

# 衛星の捕獲： 周太陽軌道から周惑星軌道への移行

submitted to AJ

樋口有理可<sup>1</sup> 井田茂<sup>2</sup>

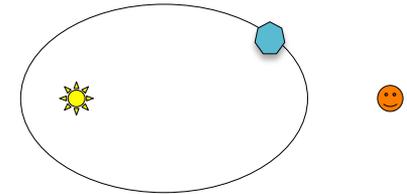
1 東京工業大学理工学研究科

2 東京工業大学地球生命研究所

# 周太陽軌道から衛星軌道へ

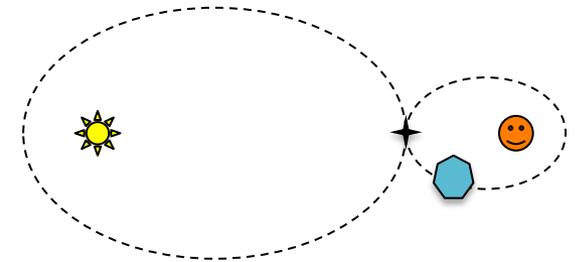
## (1) 周太陽軌道

- 小惑星、彗星、トロヤ群



## (1.5) 準衛星軌道(一時捕獲)

- 一時捕獲軌道をはさむと、(1)から(2)へ移行する際のエネルギー散逸が少なくてすむ

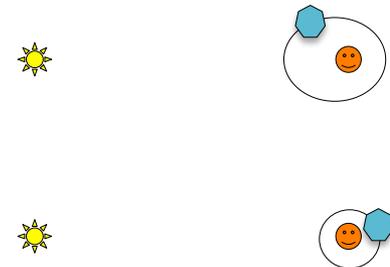


## (2) 周惑星軌道

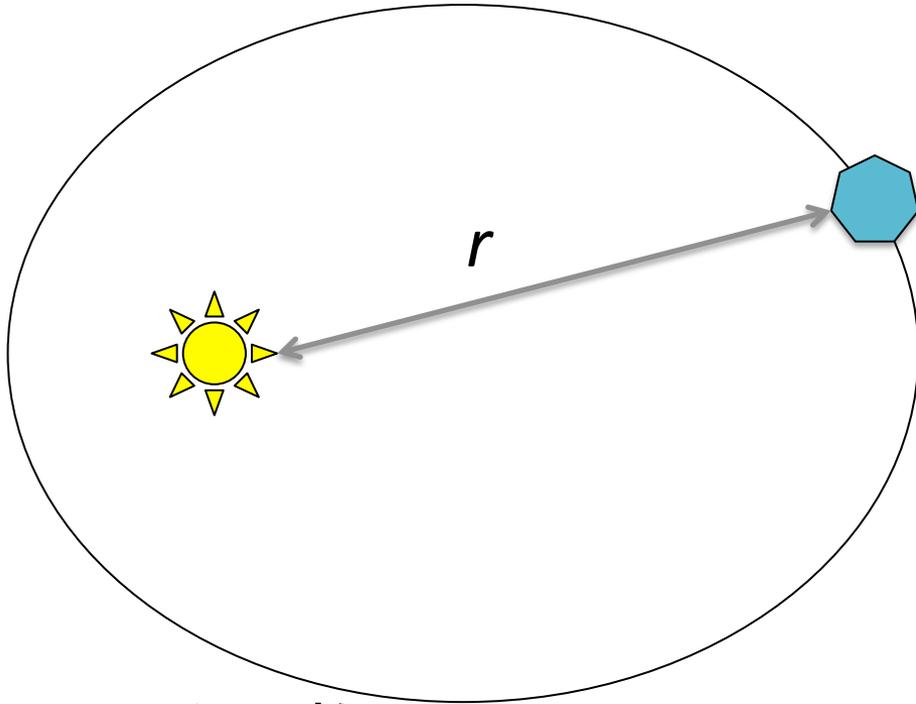
- 大きな楕円軌道、順行/逆行

## (3) 現在の衛星軌道

- フォボス・ダイモスの場合は円軌道化と軌道傾斜角進化が大問題



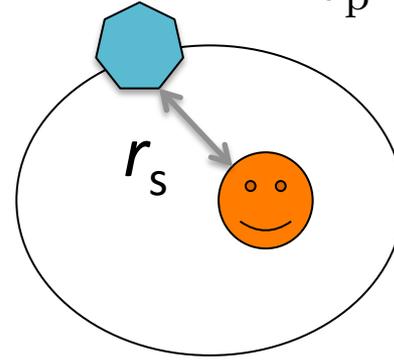
# 周太陽軌道と周惑星軌道



$r$ : 日心距離  
 $a$ : 軌道長半径  
速度  $v$ :

$$v = \sqrt{GM_{\odot} \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

惑星のケプラー速度  $v_p$   
 $v_p = \sqrt{GM_{\odot}/a_p}$

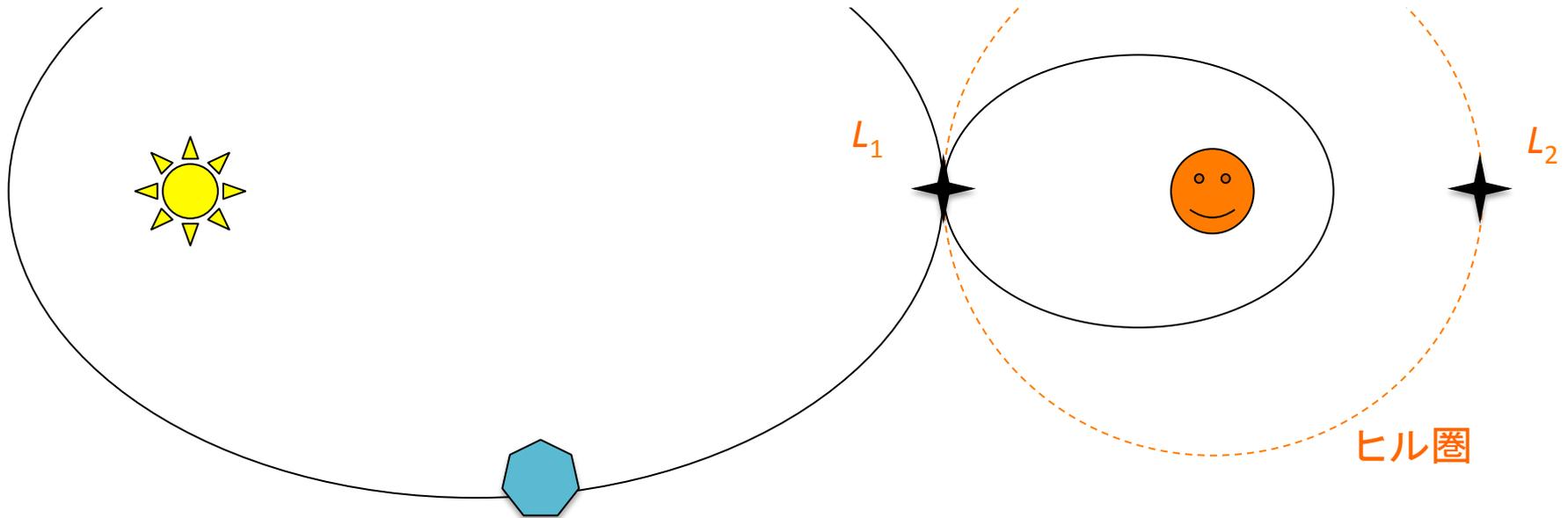


$r_s$ : 惑星からの距離  
 $a_s$ : 衛星としての軌道長半径  
衛星としての速度  $v_s$ :

$$v_s = \sqrt{Gm_p \left( \frac{2}{r_s} - \frac{1}{a_s} \right)}$$

# 一時捕獲の条件(仮定)

(1)  $L_1$  点か  $L_2$  点において、惑星に対する相対速度が、衛星にふさわしい速度である(=相対速度がじゅうぶん小さい)。

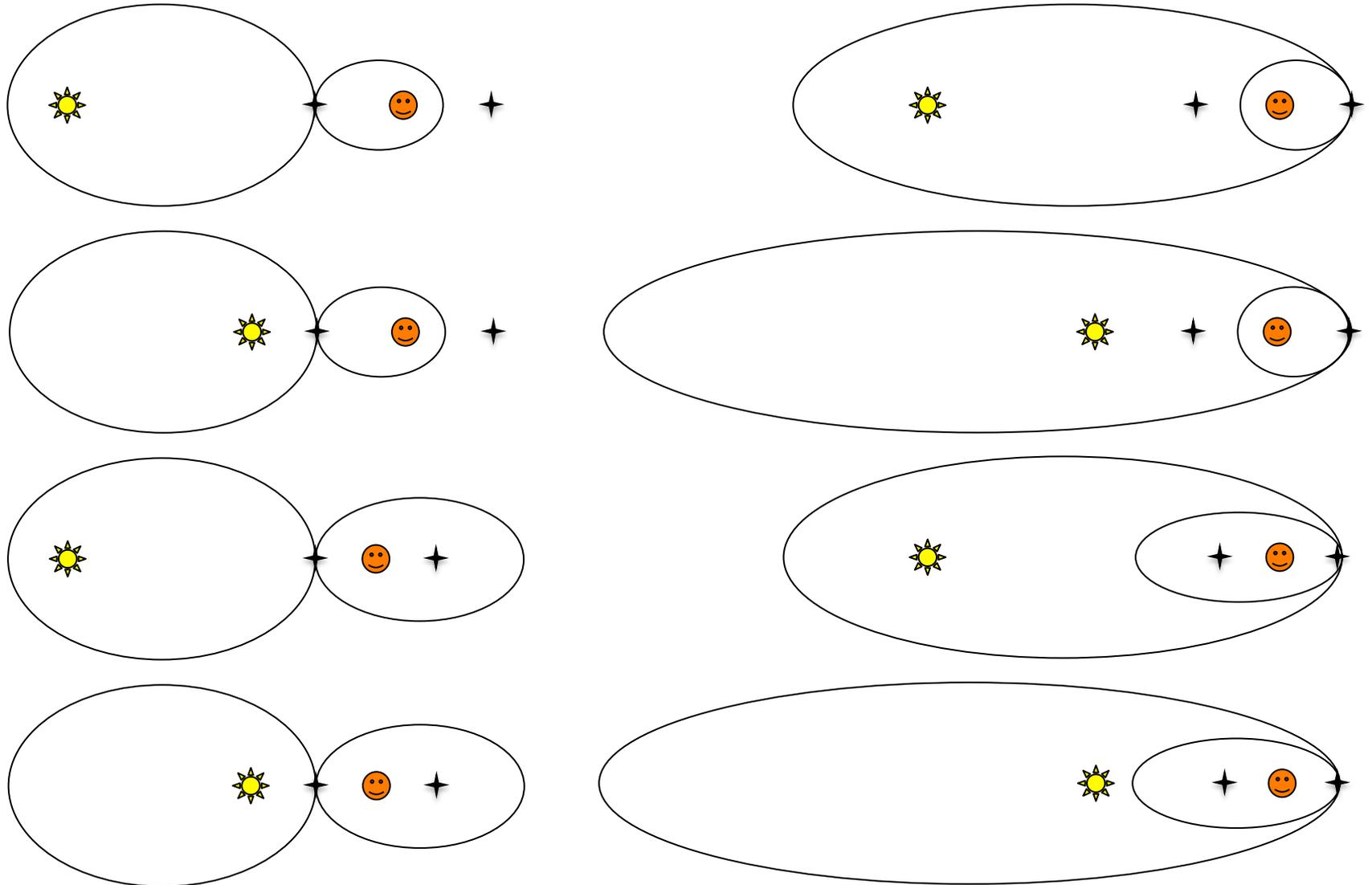


(2) その場所が、周太陽軌道の遠日点または近日点である。

(3) かつ周惑星軌道の遠点または近点である。

この3条件を満たす軌道要素の関係を解析的に導く

# 捕獲は $2^3=8$ 通り



# 捕獲の方程式の導出

粒子と惑星の相対速度

$$\begin{aligned} v_{\text{rel}} &= \left[ v_x^2 + (v_y - v_p)^2 + v_z^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= v_p \left[ \left( \frac{2}{A_{\mp}} - \frac{a_p}{a} \right) + 1 - 2 \sqrt{\frac{2}{A_{\mp}} - \frac{a_p}{a}} \cos i \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} A_- = 1 - \hat{r}_H \text{ at } L_1 \\ A_+ = 1 + \hat{r}_H \text{ at } L_2, \\ \hat{r}_H = r_H/a_p, \\ r_H = a_p(m_p/3M_{\odot})^{1/3} \end{cases}$$

衛星の軌道速度

$$v_s = \sqrt{Gm_p \left( \frac{2}{r_s} - \frac{1}{a_s} \right)} \quad (2)$$

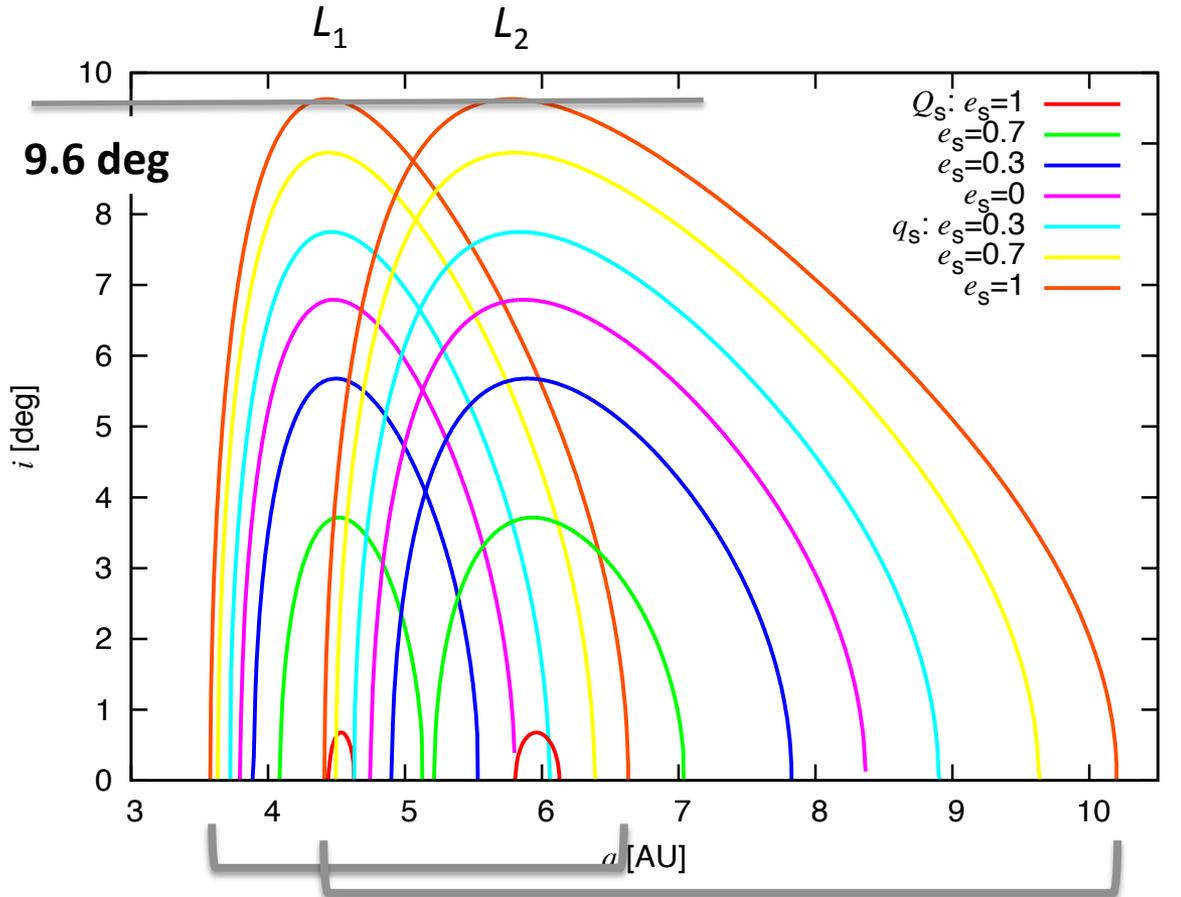
式(1), (2)をイコールでつないで、

$$\begin{aligned} \Delta^2 - 2\Delta \cos i + 1 - 3\kappa \hat{r}_H^2 &= 0, \\ \Delta &= \sqrt{\frac{2}{A_{\mp}} - \frac{a_p}{a}}. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \kappa = 1 - e_s \text{ at planecentric apocenter} \\ \kappa = 1 + e_s \text{ at planecentric pericenter.} \end{cases}$$

周太陽軌道の  $a, e, i$   $\Leftrightarrow$  衛星軌道の  $a_s, e_s, i_s$

# $a-i$ 平面上で捕獲条件を満たす領域 (木星の場合)



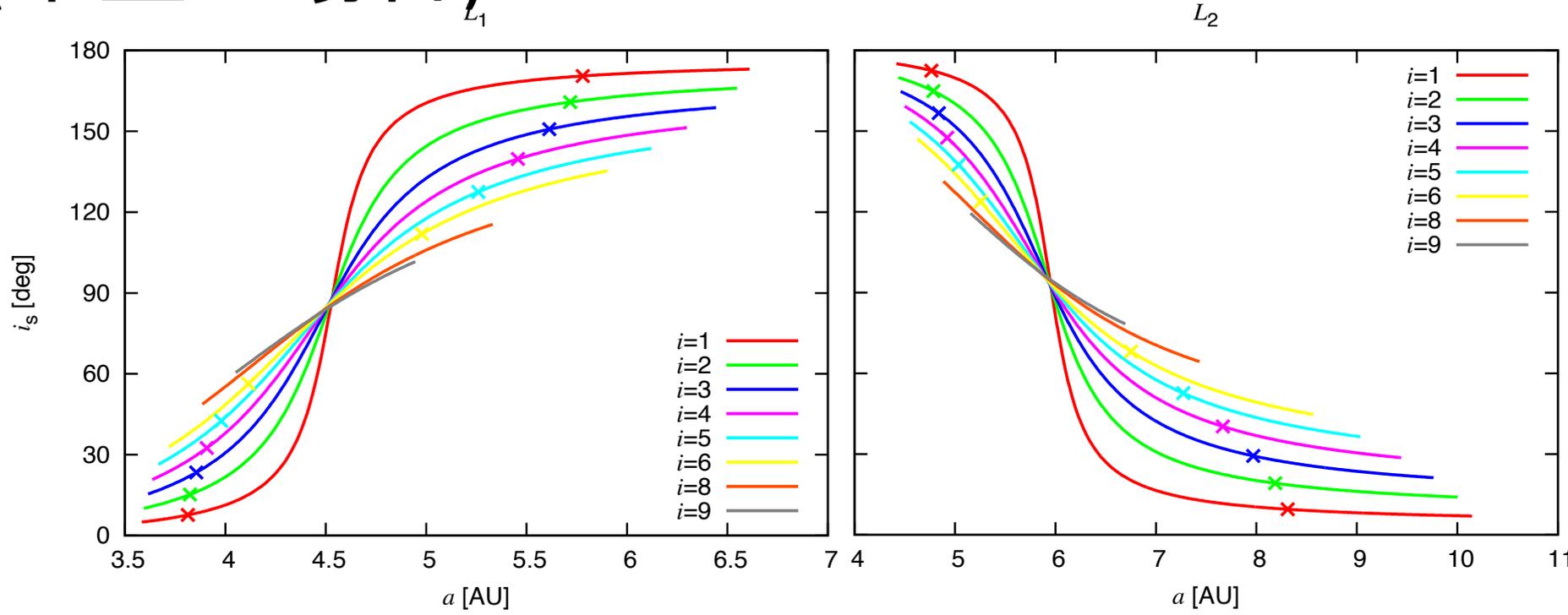
**3.5-6.6 AU**  
for  $L_1$  capture

**4.3-10.2 AU** for  $L_2$  capture

“離心率=1の近点での捕獲(オレンジ)”までの捕獲を考えると、捕獲が起こるための周太陽軌道の

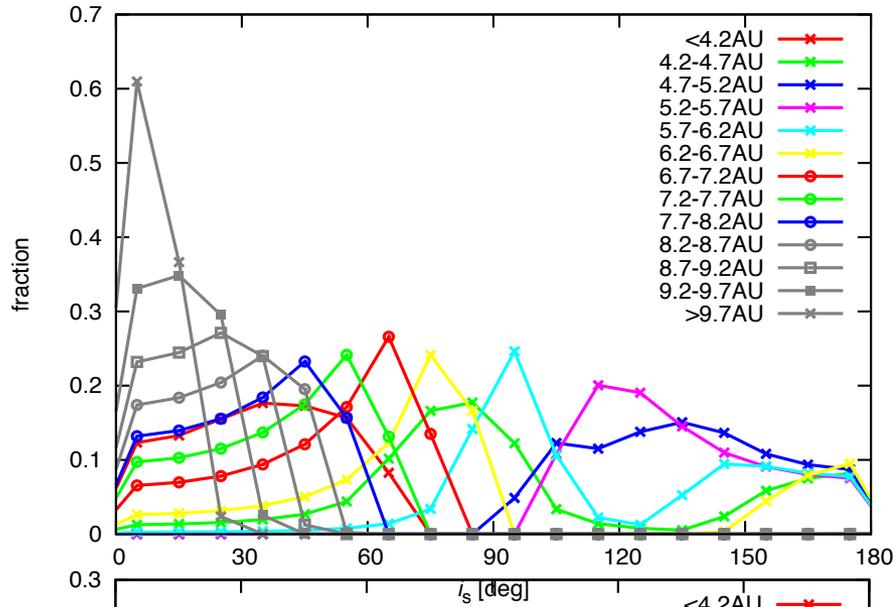
- 軌道傾斜角の上限は9.6度
- 軌道長半径の範囲は3.5-10.2AUとなる。

# 元の軌道長半径と衛星軌道傾斜角の関係 (木星の場合)

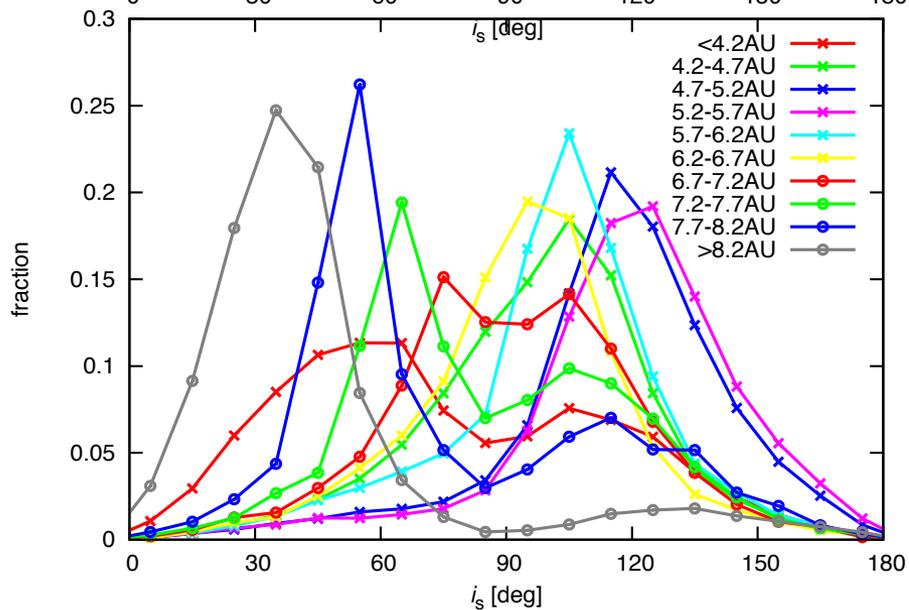


- 衛星軌道傾斜角は0-180度の範囲に広がる
  - $L_1$  捕獲では  $a < \sim 4.5$  AU: 順行  
 $a > \sim 4.5$  AU: 逆行
  - $L_2$  捕獲では,  $a < \sim 5.9$  AU: 逆行  
 $a > \sim 5.9$  AU: 順行
- 逆行不規則衛星はトロヤ群天体(と起源を同じくする天体)が捕獲されたものか

# 数値計算との比較



- 解析解を使って生成した衛星軌道傾斜角の分布 (元の軌道長半径別)



- 数値計算(制限3体問題)で生成した上図と同じ分布

ピークの場所の並びともとの軌道長半径の関係が見事に一致  
-> 解析解の導出においた仮定は妥当と考えられる

# \* 捕獲が起こりうる軌道要素 (円軌道を仮定した8惑星について)

Planet	$a_p$ [AU]	$m_p$ [ $M_\odot$ ]	$i_{\max}$ [deg]	$L_1/L_2$	$a_{\min}$ [AU]	$a_{90}$ [AU]	$a_{\max}$ [AU]	$T_{\min}$	$T_{\max}$
Mercury	0.387	1.66e-07	0.5348	$L_1$	0.3771	0.384062	0.3913	2.99987	3.00004
				$L_2$	0.3828	0.389961	0.3975	2.99987	3.00004
Venus	0.723	2.45e-06	1.312	$L_1$	0.6794	0.709609	0.7434	2.99922	3.00026
				$L_2$	0.7042	0.736644	0.7731	2.99922	3.00026
Earth	1	3.00e-06	1.404	$L_1$	0.9358	0.980198	1.03	2.99911	3.0003
				$L_2$	0.9722	1.0202	1.075	2.99911	3.0003
Mars	1.52	3.72e-07	0.6999	$L_1$	1.47	1.50492	1.542	2.99978	3.00007
				$L_2$	1.498	1.53524	1.574	2.99978	3.00007
Jupiter	5.2	9.55e-04	9.628	$L_1$	3.579	4.53527	6.632	2.95919	3.01467
				$L_2$	4.412	5.96215	10.2	2.95792	3.01339
Saturn	9.55	2.86e-04	6.425	$L_1$	7.307	8.71559	11.11	2.98163	3.00646
				$L_2$	8.497	10.4643	14.12	2.98125	3.00608
Uranus	19.2	4.37e-05	3.43	$L_1$	16.46	18.2845	20.72	2.99472	3.00182
				$L_2$	17.97	20.1613	23.16	2.99466	3.00176
Neptune	30.1	5.15e-05	3.623	$L_1$	25.61	28.5861	32.63	2.99411	3.00203
				$L_2$	28.08	31.6941	36.74	2.99404	3.00196

T: ティスランパラメタ