

# 冥王星-Charon系における公転周期がCharonの約2倍となるようなP-type軌道に関する研究

岡山大学 自然科学研究科

田中 篤行, はしもとじょーじ

名前	質量	公転周期
Charon	0.11	1.0
Styx	$1.1 \times 10^{-7}$	3.16
Nix	$1.5 \times 10^{-6}$	3.89
Kerberos	$1.3 \times 10^{-6}$	5.04
Hydra	$7.4 \times 10^{-6}$	5.98

質量は冥王星の質量で、公転周期はCharonの公転周期で規格化している

出典: Jet Propulsion Laboratory, [http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat\\_phys\\_par](http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par)

Asteroids with Satellites Database--Johnston's Archive,

<http://www.johnstonsarchive.net/astro/astmoons/am-pluto.html>

# 研究背景①

- 各衛星の公転周期はおおよそ整数比
  - 公転周期がCharonの約2倍の衛星は発見されていない
- 衛星の起源と軌道共鳴
  - Ward and Canup, (2006)
    - + 冥王星の衛星の起源はジャイアントインパクトによるものとされている
    - + Charonが軌道進化するうちに周辺の衛星がCharonと軌道共鳴している軌道に捕獲された
  - Cheng et al. (2014)
    - + Charon以外の衛星がCharonと軌道共鳴している軌道に捕獲されて現在の軌道となることは極めて起こりそうにない

## 研究背景②

- 冥王星-Charon系まわりの軌道の安定性について調べたもの
  - Nagy et al. (2006)
    - + 円制限三体問題の枠組みでテスト粒子の運動を数値的に解いた
    - + 軌道長半径  $a=2.15 a_c$  ( $a_c$  =冥王星とCharonの距離)より小さい軌道は不安定
      - \* 離心率の与え方が少ないので本当にそうかわからない

- 研究目的

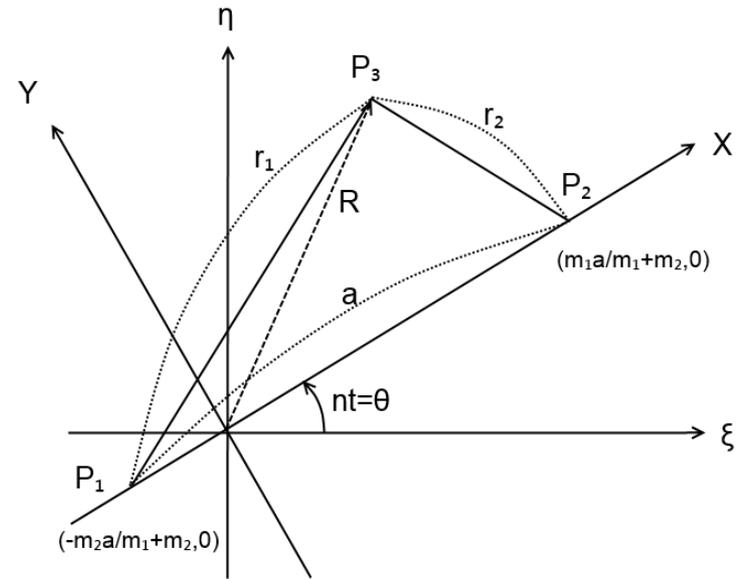
- 冥王星-Charon系において,公転周期がCharonの約2倍となるような共通重心のまわりを回る安定な軌道を探す

- やったこと

- 円制限三体問題の枠組みで粒子の運動を数値的に解き,安定な軌道が存在するか調べた

# 円制限三体問題

- 3体のうち1体の質量が他の2体より極めて小さい
  - 質量の小さい1体(P3)が及ぼす万有引力は無視
- 質量の大きい2体は円運動
- 質量の小さい1体の運動のみを解く
- 回転座標系(X,Y)での運動方程式



共通重心を原点とする回転座標系

$$\ddot{X} - 2n\dot{Y} - n^2X = -\frac{\partial U}{\partial X}$$

$$\ddot{Y} + 2n\dot{X} - n^2Y = -\frac{\partial U}{\partial Y}$$

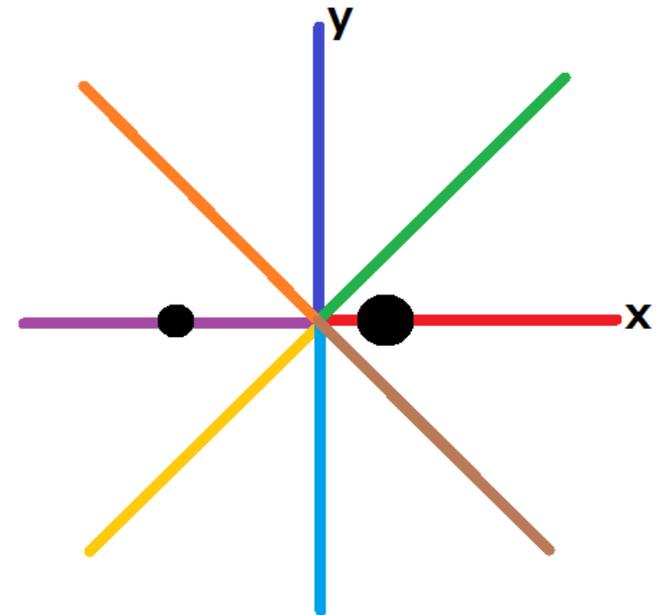
$$U = -\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{a^3}{r_1} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{a^3}{r_2}\right)n^2$$

# 数値計算

- 初期値を与えて時間発展を計算した
  - 計算ステップの刻み幅
    - + 各テスト粒子が等速円運動するときの会合周期/100
  - 計算ステップ数
    - + 各粒子の計算時間が $10^4 T_c$  ( $T_c = \text{Charonの公転周期}$ )に到達するまで
- 数値積分公式はシンプレクティックで対称型公式であるガウス・ルジャンドル法
  - メリット
    - + 保存量の誤差が一定の範囲から広がらない
    - + 位置の誤差が時間の1次でしか増加しない

# 初期値

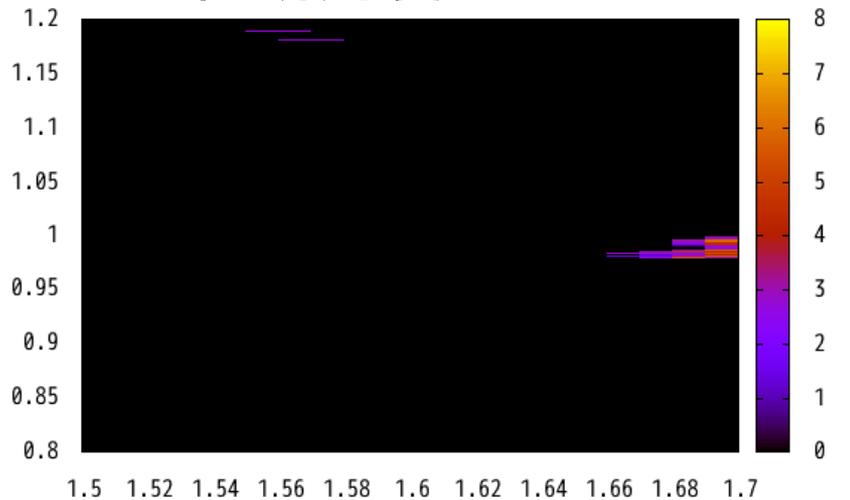
- 初期角度M
  - $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ \dots 315^\circ$
- 共通重心からの距離 $a/a_c$ 
  - +  $1.5 \leq a/a_c \leq 1.7$  ( $\Delta a/a_c = 0.01$ )
- 初速度 $v/v_0$   $v_0$ =等速円運動をするときの速度
  - $0.8 \leq v/v_0 \leq 1.2$  ( $\Delta v/v_0 = 0.0001$ )
- 軌道傾射角はゼロ
- 計67万2168通り



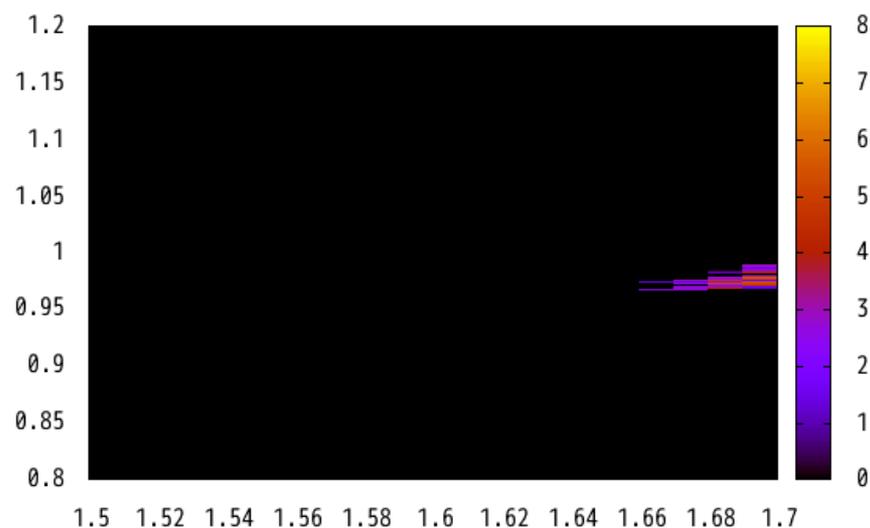
# 軌道の安定性

- 軌道の安定性を測る指標
  - MDE(The maximum difference of the eccentricities)
  - +  $MDE(t) = \max |e(t, x_0) - e(t, x_0 + \Delta x)|$
  - + MDEが小さいほど安定である可能性が高い
  - + Nagy et al. (2006)で用いられた

初期角度M=0°



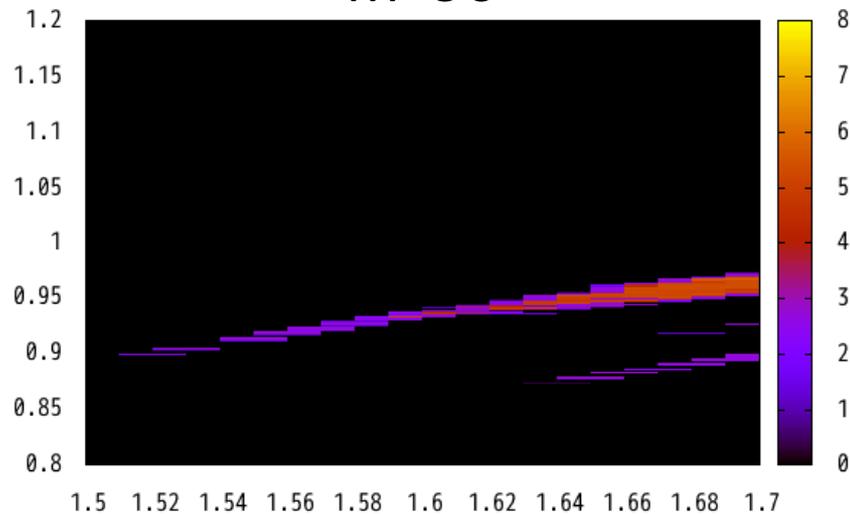
M=45°



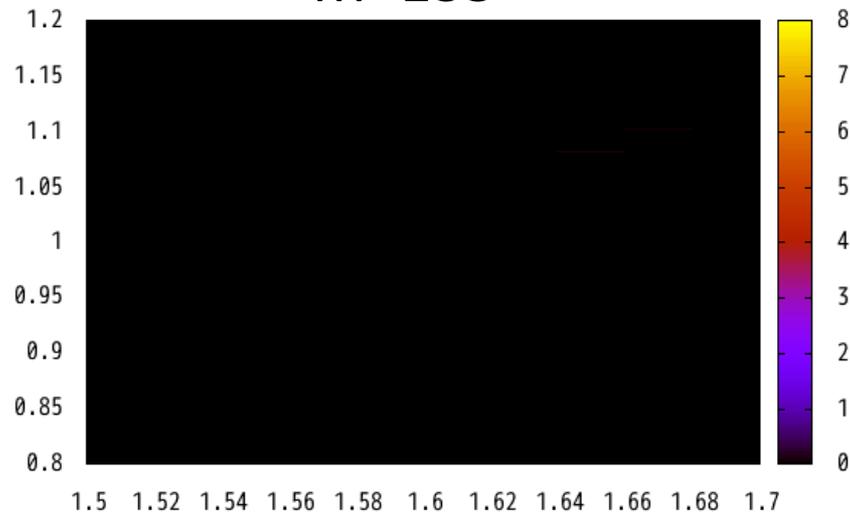
初期の共通重心からの距離

カラーバーの値: $-\log_{10}(MDE)$

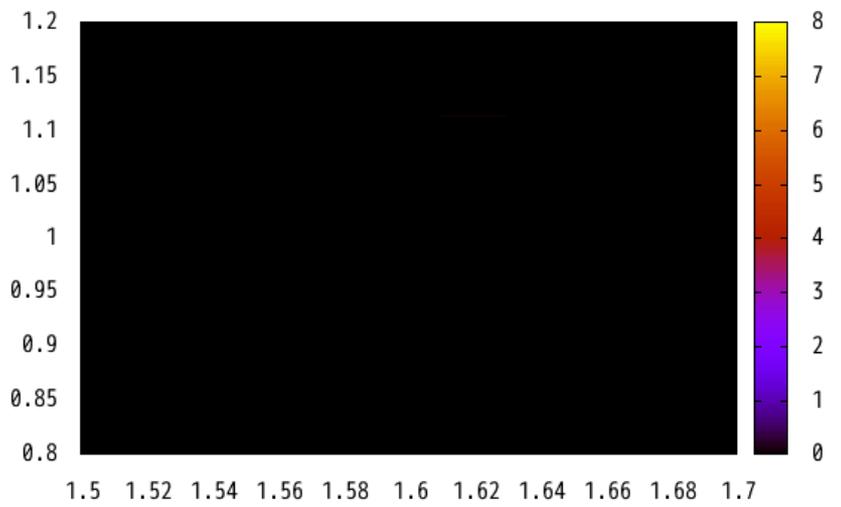
M=90°



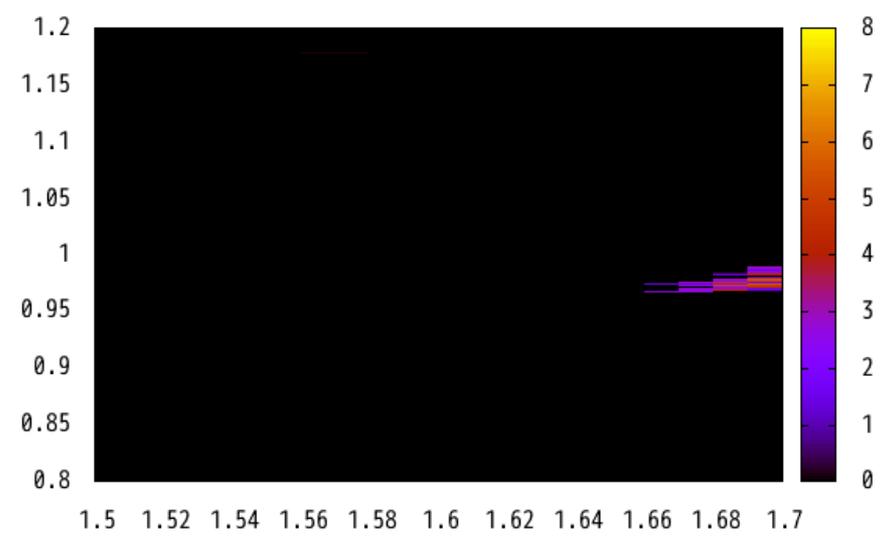
M=135°



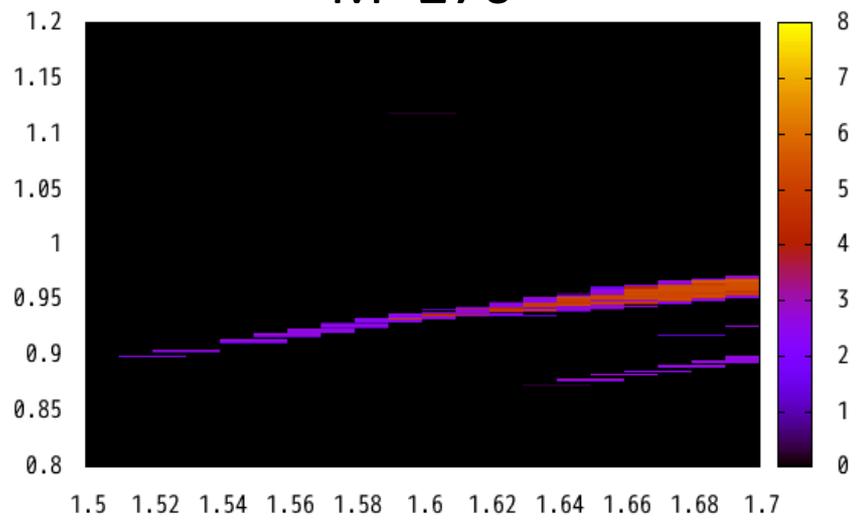
M=180°



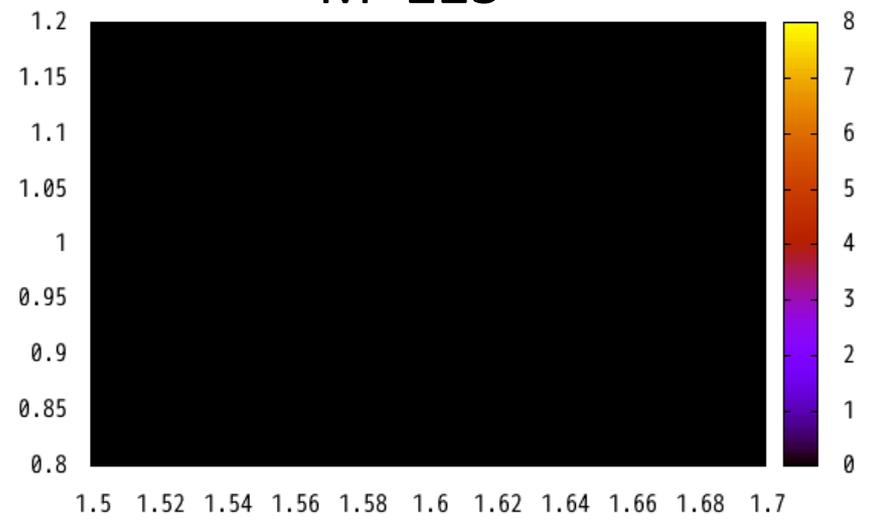
M=315°



M=270°

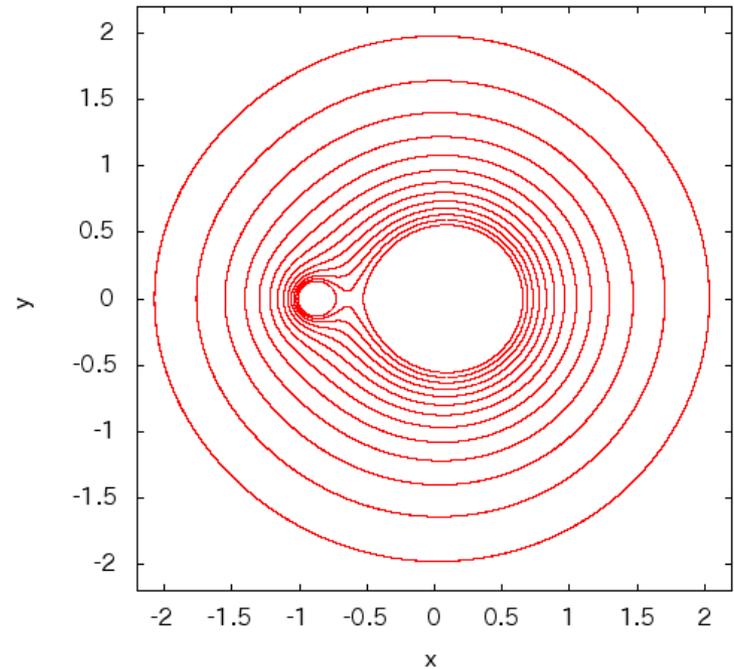


M=225°



# 考察

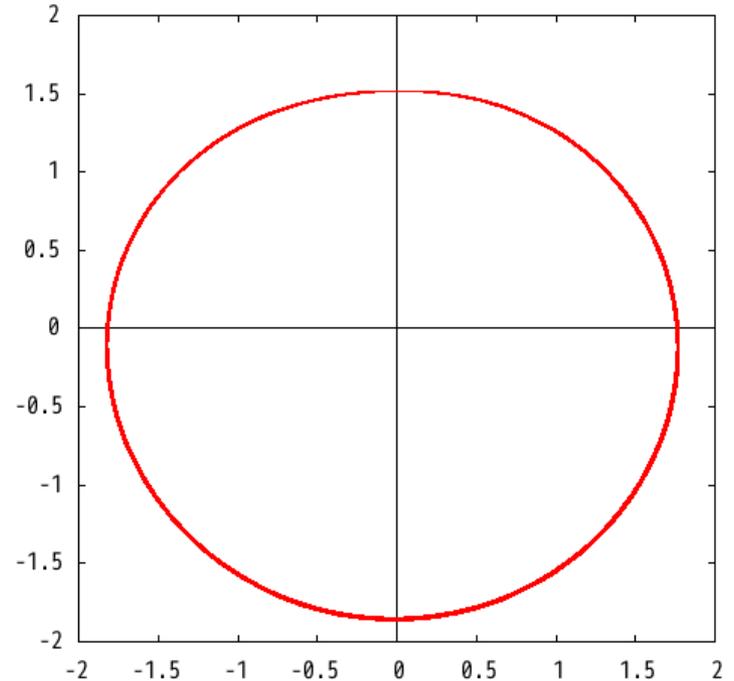
- 初期の共通重心からの距離が大きいほど安定な粒子の数は多い
  - 共通重心からの距離が大きいほど等ポテンシャル線の歪みは小さいから
- 初期の方位によって安定な粒子の数は大きく異なる
  - 方位によって等ポテンシャル線の歪みは異なる
- 等ポテンシャル線の歪みが小さい初期位置に置かれた粒子ほど安定な軌道のものが多い



冥王星-カロン系の  
重力ポテンシャル

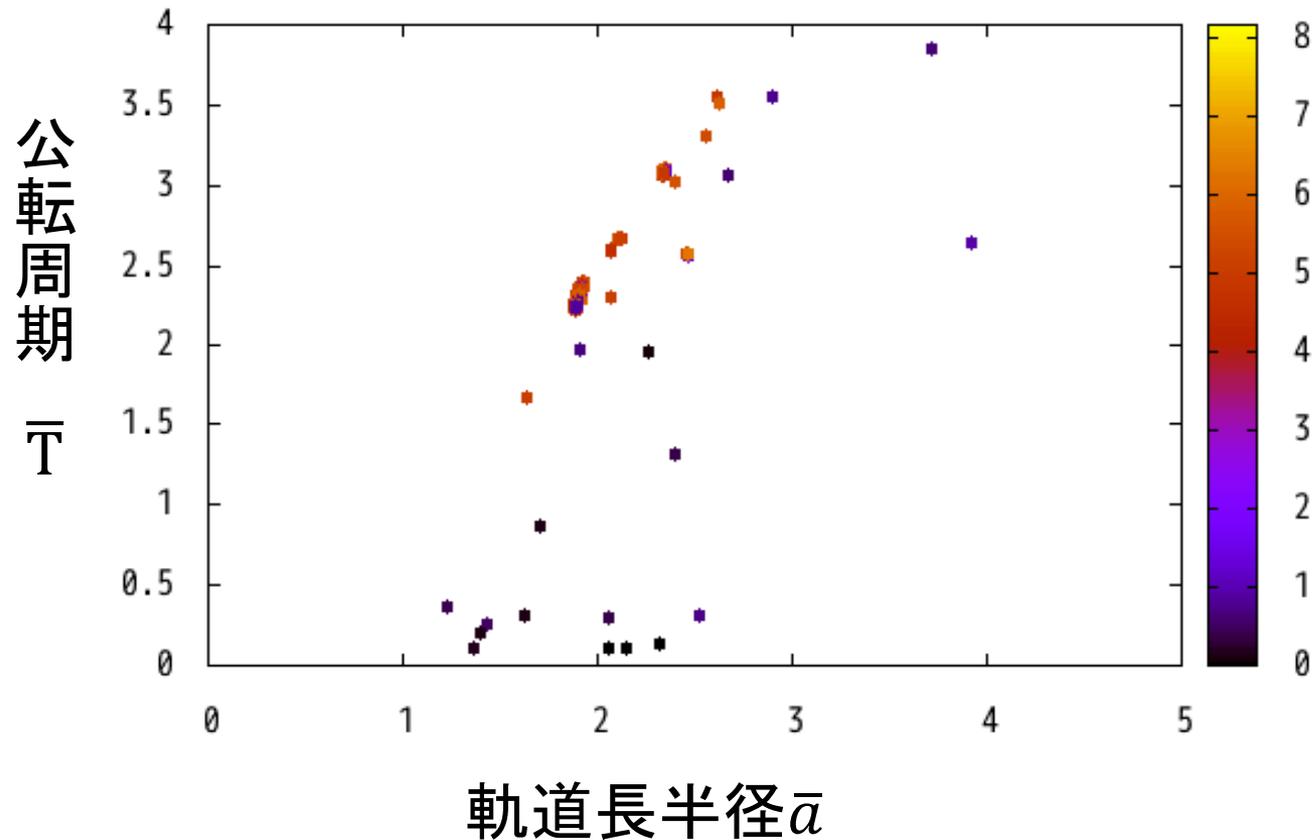
## 考察②

- 安定な粒子の数はX軸に対して線対称に近い
  - 重力ポテンシャル面がX軸に対して線対称である
- 安定な粒子の数はX軸に対して完全な線対称でない
  - 回転座標系での軌道はX軸に対して線対称でない



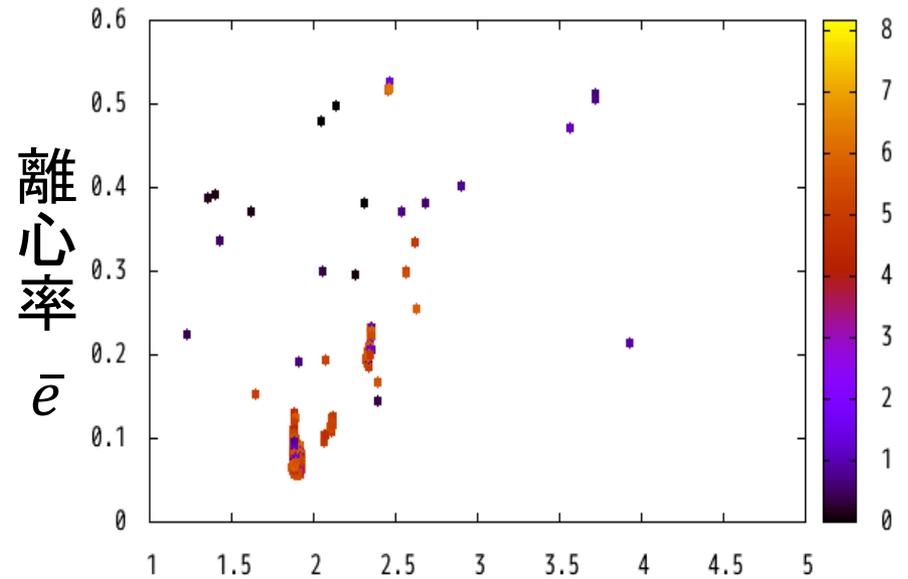
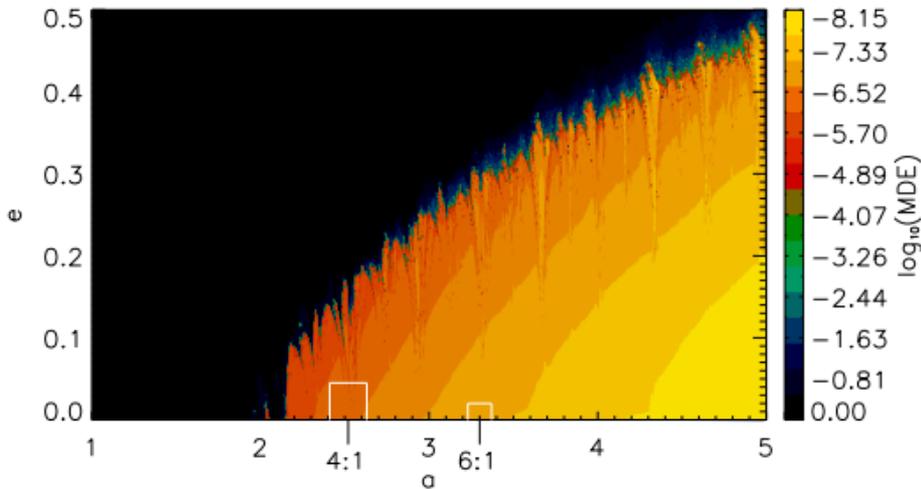
回転座標系での安定な粒子の軌道

# 公転周期 $T$ ・軌道長半径 $\bar{a}$ の分布



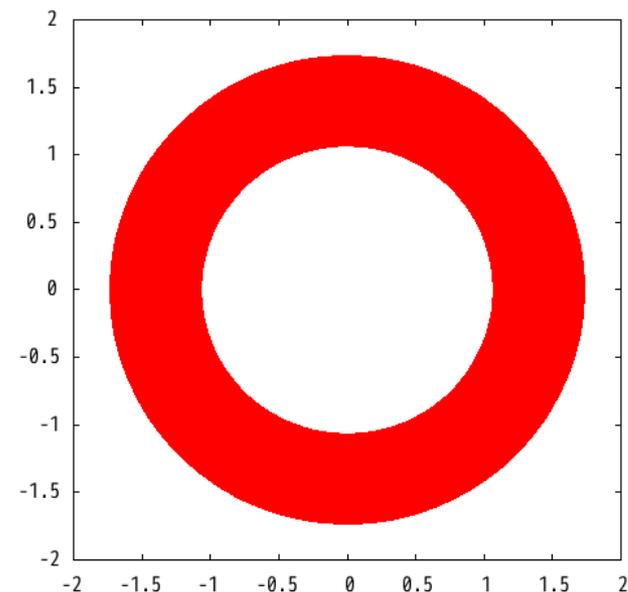
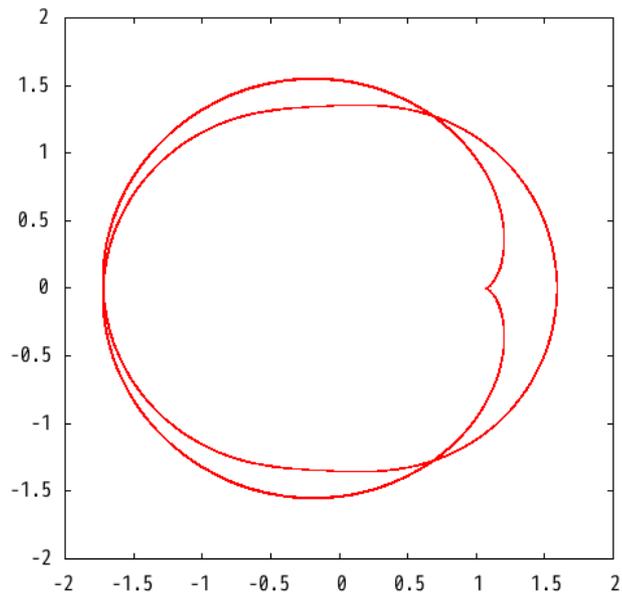
# 軌道長半径 $\bar{a}$ と離心率 $\bar{e}$

- Nagyの結果

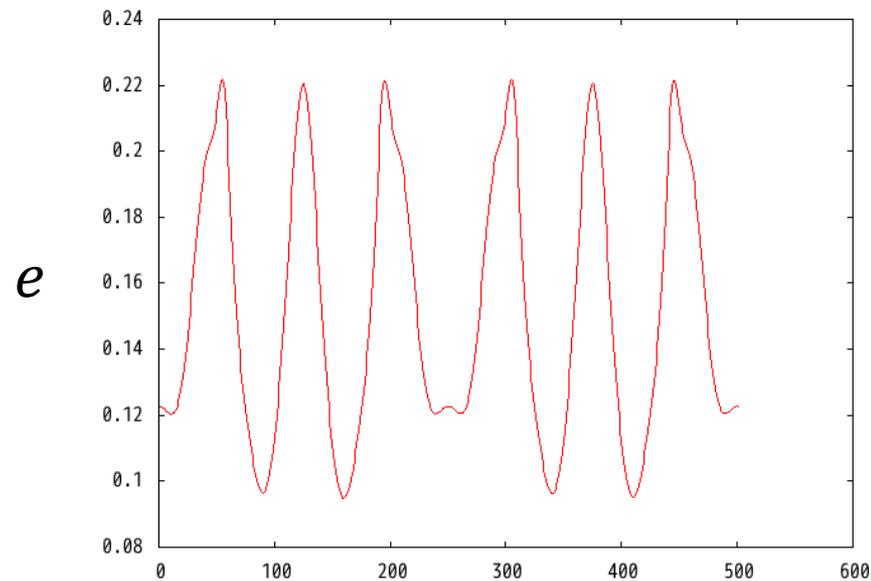
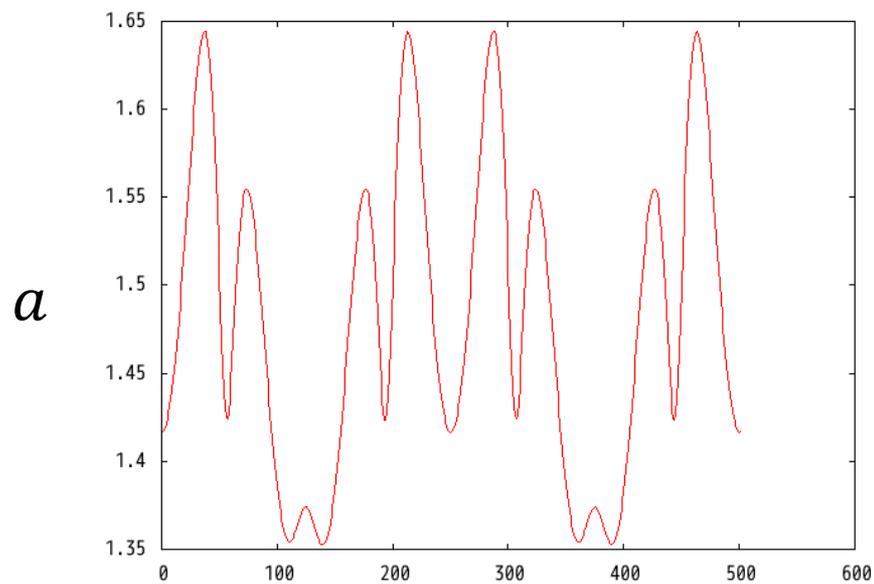


軌道長半径 $\bar{a}$

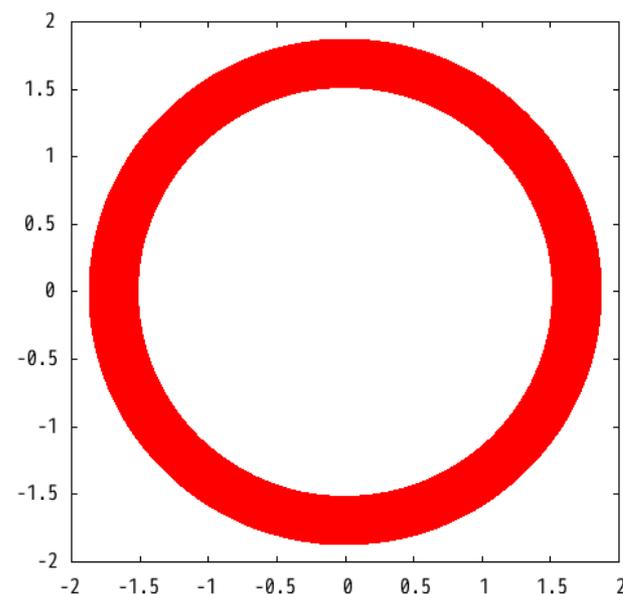
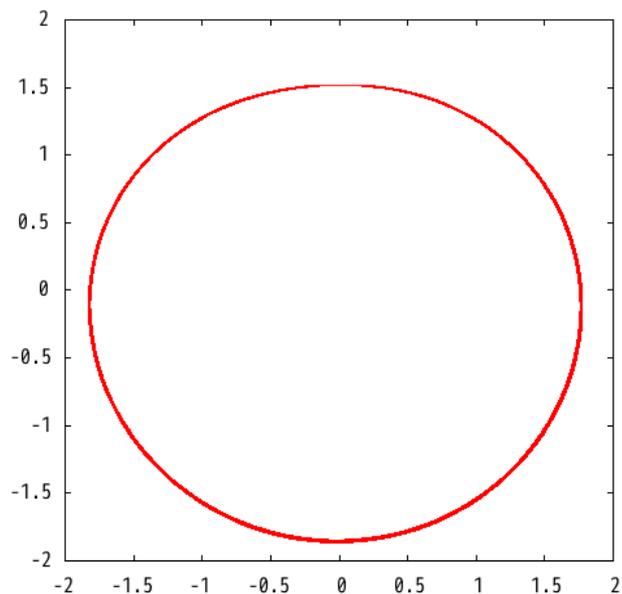
# 軌道の例( $\bar{a}=1.48, \bar{e}=0.15$ )



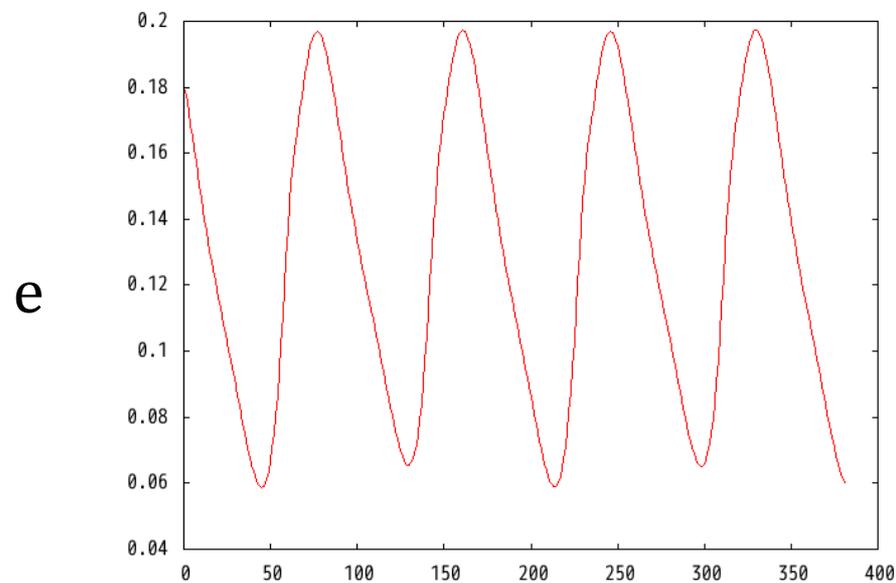
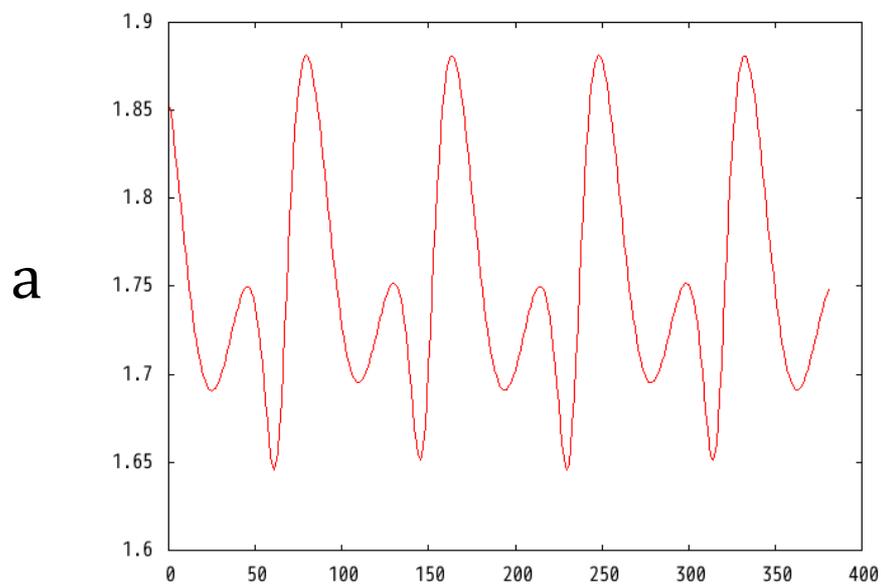
## 軌道長半径と離心率の時間変化



# 軌道の例( $\bar{a}=1.75, \bar{e}=0.13$ )



## 軌道長半径と離心率の時間変化



# まとめ

- 円制限三体問題の枠組みでテスト粒子の運動を数値的に解き、公転周期がCharonの約2倍の安定な軌道が存在するか調べた
  - 計算の範囲内において、公転周期がCharonの約2倍となるような安定な軌道は存在しなかった
  - 計算の範囲内において、安定な軌道が存在した最小の公転周期はCharonの約1.67倍である
  - 計算の範囲内において、公転周期がCharonの約2倍に最も近い公転周期はCharonの約2.23倍である
  - 潮汐の効果を考えていないので今後それを考えて計算する必要がある