 1, 2, 3, 4 の経路の順に伝搬し最終的に臼田局に戻ってくる。帰還した電波の受信周波数に蓄積されたドップラー効果を測定することができ、これが 4way Doppler 法とよばれる手法である。実習では簡単に紹介されていた。

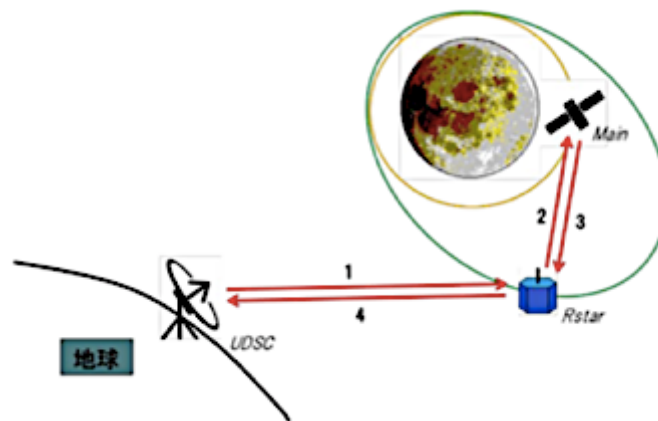


Fig.2-2-3 4-way Doppler のイメージ(Iwata, 2006)  
電波は 1→2→3→4 の経路で中継される

かぐやの軌道に影響を与える要素には様々なもの（他惑星による摂動や太陽風による輻射圧など）が考えられる。これらの影響を正確に予測、反映してかぐやの軌道を算出する必要がある。逆に言えば、これが実現できれば、実際に測定されるかぐやの軌道との差から月の重力場モデルを構築することができるというわけである。そのための衛星軌道解析ツールとして次節では GEODYNII について（少し）説明する。

## 2.3 GEODYNII を用いた衛星軌道解析

GEODYNII は NASA の **Goddard Space Flight Center** が開発した衛星軌道予測、衛星軌道決定、測地パラメータ等の推定に多くの実績を残している軌道解析ソフトであり、ライセンスソフトである。宇宙航空研究開発機構や海洋研究開発機構を始め世界中の公的機関がこのソフトを利用しており大変信頼性の高いものであるといえる。利用に際してはリモートログインからコマンド操作を行う必要があり、どういった演算を行っているかは概念以外ある意味ブラックボックスであるため、実習における軌道解析は非常に機械的な作業であった。実習では様々な条件を衛星に与え、衛星が落下する時刻の比較等を行った。操作を行ってみて長寿命の軌道を与える条件の選定が難しい事を知った。また、こういった軌道解析ツールと実測の軌道値から重力場モデルができることを学んだことから、こういったツールの信頼性はどのように評価されているのかという疑問が浮かんだ。（GEODYN に致命的なミスが見つければこれまでこれに依存してきた研究はどうなるのだろうか等疑えばキリがない。正直このようなソフトは便利だが、使う事に関しては個人的には苦手である。）

## 3.1 はじめに

本節では実習の中盤以降に行われた演習について述べる。内容はレーザ高度計 **Laser Altimeter (LALT)** によって取得された月面の地形データをマッピングツール **Generic Mapping Tools (GMT)** で作図し、球面調和展開係数の解析ツール **SHTOOLS** を用いて仮定した月表層の密度構造に対するモホ面形状から地殻厚を推定するというものである。

### 3.1.1 マッピングツール **Generic Mapping Tools (GMT)**

実習の最初の優先課題が GMT によるマッピング手法の習得である。たとえ重力場の解析が出来たところで、これらを分かり易く図示できなければ意味がない。ツールの習得に時間をかける事は本質ではないが、実習中の殆どの時間を費やしたのがこの GMT であった。

GMT は **Generic Mapping Tools** の略であり、様々なマッピングに対応した幅広い機能を持つツールである。我々はまず GMT を用いて簡単な月地形図を書く事から始めた。Fig.3-1-1 から Fig.3-1-3 は同じ地形データに対して異なる図法を用いてマッピングを行ったものである。なおグリッドデータは国立天文台の RISE 月探査プロジェクトチームがホームページ (<http://www.miz.nao.ac.jp/rise-pub/>) に公開しているデータを用いた。

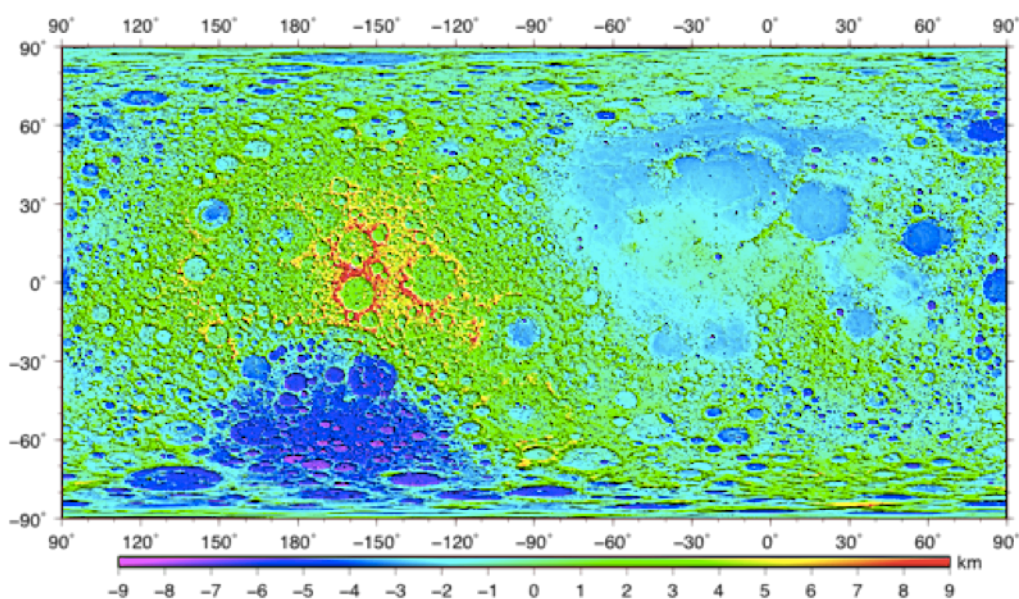


Fig.3-1-1 RISE に公開されているかぐやが取得した月地形グリッドデータを正距円筒図法によりマッピング。

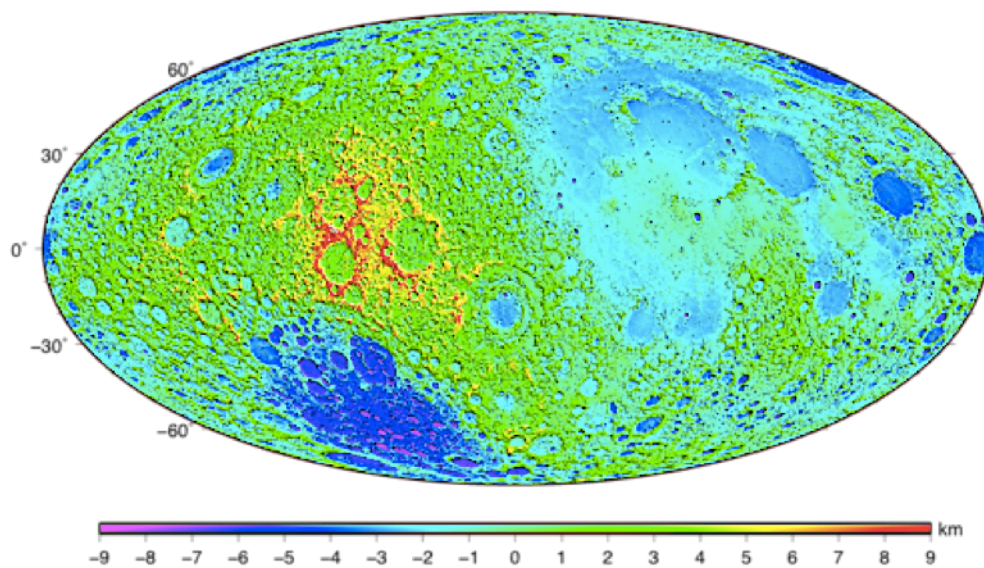


Fig.3-1-2 月地形のモルワイデ図法によるマッピング.

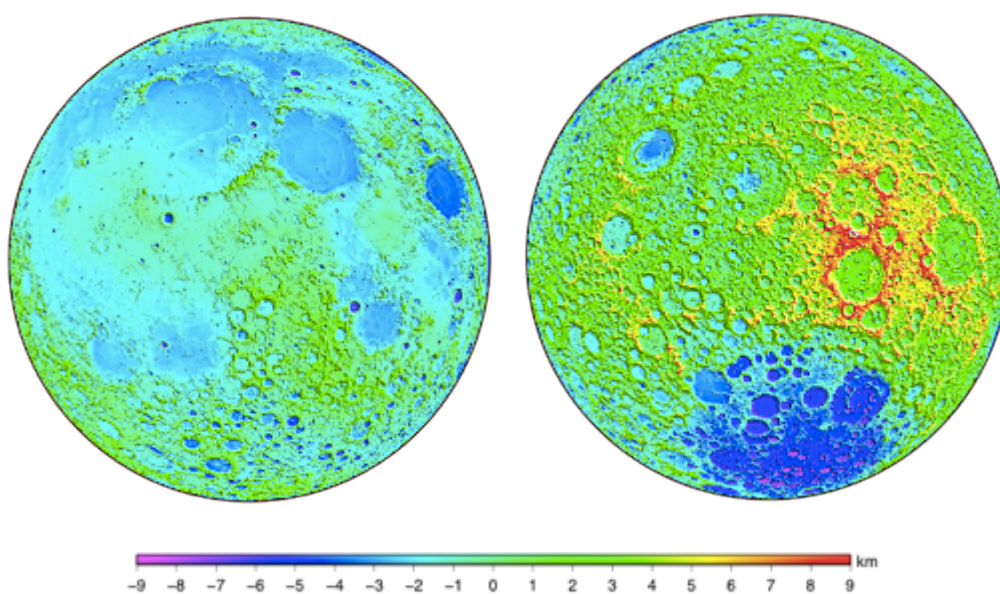


Fig.3-1-3 月地形の正射図法によるマッピング. (左が near side, 右が far side)



### 3.1.2 GMT 実習 1

課題は『月形状 1/16 度グリッドデータとモホ面グリッドデータを用い、経度 30 度毎の断面図、緯度 30 度毎の断面図を作成せよ。』である。紙面の都合上、今回報告書に掲載するのは経度  $0^{\circ} \sim 180^{\circ}$  に限定するものとする。

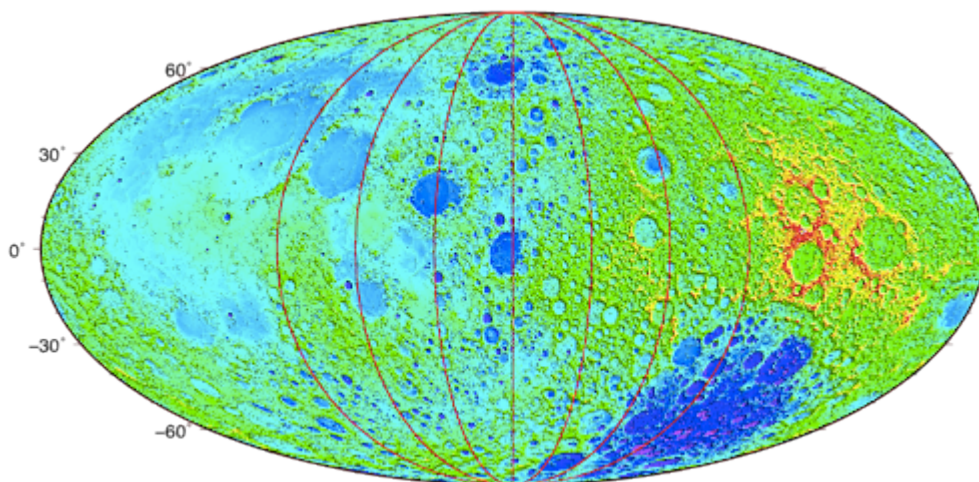


Fig.3-1-4 経度  $30^{\circ}$  毎の描画ライン (左から  $0^{\circ}, 30^{\circ}, 60^{\circ} \dots$ )

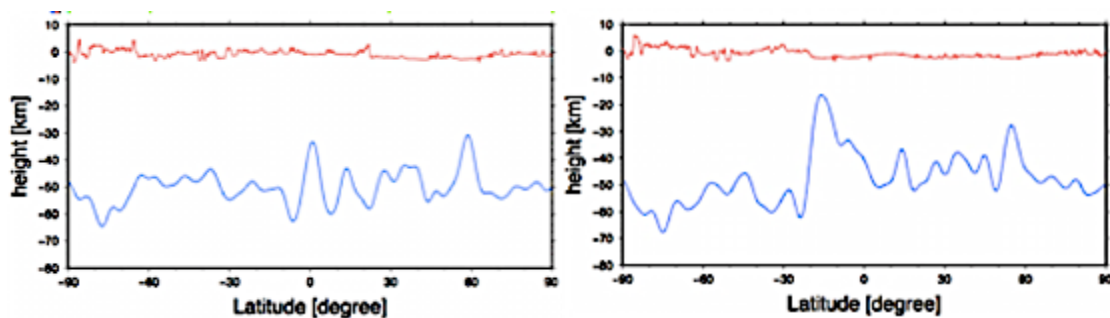


Fig.3-1-5 経度  $0^{\circ}$  (左) 及び  $30^{\circ}$  (右) の地形 (赤) とモホ面 (青)

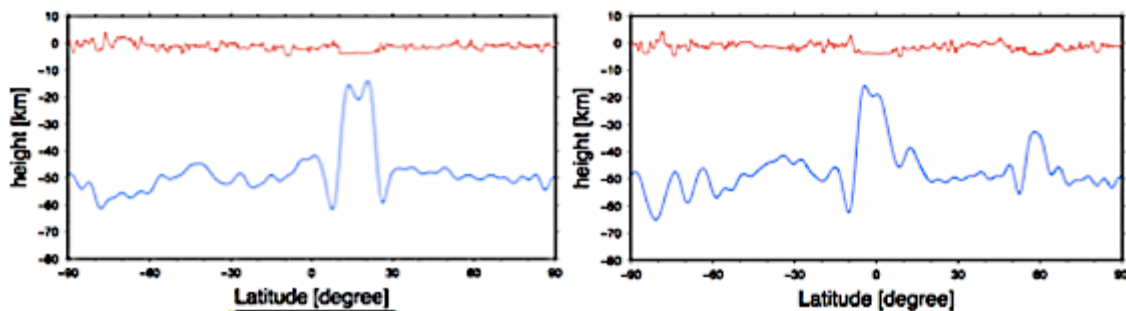


Fig.3-1-6 経度  $60^{\circ}$  (左) 及び  $90^{\circ}$  (右) の地形 (赤) とモホ面 (青)

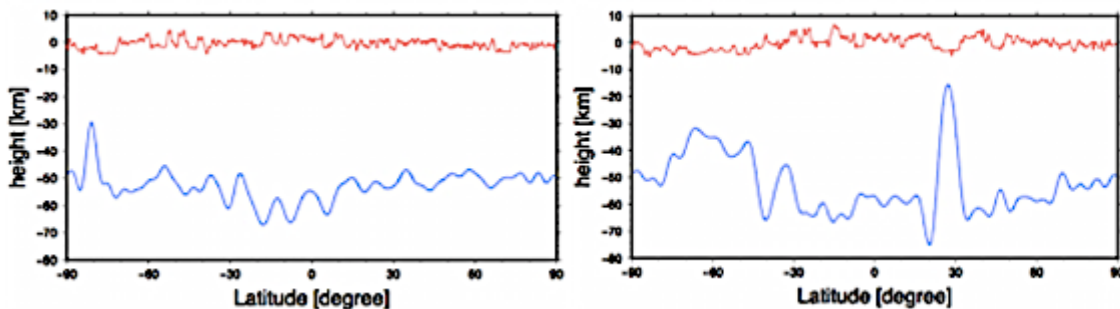


Fig.3-1-7 経度 120° (左) 及び 150° (右) の地形 (赤) とモホ面 (青)

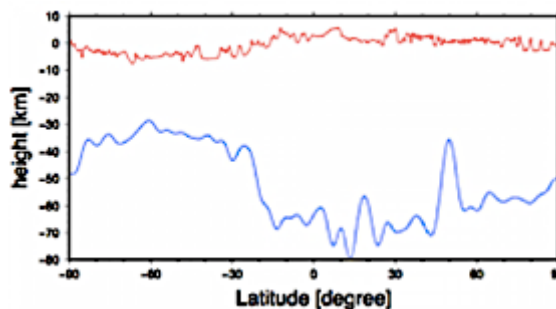


Fig.3-1-8 経度 180°の地形 (赤) とモホ面 (青)

### 3.1.3 GMT 実習 2

二つ目の課題は『月形状 1/16 度グリッドデータ・モホ面グリッドデータを用い、月面上の任意の点を通る大円にそった断面図(距離 2500km)を 5 例作成せよ. なお, データのリサンプリング間隔は 2km とし, 地形図上に断面の測線を表記すること.』である. 今回, 私が個人的に最近気になっている South Pole-Aitken (SPA) 盆地に注目し, 数例の断面図を作成してみた.

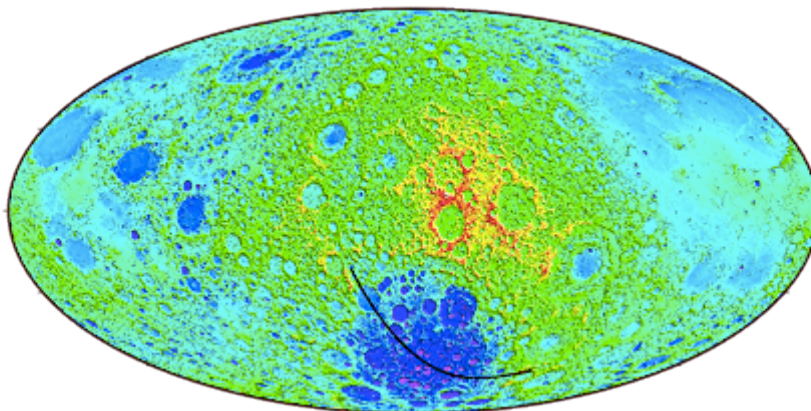


Fig.3-1-9 モルワイデ図法による SPA

この場合は Fig.3-1-10 のように正射図法の方が分かり易いかもしれない.

第五回惑星探査データ解析実習会実習報告書

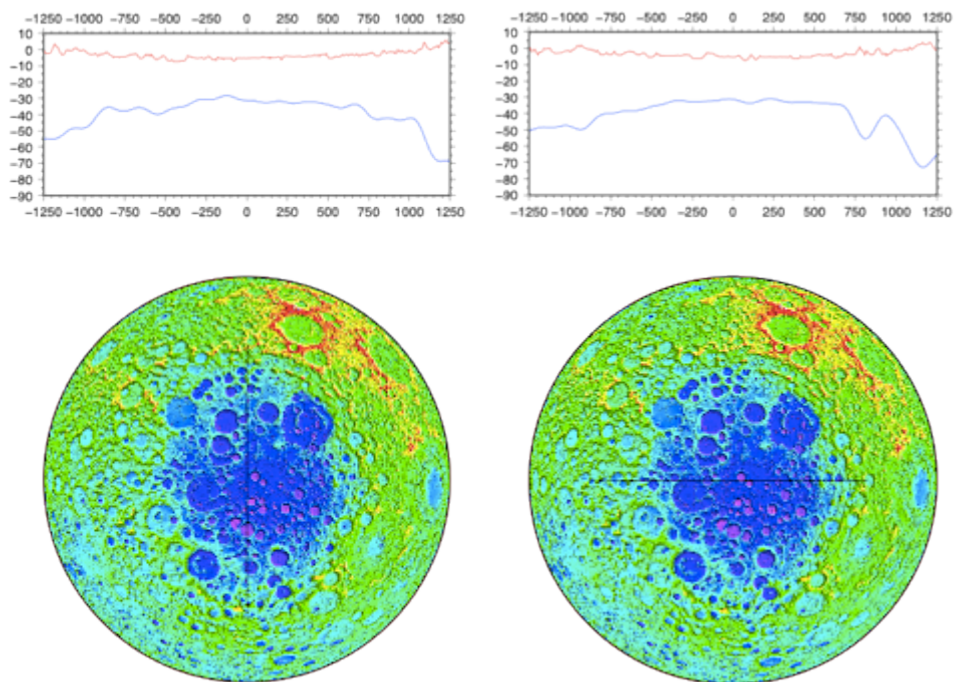


Fig.3-1-10 左図は経度 173.48°を中心とした断面図,  
右図は南緯 55°を中心とした断面図.

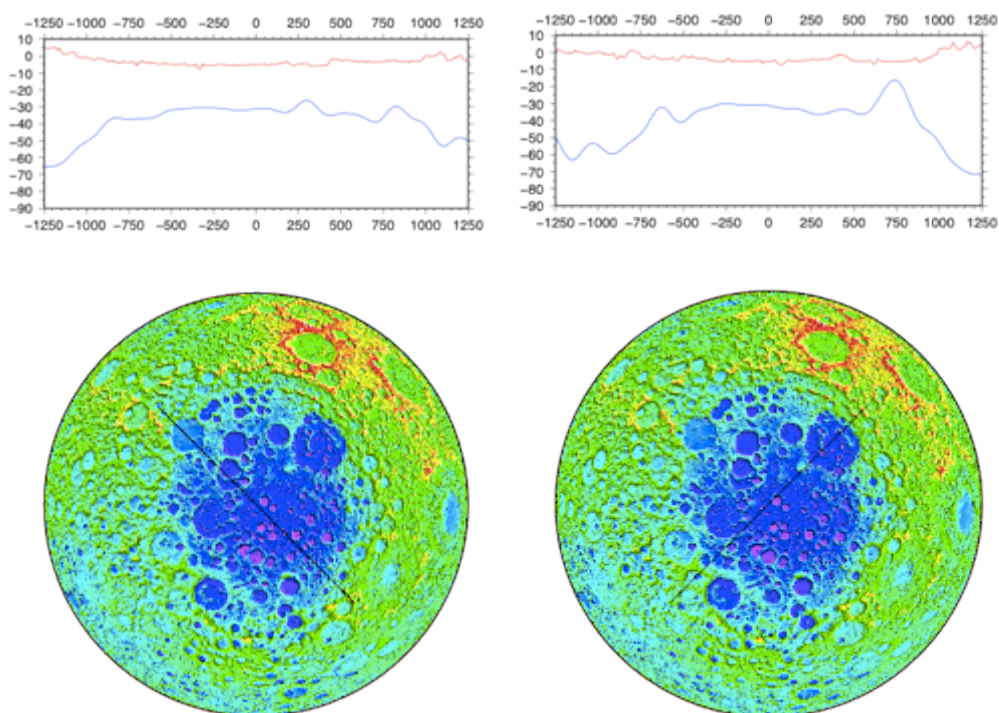


Fig.3-1-10 左図は SPA の北西から南東にかけての断面図. 衝突の方向とされる.  
一方右図は北東から南西方向の断面図である.

Fig.3-1-10 の右図でアポクレーター部分 (750km 付近) のモホ面が盛り上がる



っている。これは現段階で議論する知識はないが、クレーター下部に何らかの異常を起こす構造がある事は間違いないといえる。是非 SPA 専門家の上本さん(宇宙研,D1) と議論してみたい箇所である。

### 3.1.4 GMT 実習 3

課題の 3 つ目は『月形状 1/16 度グリッドデータから、各グリッドにおける最大傾斜・最大傾斜方向を計算し図示せよ。』である。最大傾斜は Fig.3-1-11, 最大傾斜方向は Fig.3-1-12 で示した。

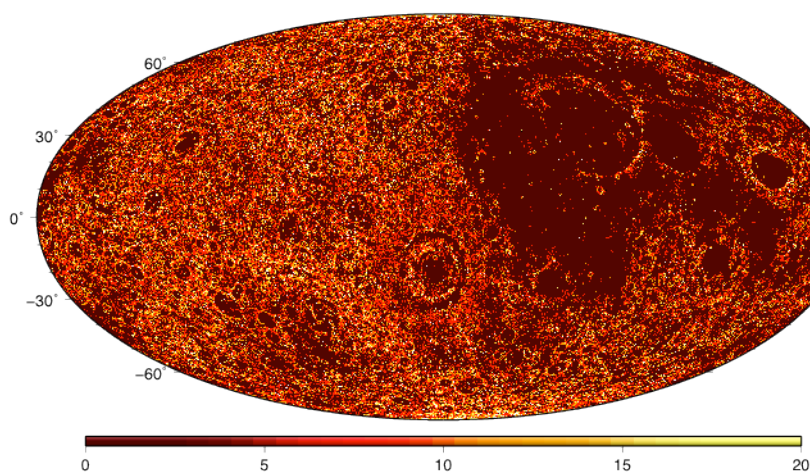


Fig.3-1-11 傾斜角の違いをカラーで示したもの。  
明らかに海部分では地形の傾斜が少ないことが見て取れる。

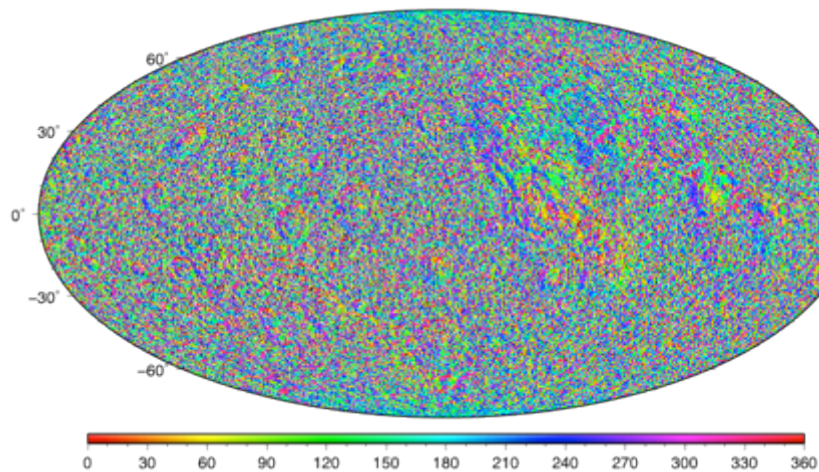


Fig.3-1-12 傾斜角度の分布を示した図。  
正直このグラフから何が言えるかどうかはまだ分からない。今後の課題とする。



## 3.2 精密重力測定

精密重力測定を実施する事で地下の密度構造を推定する事ができる。その作業を通じて惑星内部構造を反映する重力異常について考察する。

### 3.2.1 重力補正（地球の場合）

重力の実測値に対しては各種の補正を施す必要がある。ここでは衛星に限らず一般的に地球上で行われる重力値測定に関して述べて月へ応用する。

#### (a) 器械高補正

測定点は地表のものを求めたいが、得られる重力値は重力計の上面における測定値なので、これを地表のものに変換する。なお、地球上では高さが 1cm 高くなると重力値は 0.003mgal 減少する事を用いて補正する。

#### (b) 潮汐補正

測定された重力は地球の及ぼす重力に月と太陽が及ぼす引力（潮汐力）である。月や太陽は運動するので同じ場所で測定しているとそれらが及ぼす引力がじかんとともに変化する。潮汐力は天体力がくによって精密に計算できる。我々は地球の及ぼす重力が知りたいので測定値から潮汐力を取り除かなければならない。

地球の及ぼす重力=器械高補正した測定値-潮汐力  
=器械高補正した測定値+潮汐補正  
である。

#### (c) ドリフト補正

地上における重力測定の器具の特性の影響を差し引くもの。例えばスプリングを利用した重力測定器の場合はスプリングの時間変化の影響をドリフト量として取り除く必要がある。

これらの一連の手順をフローチャートにすると以下のようなになる。

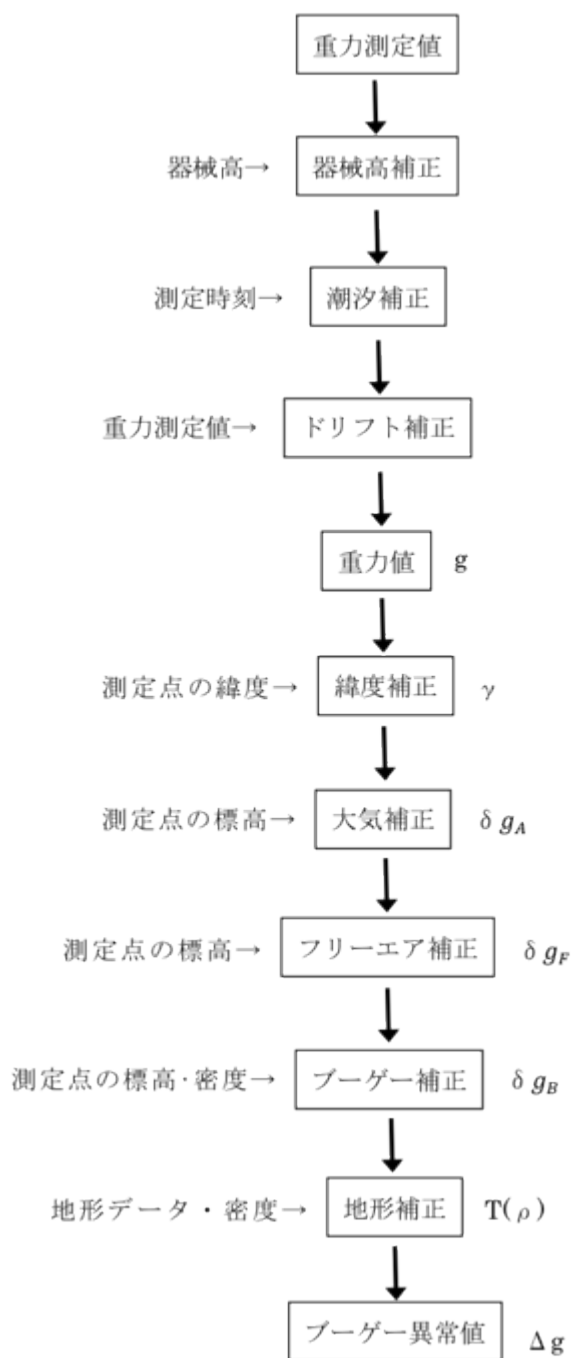


Fig.3-2-1 地球上で重力測定をした場合の補正チャート

このように重力の測定値は測定点の高さや付近の地形の影響を含んでいる。従って他の場所との比較をするために先程のフローチャートに従って補正を施し、ジオイド上の値を求めることになる。

◎ 緯度補正

緯度補正は、正規重力からの残差を取ることによって行う。地理的緯度を  $\lambda$  として、正規重力は

$$\gamma = 978032.67715(1 + 0.0052790414\sin^2\lambda + 0.0000232718\sin^4\lambda + 0.0000001262\sin^6\lambda + 0.0000000000\sin^8\lambda) \text{ mgal}$$

◎ 大気補正

正規重力は大気圏外の人工衛星の軌道から決定したものなので、大気の質量による引力が含まれている。しかし、地上で測定する場合、測定点の外側の大気の引力は全体として零になるのでその分を加えなければならない。大気補正の補正值  $\delta g_A$  は

$$\delta g_A = 0.87 - 0.00965 \times 10^{-3} \times h \text{ mgal}$$

を用いて計算する。ここで  $h(\text{m})$  は標高値である。

◎ フリーエア補正

測定点の標高の違いによる重力値の差を補正する。補正值  $\delta g_F$  は地表付近の重力の鉛直勾配（フリーエア勾配）を用いて

$$\delta g_F = \frac{\partial \gamma}{\partial r} h = 0.3086 \times h \text{ mgal}$$

を用いて計算する。ここで、 $h(\text{m})$  は標高値である。

◎ ブーゲー補正

測定点とジオイドの間にある質量の影響を取り除く。測定点とジオイドの間を、高さ  $h$ 、一様な密度  $\rho$  の無限に広い平板が有るとして計算する。この平板の引力は  $2\pi G\rho h$  ( $G=6.67259 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  は万有引力定数) で与えられ、これをブーゲー補正 (Bouguer correction) という。高さ  $h\text{m}$ 、密度  $\rho\text{g/cm}^3$  に対して、ブーゲー補正は

$$\delta g_B = -0.04192 \times \rho \times h \text{ mgal}$$

で与えられる。普通の岩石を代表して  $\rho=2.67\text{g/cm}^3$  とすると、この補正は

-0.119h mgal となる.

◎ 地形補正

平坦でない地形の地表で重力を測定した場合、この地点よりも高い地形の部分は上向きの引力を及ぼし、低い地形の部分は下向きに負の引力、つまりやはり上向きの引力を及ぼす。このように、ジオイドに平行な仮想地形における値にする操作を地形補正 (terrain correction) という。実際には測定点を中心として半径 100km くらいの範囲の地形を構成している質量が測定点に及ぼす引力の鉛直成分を、実際に地形について積分して求める。このためには密度を仮定しなければならない。ここでは、仮定した密度  $\rho$  に対する地形補正値を  $T(\rho)$  とする。

◎ ブーゲー異常

重力の測定値に前述の補正を加えれば、その測定点における特殊条件は取り除かれるはずである。補正後の値と正規重力の差はブーゲー異常 (Bouguer anomaly) と呼ばれ、

$$\Delta g_B = g - \gamma + \delta g_A + \delta g_F + \delta g_B + \Gamma(\rho)$$

と表される。なお、 $T(\rho)$  を加えないものを単純ブーゲー異常という、そして  $T(\rho)$  を加えたものを完全ブーゲー異常と区別する事がある。

ブーゲー異常が表しているものは、仮定した密度からずれた密度による重力で、地下の密度の不均質性を表している。ブーゲー異常が正である場合には、その地点の地下に平均よりも密度の高い岩石があることになり、負の場合には、密度の低い岩石があることになる。

◎ ブーゲー補正式の導出

ジオイド面の上の高さ  $H$  の点にある観測点  $P$  には、ジオイド面と点  $P$  までに間に存在する質量による余分の重力が作用する。物質が無限平板上になっていると仮定して余分の重力の大きさを求める。まず、図 2.8 のように半径  $r$  の円筒状の質量の小部分によって  $P$  に作用する重力を考える。点  $P$  から小部分を見込む角度を  $d\theta$  とすると、小部分の体積  $dV$  は

$$dV = rd\theta dr dh$$

で近似できる。物質の密度  $\rho$  とすると小部分の質量は  $\rho dV = \rho r d\theta dr dh$  となる。小

部分から点 P までの距離 R は  $R = \sqrt{r^2 + h^2}$  であり、この小部分の質量によって点 P に作用する重力加速度鉛直下向き成分  $d(\delta g)$  は

$$d(\delta g) = G \frac{\rho dV}{R^2} \frac{h}{R} = \frac{G \rho h r d\theta dr dh}{(r^2 + h^2)^{3/2}}$$

と表せる。この式を  $\theta=0$  から  $\theta=2\pi$ ,  $r=0$  から  $r=\infty$ ,  $h=0$  から  $h=H$  までそれぞれ積分すればジオイド面から点 P までの間にある無限平板状の物質によって点 P に作用する余分の重力を求める事ができる。この積分を実行して余分の重力加速度が

$$dg = 2\pi\rho G$$

となる。

地球の第一近似では球、第二近似では回転楕円体とみなせる。地球は完全な楕円体ではないが、楕円体の重力場は実用的に重要である。楕円体の重力場は数学的に取り扱いが容易で、実際に重力場とこの楕円体の正規重力場とのズレは非常に小さいため線形処理出来る。与えた楕円体が正規重力場の等ポテンシャル面であると仮定し、全質量  $M$  を与えれば、この正規重力場が完全に一意的に決定されるということである。

月の場合、重力を測定する装置は探査機であるため、地球上での場合とは補正方法が若干異なるが、器械高補正等がそのスケールの小ささによりフリーエア補正中に含まれる等、基本的に補正方法は同じと考えて良い。(ここは正確でない?)

### 3.3 かぐや搭載 LALT

月の地形図はこれまでもルナプロスペクターやクレメンタインによって描画が試みられてきた。かぐやミッションでは、SELENE 周回衛星に搭載したレーザ高度計 (Laser Altimeter : LALT) を用い、高度の精度を約 4m(1 $\sigma$ )、位置の精度を約 80m(1 $\sigma$ )とした高分解能月地形モデルを作成した。本説ではこの LALT 及び LALT により取得されたデータに対して説明を行う。

#### 3.3 レーザ高度計 LALT

LALT の概観と衛星上の取付け位置を以下に示す。

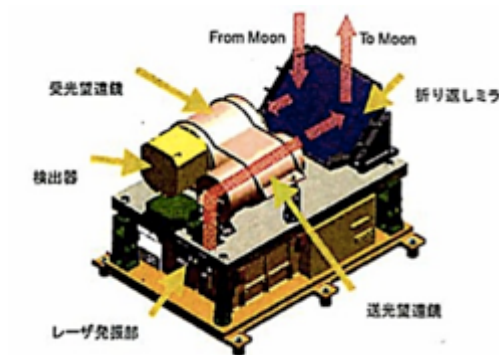


Fig.3-3-1 外部機器取り付け位置

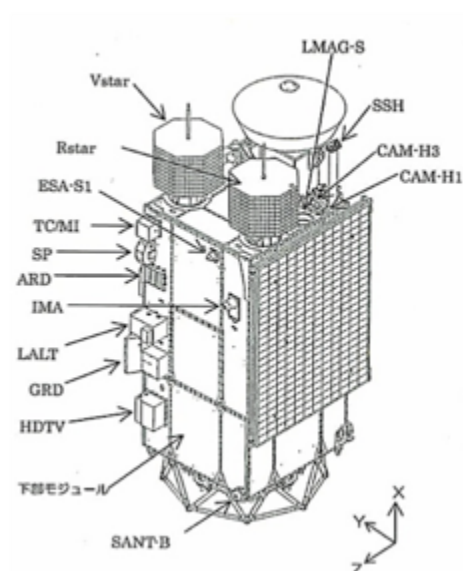


Fig.3-3-2 外部機器取り付け位置

図からも明らかなように、LALT の原理はレーザを毛図面に向けて照射し月面から反射してくるレーザ光を受信することにより、レーザ光が発射してから戻るまでの時間から目標までの距離を計測するというものである。装置は入出力光軸を月面に対して鉛直にするミラー部と送信及び受信するレーザ光を適切に導く望遠鏡部、スタートパルス検出部、レーザ発信部等により構成されている。

### 3.4 SHTOOLS を用いた実習

SHTOOLS は球面調和関数の展開係数に関するデータを解析するソフトである。中身の構造を全部明かすつもりでフォートランのプログラムを開いてみたが半永久にサブルーチンが登場するため、途中で解明をストップしてしまっている。

#### 3.4.1 SHTOOLS 実習課題

実習当日は動いていたプログラムが何らかの手違いにより執筆現在動かないため、この課題は解け次第、再提出とさせて頂きたい。

#### 3.4.2 SHTOOLS を用いた月地殻厚の推定実習

この課題は、月の地形データ及び重力場データ（ブーゲー（板）補正及び地形補正がなされたデータ）から先程の 3.2.1 項の議論に基づきブーゲー重力異常を求め、与えた仮定に対する月のモホ面深さ（＝地殻厚と同義）を求めるというものである。与えた初期値に対して複数回イタレーションを行い、モホ面形状が収束すれば良い。ただし、課題では海玄武岩の寄与を無視する。

今回与えたパラメータは以下の通りである。これらのパラメータは出来るだけ実際の月に近いものを選定した。なお、地形データはこれまでの議論と同様 RISE のホームページ等を参考にし、同一データを利用している。また、地殻厚はモホ面深さを求めてその代わりとする。

地殻密度：2800 [kg/m<sup>3</sup>]

マントル密度：3500 [kg/m<sup>3</sup>]

最小地殻厚さ：15km

フィルタータイプ：1（最小振幅-有限振幅を持つ密度境界による重力効果に

対して制限を付けている？)

ブーゲー係数から一次の地形係数を取り除く or 取り除かない

球面調和展開係数の最大次数：70 次

半減となる次数：適宜変更 (40, 20, 5)

長軸半径：1738km

扁平度：0 (つまり球)

低次数のものから順に, Fig.3-4-1, Fig.3-4-2, Fig.3-4-3, Fig.3-4-4, Fig.3-4-5, でありそれぞれ次数は 5, 10, 20, 40, 45 である. 次数が高いほど, 高次の項まで計算に用いるため必然的にイタレーションの回数が増える傾向にあった. 試した所では次数 50 に達するとイタレーション回数が 1 万回を超えてしまい発散するようになった.

また, ここで, 同じ次数に対して, 球面調和展開した重力場の一次の係数 (地形係数?) を取り除かない場合と取り除いた場合の両方で比較した. これらは分かり易くするために同一の表番号に左右に並べてある.

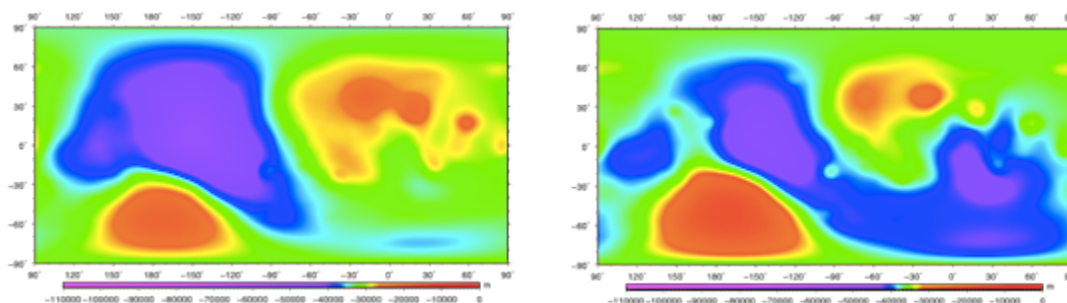


Fig.3-4-1 モホ面深さ (フィルター係数 5) 左図が球面調和関数の一次の係数を含んだ場合, 右図が係数を除去した場合

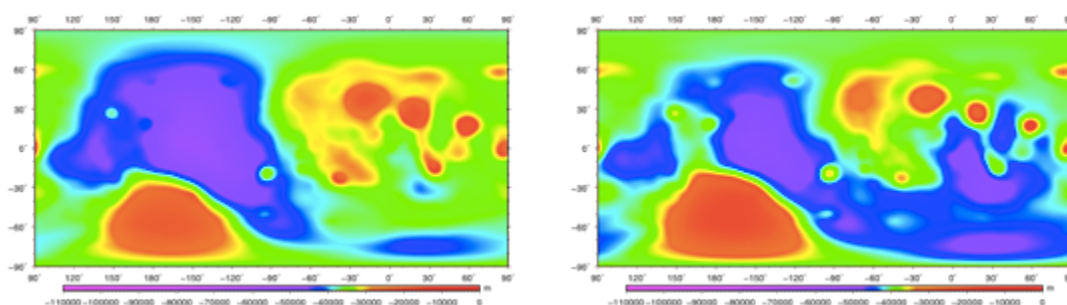


Fig.3-4-2 モホ面深さ (フィルター係数 10) 左図が球面調和関数の一次の係数を含んだ場合, 右図が係数を除去した場合



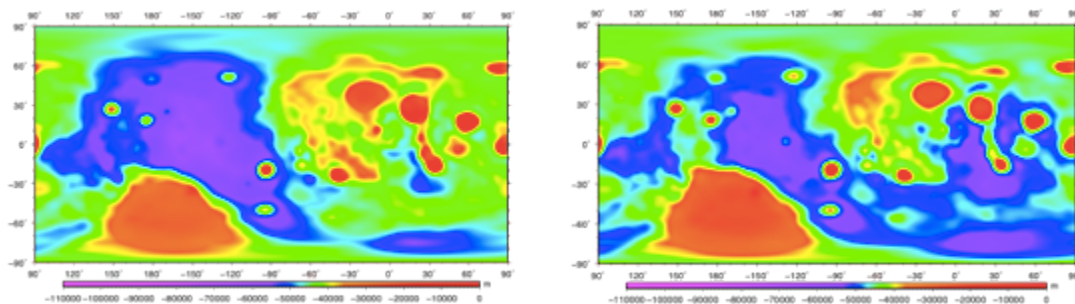


Fig.3-4-3 モホ面深さ（フィルター係数 20）左図が球面調和関数の一次の係数を含んだ場合，右図が係数を除去した場合

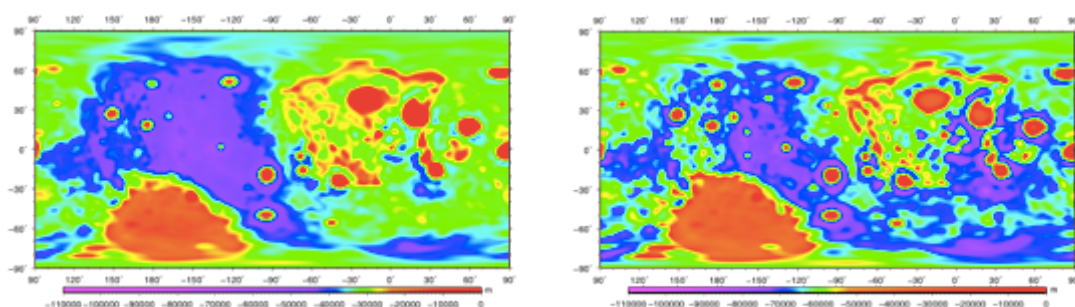


Fig.3-4-4 モホ面深さ（フィルター係数 40）左図が球面調和関数の一次の係数を含んだ場合，右図が係数を除去した場合

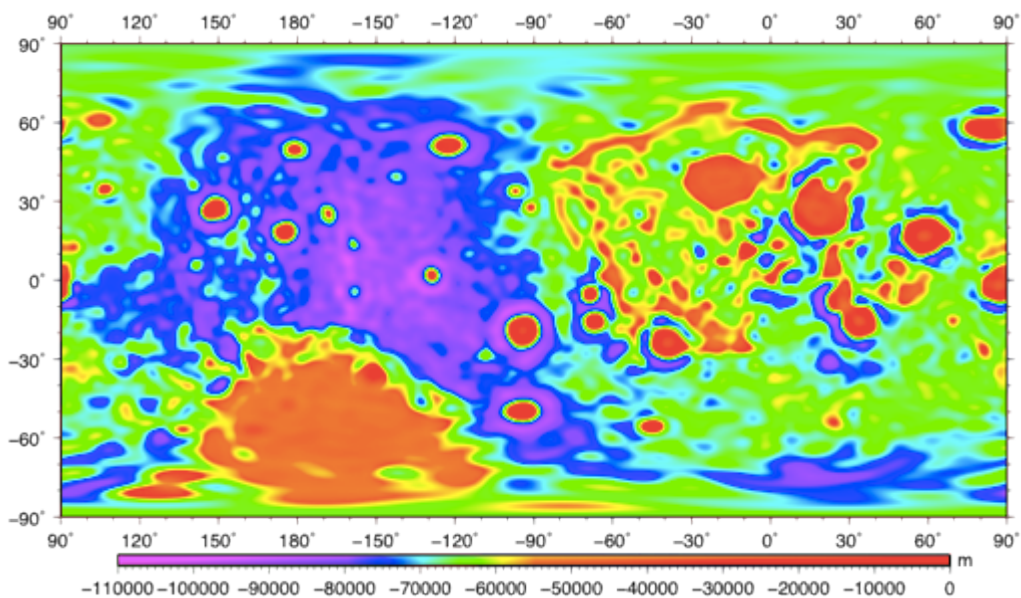


Fig.3-4-5 モホ面深さ（フィルター係数 45）球面調和関数の一次の係数を含んだ場合のみ収束した。

これらより大きく二つの事がいえる．次数を上げることでより詳細な地形が

データに反映されるため細かな構造がよく見えるようになる。また、球面調和関数の一次の項は大局的な構造による重力場を反映しているが（離れたところにいる衛星にも効力を及ぼす構造）、あえてこの項を除去することにより、一次の項によって埋もれてしまった重力場が見えていることがわかる。したがって40次までは同じ次数のモホ面のグラフを比較すると右側の図の方がより詳細な構造を表現出来ている。今回はまだ勉強不足のため、このように解析の際のフィルターや係数に関する議論で止まっているが、一年以内に物理的な議論ができるまで勉強を続けたいと考えている。

### 3.4.3 最後に

今回の実習に参加した所感は感想文でも述べた通り、全般としては難易度が高かったのは確かである。そう感じる反面、今になって思えば実は殆どが GMT による錯覚であったとも言える (Fig.3-4-6)。

これまで使用する機会がある等して GMT や SHTOOLS を十分に使いこなせる状況で講義を聞くのが理想だが、これが出来ていなかったのがこの錯覚の一番の原因だろう。本報告書を執筆していて大変多くの課題が見つかったが、実習終了後に多少時間があつた事により一歩ずつ理解に近づいていけたように思える。後になって測地学の教科書を読んでみると、付け焼き刃的な勉強ではとてもフォローできない内容が多く、これは参加者である私たちが独自に勉強しなくてはならない事を意味している。今回折角実習で学んだ事を無駄にしないために、研究に活かすべく今後も粘り強く学んでいきたいと考えている。

最後に講師の石原先生、松本先生には内容の面で大変お世話になりました。そしてお手を煩わせてしまいました。世話人の先生方にも感謝の意を表させて頂きたいと思えます。実習に参加させて頂きありがとうございました。



Fig.3-4-6 実習期間ではツールの取得がメインになってしまった事を表す図 (表せている?)

## Reference

Hofmann-Wellehof B, and H. Moritz, *Physical geodesy*, Springer Japan KK, 2006.

宇宙航空研究開発機構宇宙科学研究本部 SELENE プロジェクトチーム, *月周回衛星 (SELENE) ハンドブック*, 2006 (非売)

東京工業大学理学部地球惑星科学科, *宇宙地球科学実験準備資料*, 2008

実習用資料他