

# 天体の平均運動共鳴軌道への捕獲と脱出

---

松本 侑士 (国立天文台)

# 目次

---

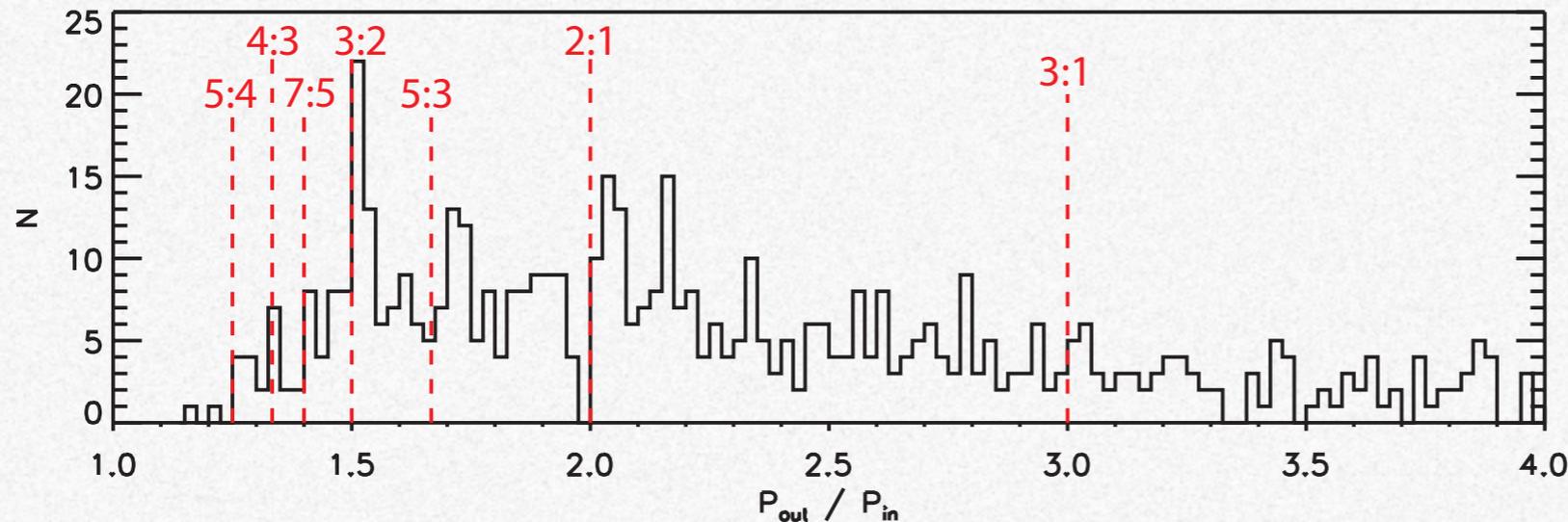
1. 平均運動共鳴について
2. 平均運動共鳴の捕獲条件
3. 平均運動共鳴からの脱出条件
4. 衛星系への応用
  - 木星系
  - 土星系
  - 冥王星系

# 1. 平均運動共鳴について

---

# 観測された平均運動共鳴

- 系外惑星



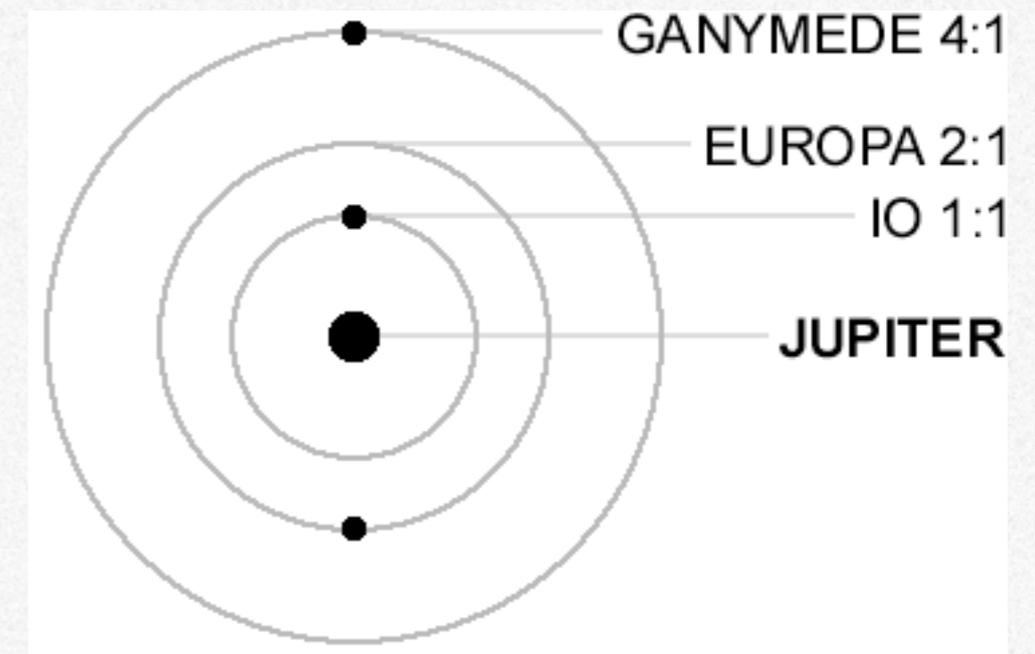
(Fabrycky+ 2014)

2:1, 3:2に分布が集中

- 太陽系

海王星 - 冥王星(族) 3:2,  
木星 - ヒルダ群小惑星 3:2,  
ガリレオ衛星 4:2:1,  
タイタン - ハイペリオン 4:3,  
etc ....

## ガリレオ衛星

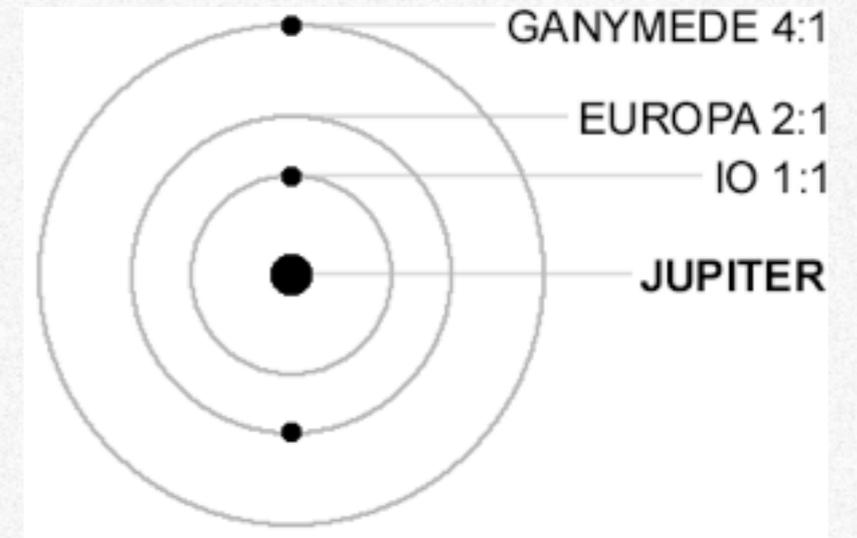


# 平均運動共鳴

---

平均運動共鳴の条件：会合時の位置関係が等しい

- 周期が整数比  
：中心星との相互作用のみ考えると、  
会合が一定の関係

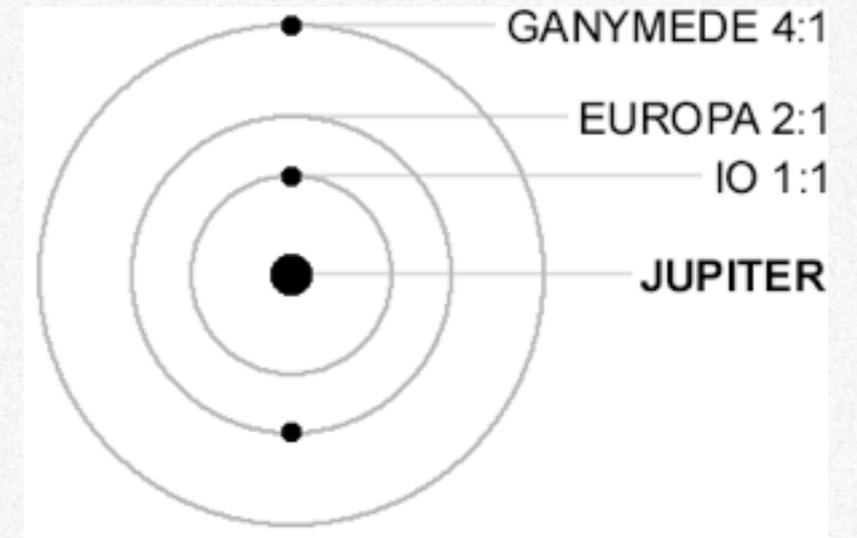


- 会合点と近点に関係がある：会合時の距離が遠い

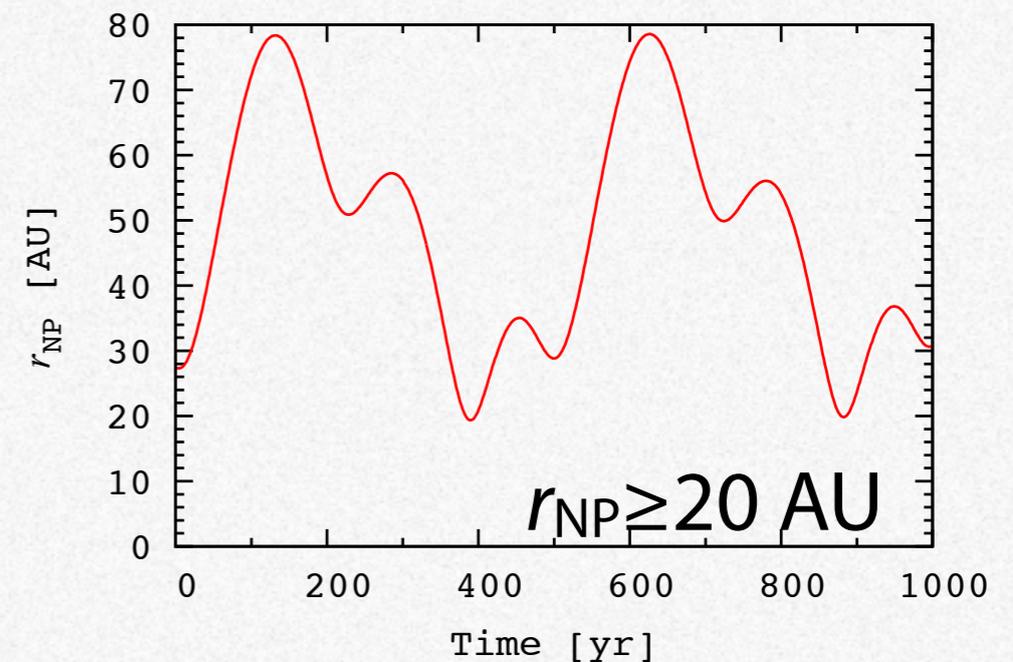
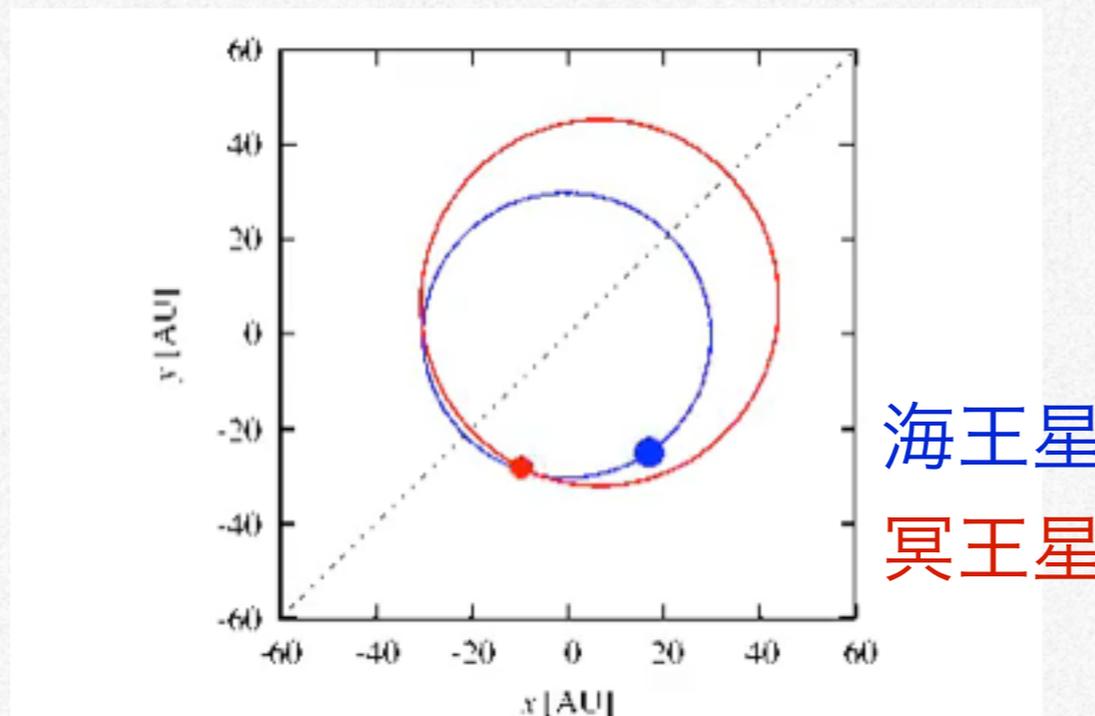
# 平均運動共鳴

平均運動共鳴の条件：会合時の位置関係が等しい

- 周期が整数比  
: 中心星との相互作用のみ考えると、  
会合が一定の関係



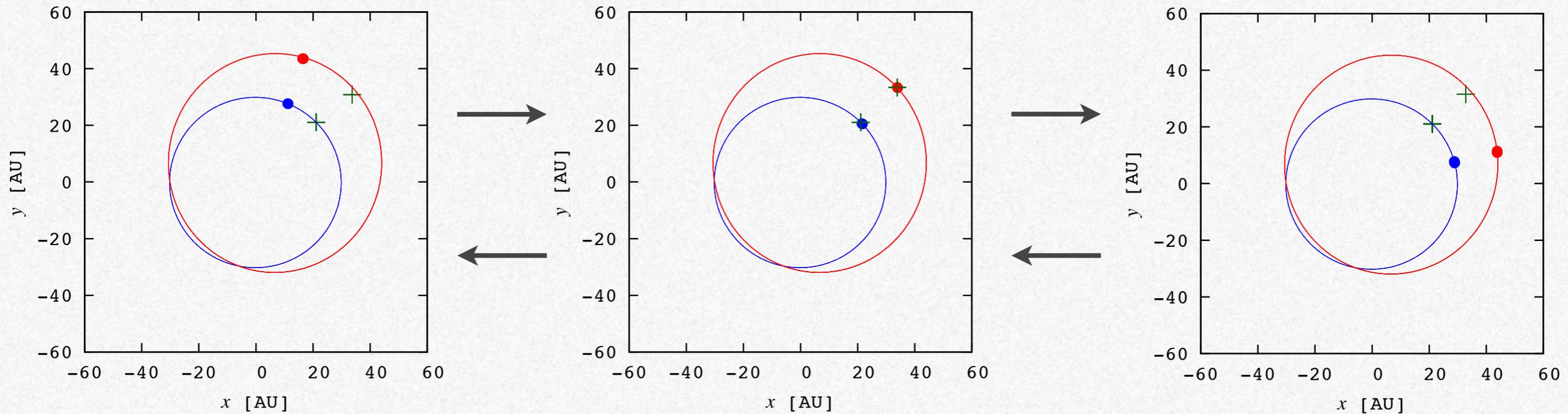
- 会合点と近点に関する関係がある: 会合時の距離が遠い



# 平均運動共鳴の振動

相互重力による会合点の振動(libration)

海王星  
冥王星



振動：共鳴にある，

振幅，タイムスケールは周期比，質量，軌道要素に依存

循環：共鳴にない

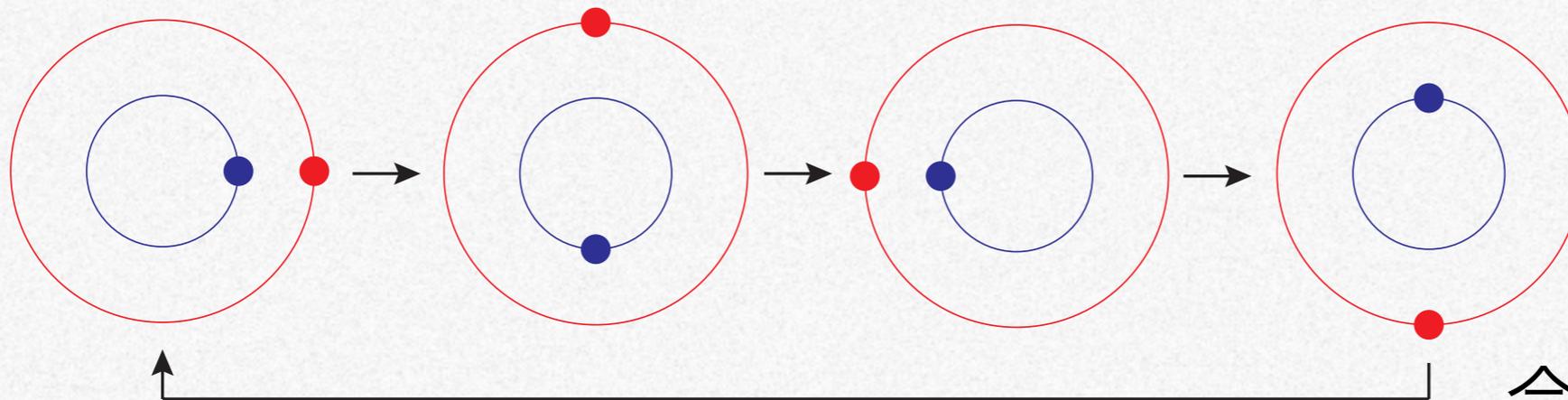
resonant angle (resonant argument)

：近点，遠点と会合点の角度

# 様々な平均運動共鳴

- 高次の共鳴

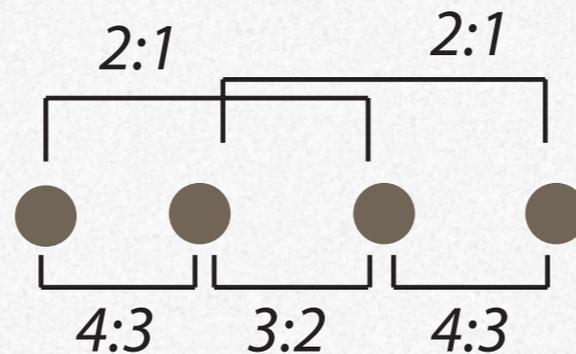
ex., 3:1 (2次の共鳴)



会合点が複数存在

- resonant chain

ex., Kepler-223 (e.g., Lissauer+ 2014)

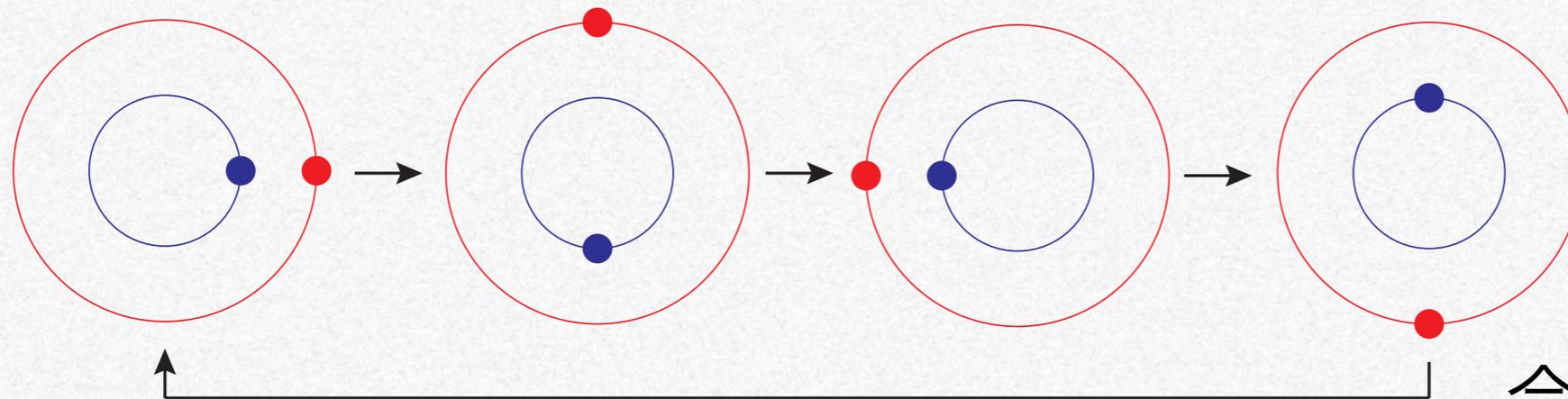


1つ置きにも共鳴

# 様々な平均運動共鳴

- 高次の共鳴

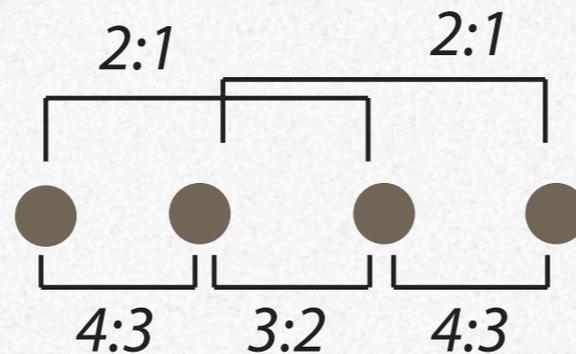
ex., 3:1 (2次の共鳴)



会合点が複数存在

- resonant chain

ex., Kepler-223 (e.g., Lissauer+ 2014)



1つ置きにも共鳴

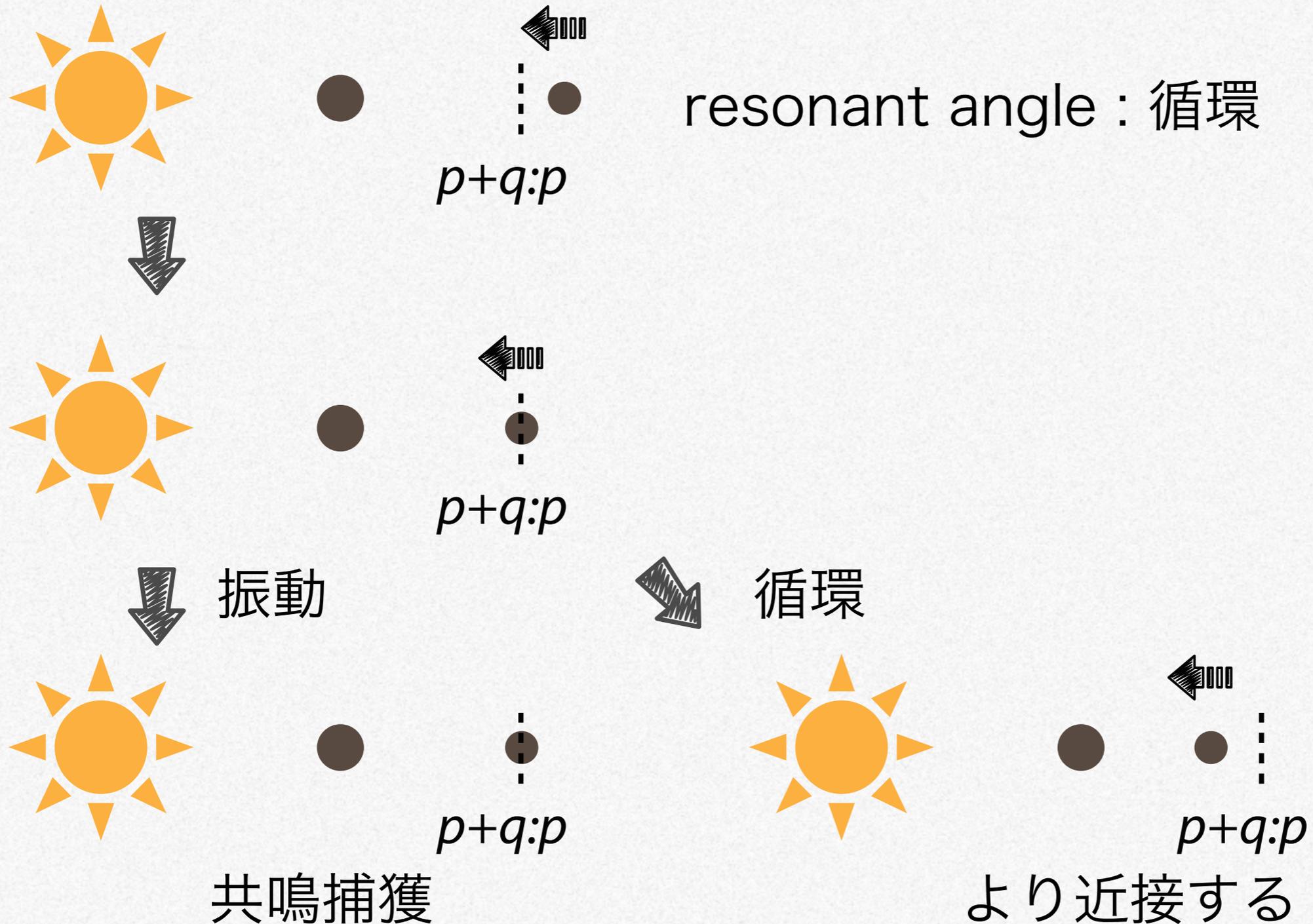
今回は扱いません

## 2. 平均運動共鳴の捕獲条件

---

# 平均運動共鳴への捕獲

収束的な軌道移動



# 捕獲条件

---

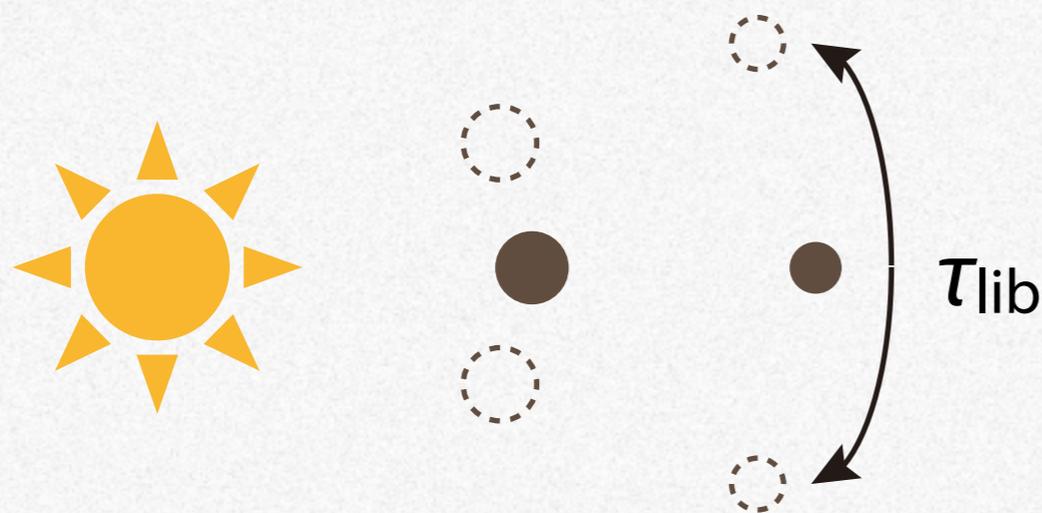
天体の共鳴への捕獲に関する研究,  
e.g., Ida + (2000), Quillen (2006), Ogiwara & Kobayashi (2013),  
Teyssandier & Terquem (2014)

# 捕獲条件

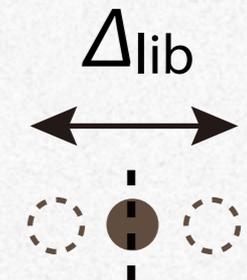
天体の共鳴への捕獲に関する研究,

e.g., Ida + (2000), Quillen (2006), Ogihara & Kobayashi (2013),  
Teyssandier & Terquem (2014)

共鳴の振動のタイムスケールと軌道移動のタイムスケールの比較



共鳴の振動幅



$p+q:p$

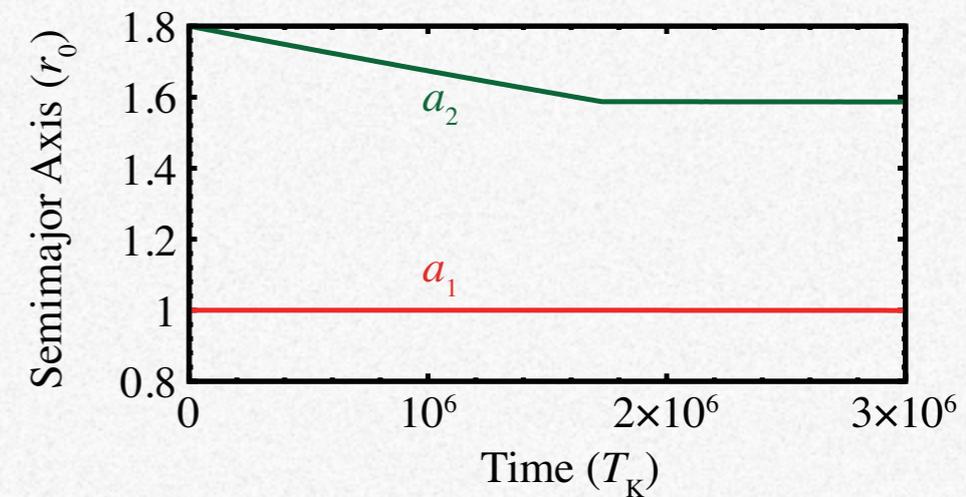
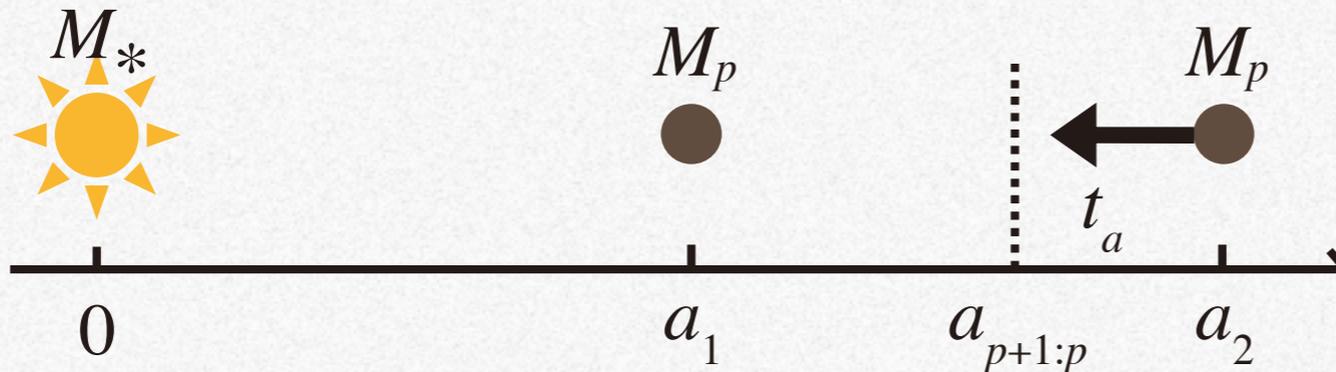
$$\tau_a = \Delta_{lib} / (a/t_a)$$

捕獲条件:  $t_a > t_{a,crit} = (a/\Delta_{lib}) \tau_{lib}$ , 共鳴比  $p+q:p$  に依存

# 共鳴捕獲の計算結果

Ogihara & Kobayashi (2013)

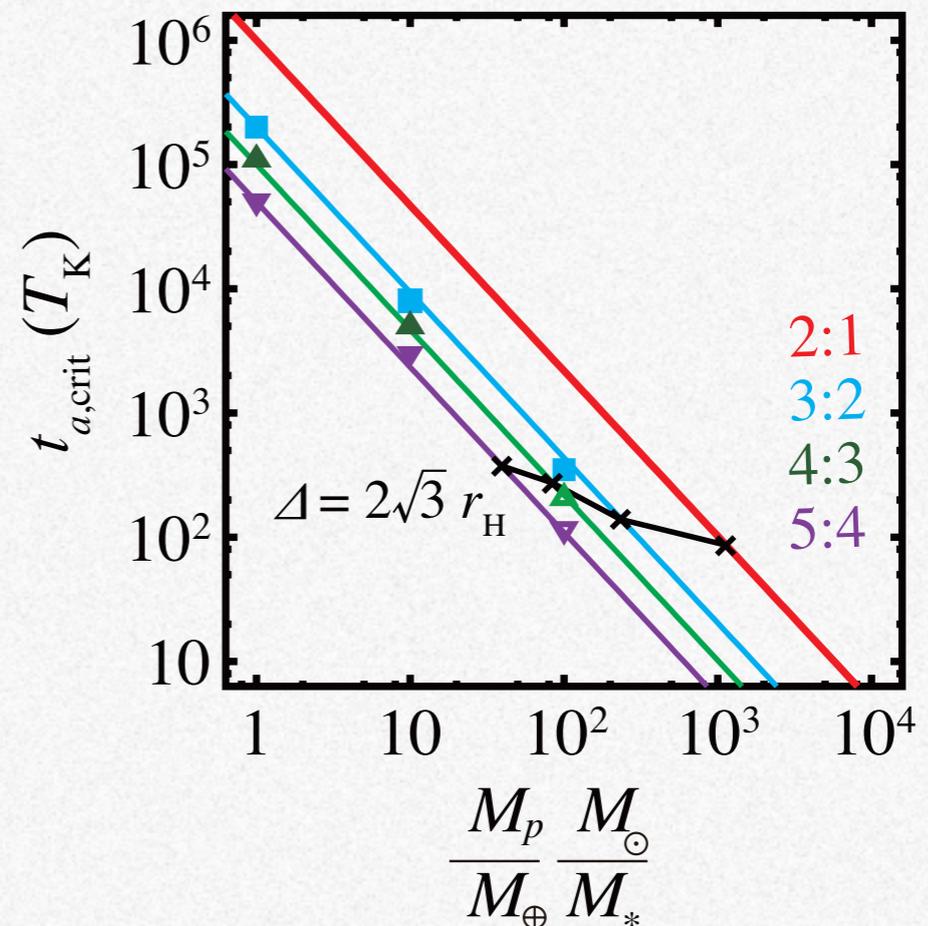
## ■ 計算モデル



## ■ 計算結果

捕獲条件:  $t_a > t_{a,crit}$

- $t_a$ によって入る共鳴が決定
- 速い軌道移動のとき  
近くの共鳴まで入り込む

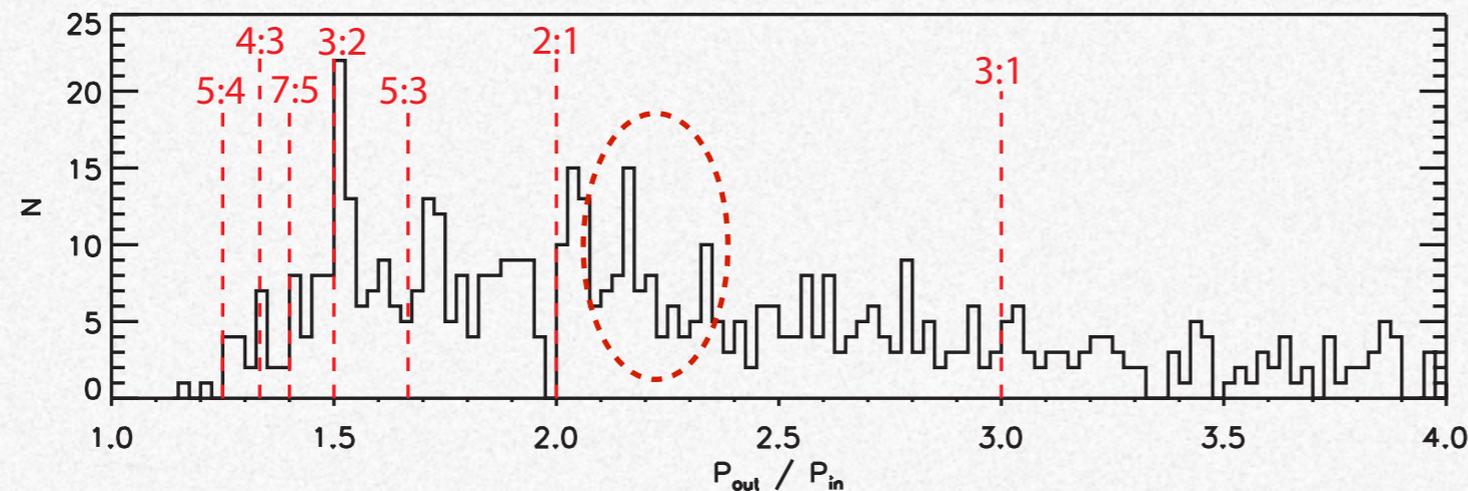


### 3. 平均運動共鳴からの脱出条件

---

# 共鳴からの脱出

- 摂動により共鳴の振動を循環に変える過程
- 系外惑星の周期分布の説明の研究



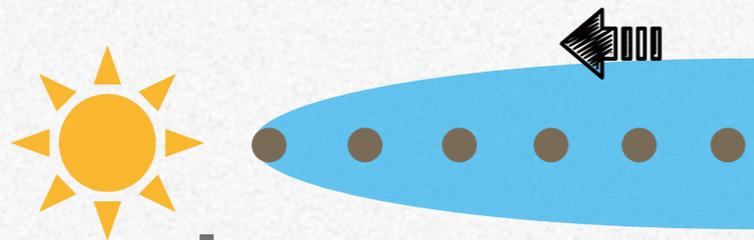
- 多くは共鳴以外( $\Delta_{\text{lib}} < \Delta$ )
  - 共鳴の外に集中
- (Fabrycky+ 2014)

1. 力学的不安定 (Matsumoto+ 2012)
2. 確率的な摂動
  - 微惑星 (Chatterjee & Ford 2014)
  - 円盤の乱流 (Rein 2012, Jakubík+ 2012)
3. 潮汐進化
  - 中心星との潮汐進化 (e.g., Papaloizou 2011)
  - 円盤ガスとの潮汐進化 (Baruteau & Papaloizou 2013)

# 共鳴にある系の力学的安定性

## ■ 計算モデル

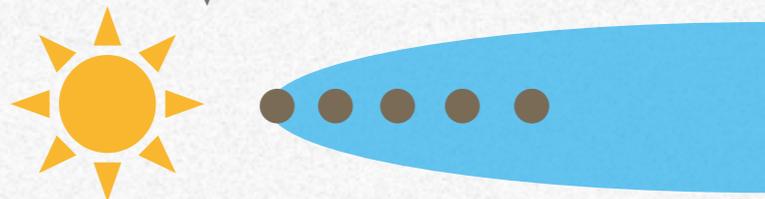
### - 初期条件



円盤ガスとの相互作用で軌道移動

- 軌道長半径の減衰 (Tanaka+ 2002)
- 離心率の減衰 (Tanaka & Ward 2004)

↓ 軌道移動



共鳴軌道 ( $p+1:p$ )

↓ ガス散逸



安定時間の測定

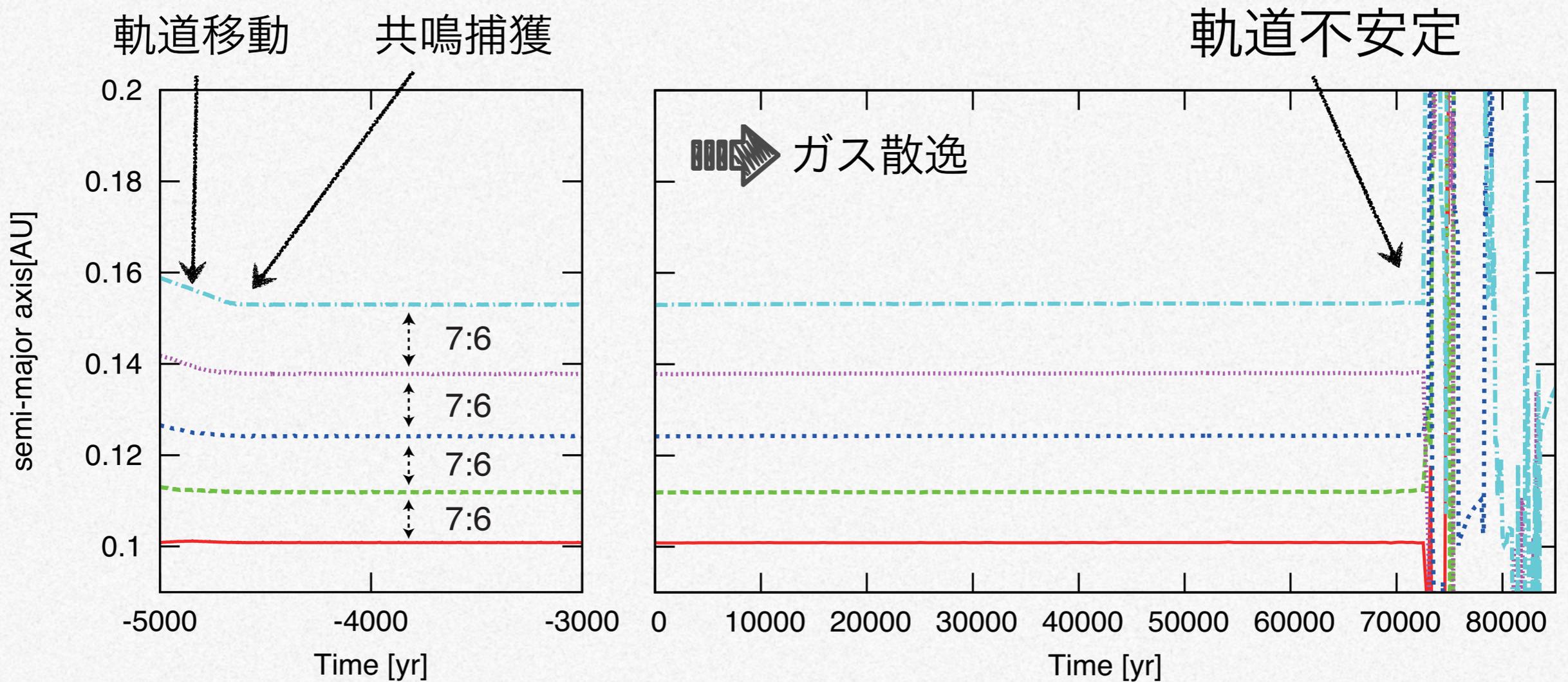
### - 計算終了条件

$$r_{ij} < r_H \text{ or } t > \sim 10^8 T_{\text{Kep.}}$$

# 共鳴にある系の力学的安定性

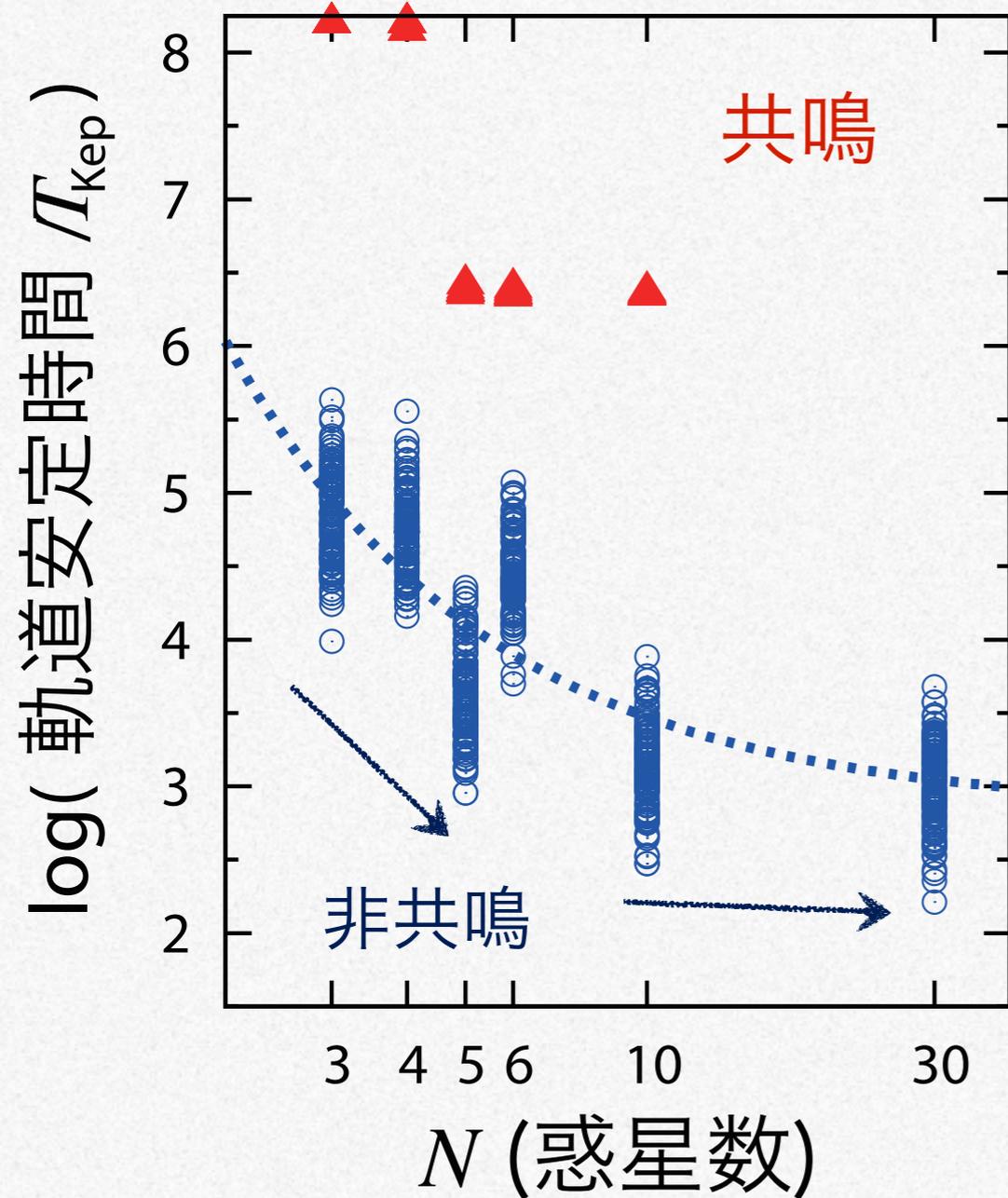
## ■ 軌道進化の典型例

5体, 7:6,  $M_p/M_* = 10^{-5}$ ,  $\tau(\text{ガス散逸}) = 10^4 \text{yr}$



# 共鳴惑星のCritical Number

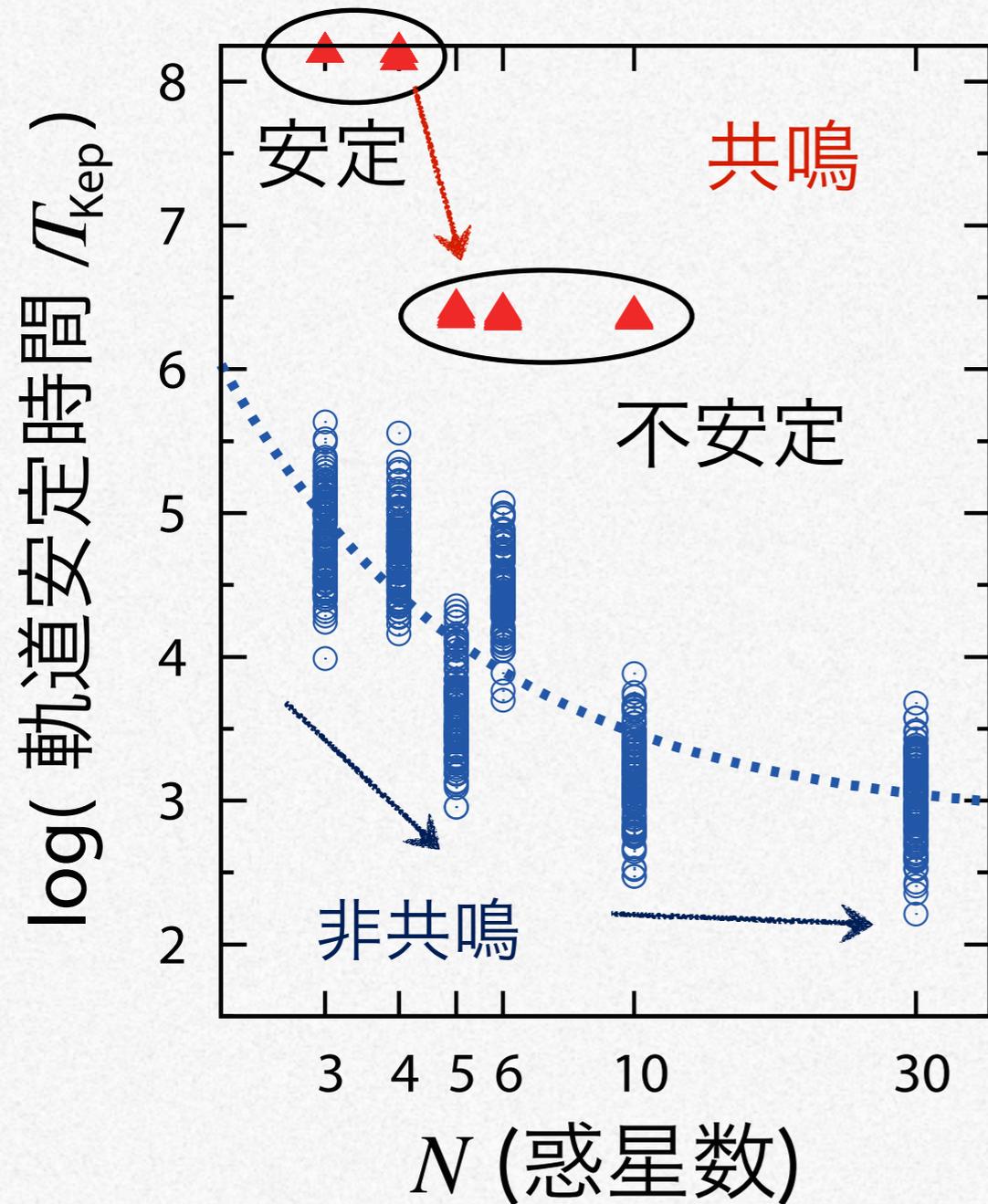
7:6,  $M_p/M_* = 10^{-5}$ ,  $\Delta a = 5.456 r_H$



非共鳴  
なだらかな減少後ほぼ一定

# 共鳴惑星のCritical Number

7:6,  $M_p/M_* = 10^{-5}$ ,  $\Delta a = 5.456 r_H$



共鳴

惑星数が多いと不安定

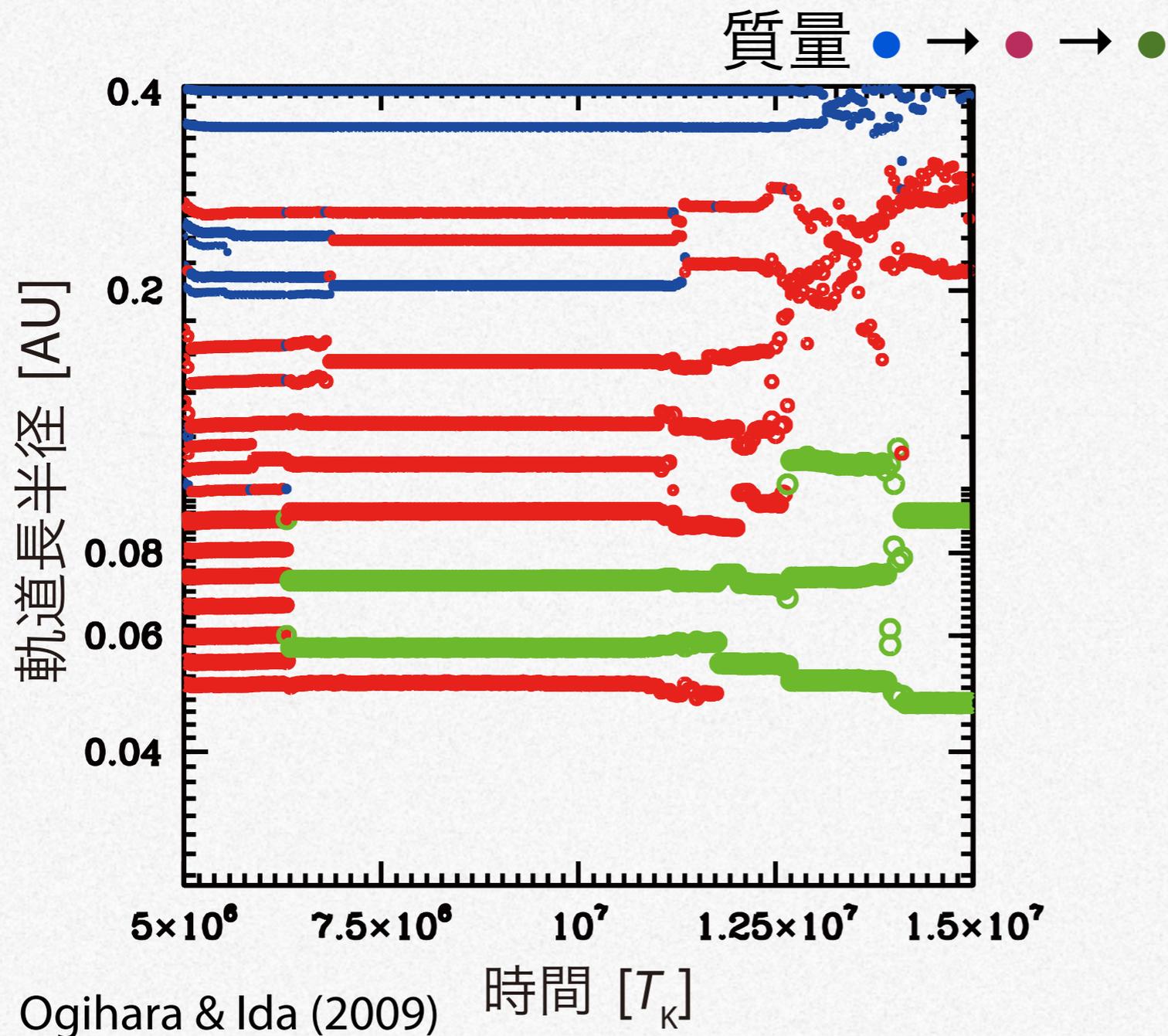
$N_{\text{crit}}$  : 安定な領域の最大個数,

$N_{\text{crit}}=4$

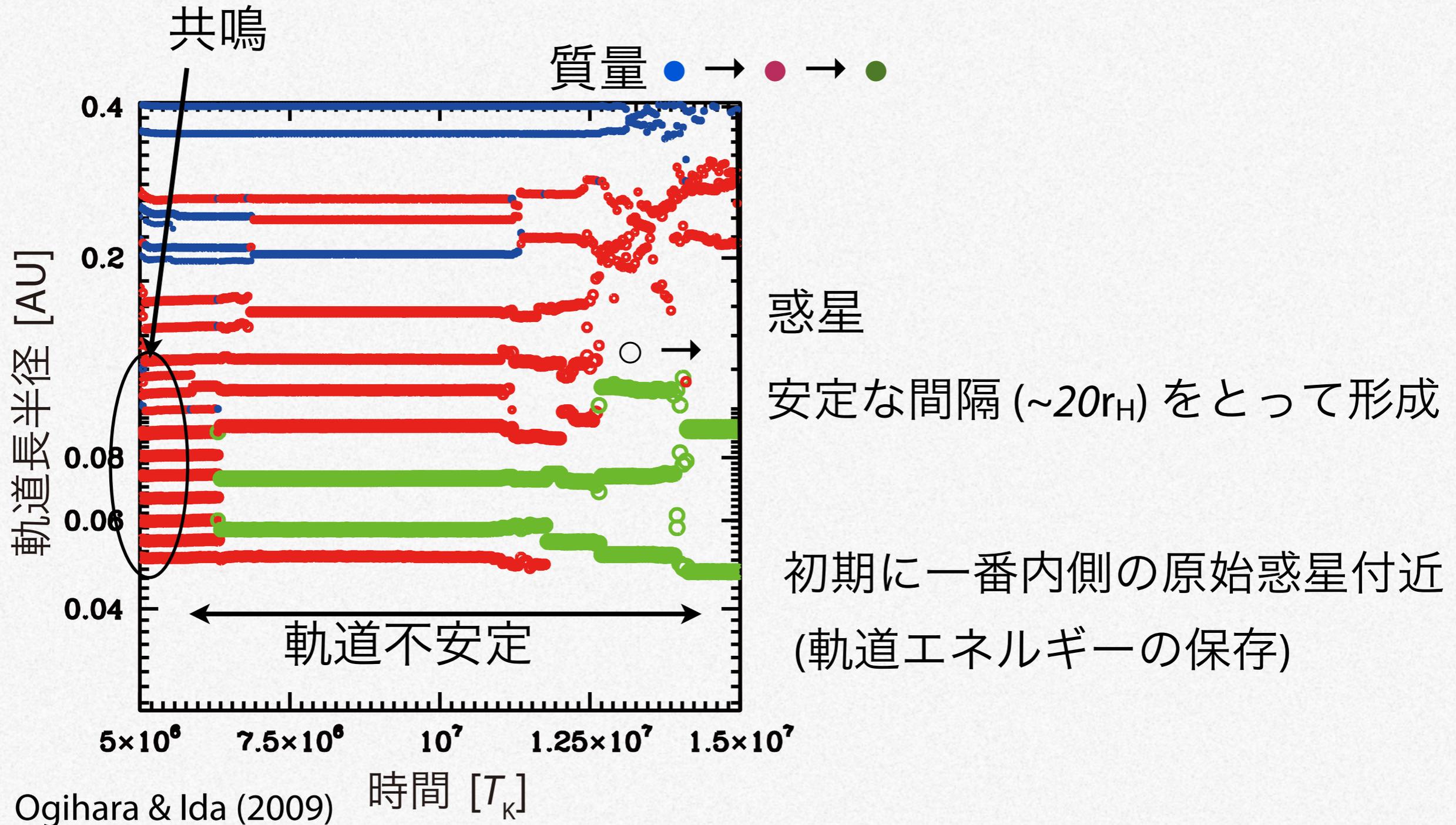
非共鳴

なだらかな減少後ほぼ一定

# 軌道不安定後に形成する惑星



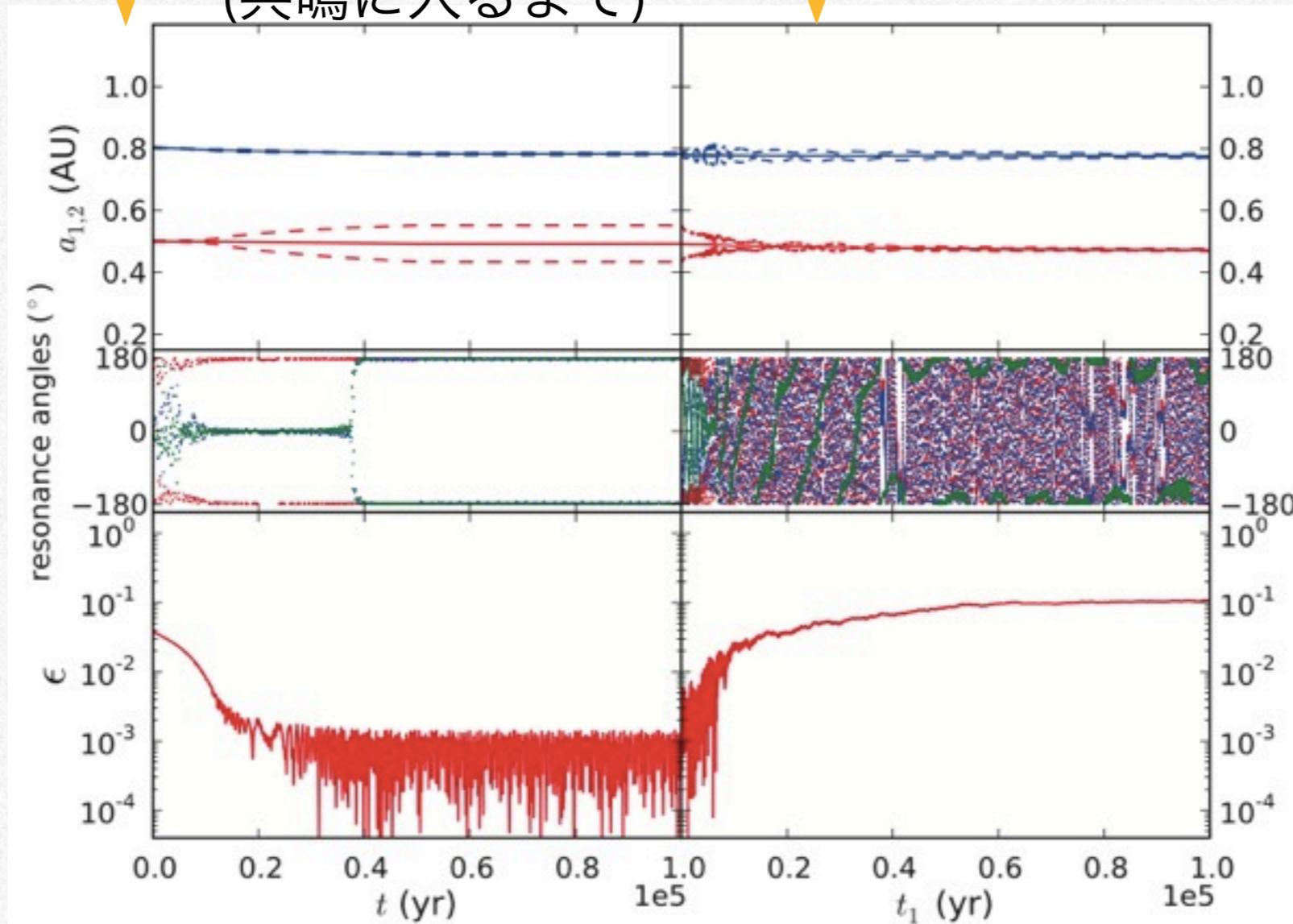
# 軌道不安定後に形成する惑星



# 微惑星による惑星への摂動

Chatterjee & Ford (2014)

共鳴にある惑星系に対する微惑星の摂動の影響

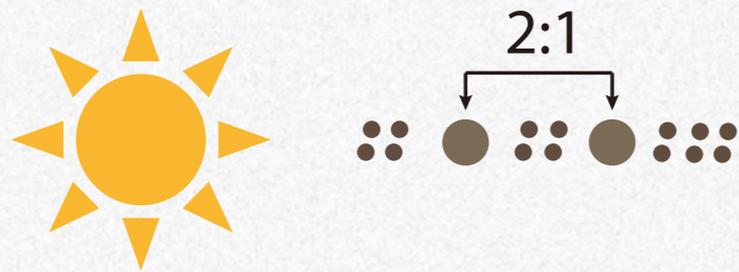


$$\epsilon = P_2/P_1 - 2$$

# 微惑星による惑星への摂動

Chatterjee & Ford (2014)

共鳴にある惑星系に対する微惑星の摂動の影響

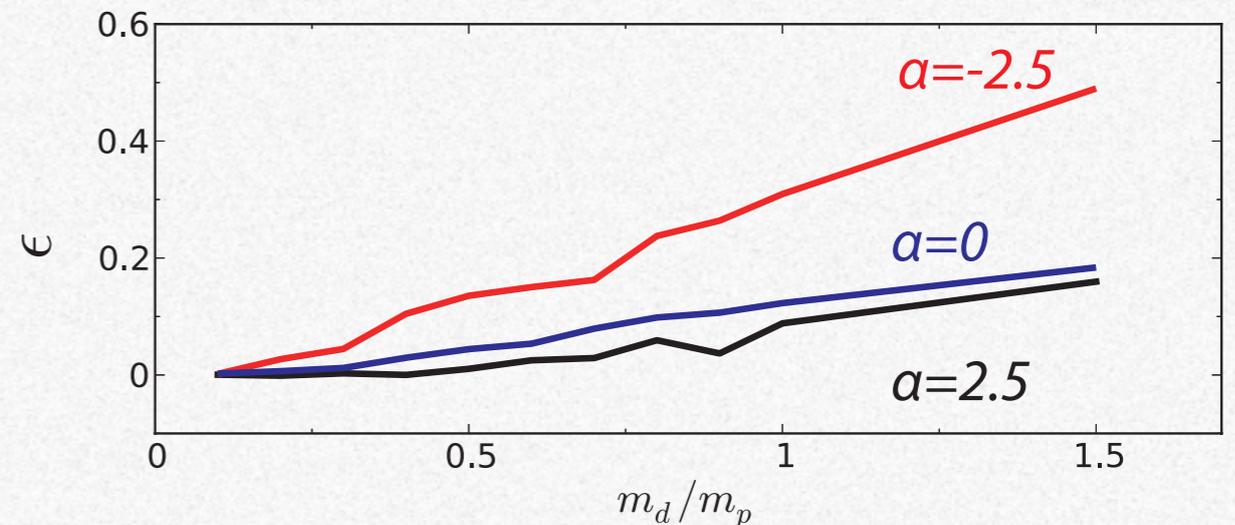


微惑星面密度  $\propto a^{a+1}$ ,  
全微惑星質量  $m_d$ ,  
全惑星質量  $m_p$ ,

$$\epsilon = P_2/P_1 - 2$$

共鳴の振幅:  $\epsilon < \sim 10^{-3}$

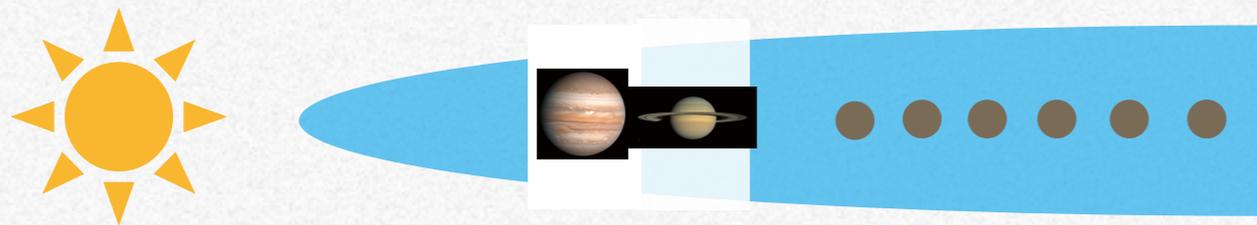
$m_d/m_p \leq 0.2$ では共鳴を維持,  
それ以上では周期比が増加



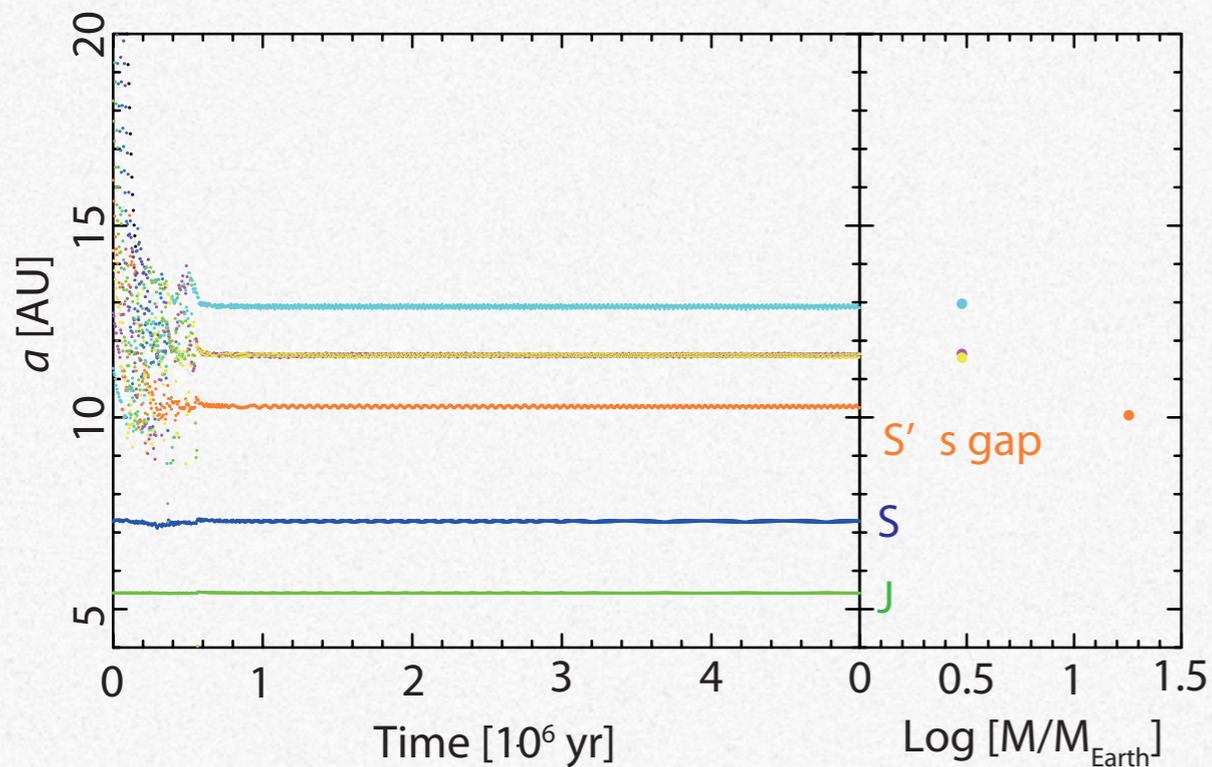
# 円盤の乱流による惑星への摂動

Jakubík+ (2012)

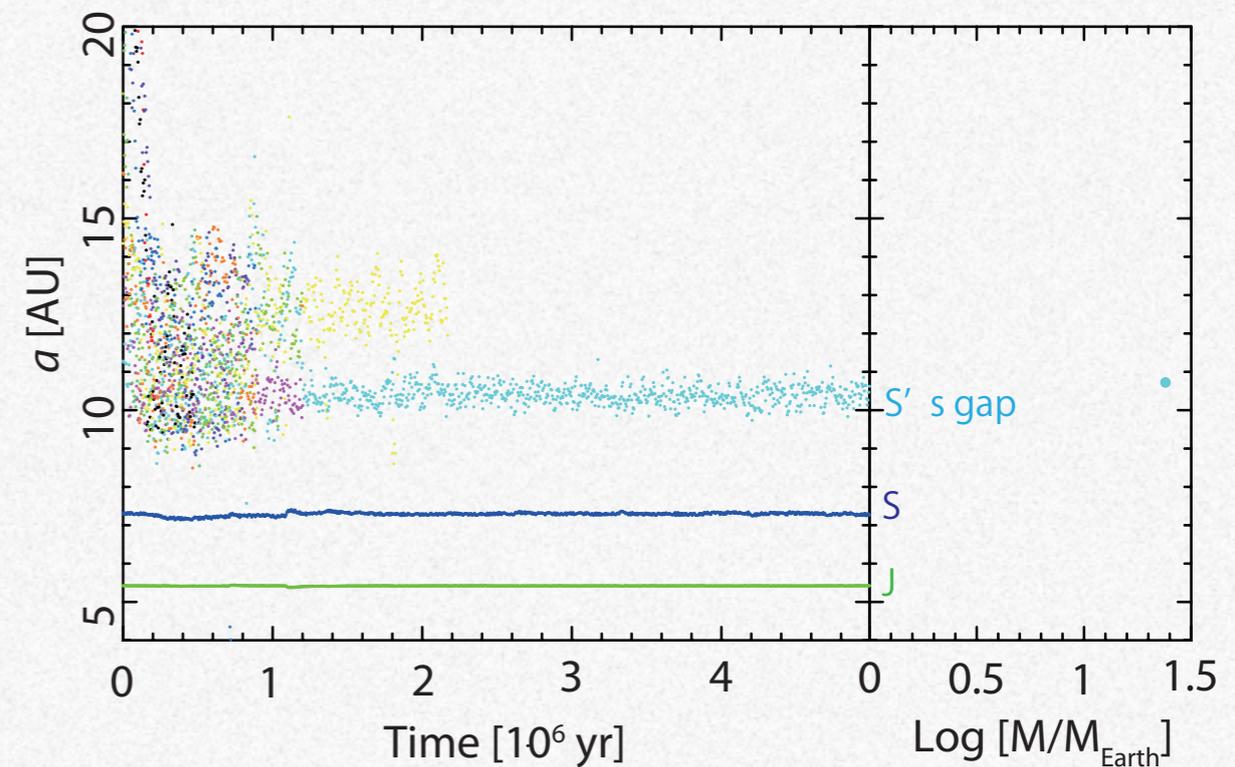
木星, 土星以遠での惑星集積のN体計算



乱流なし



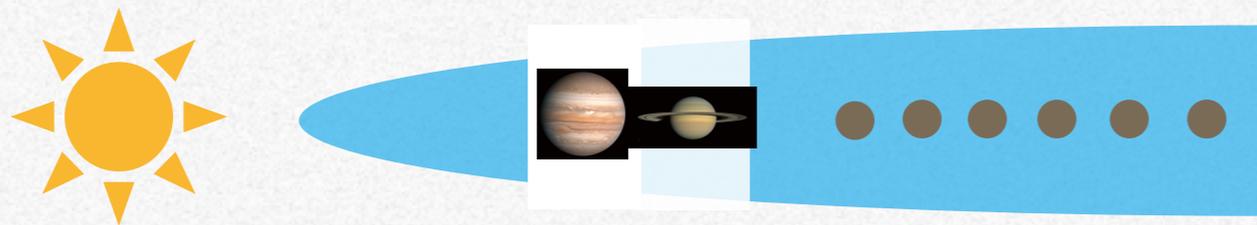
乱流 ( $\gamma=3 \times 10^{-3}$ )



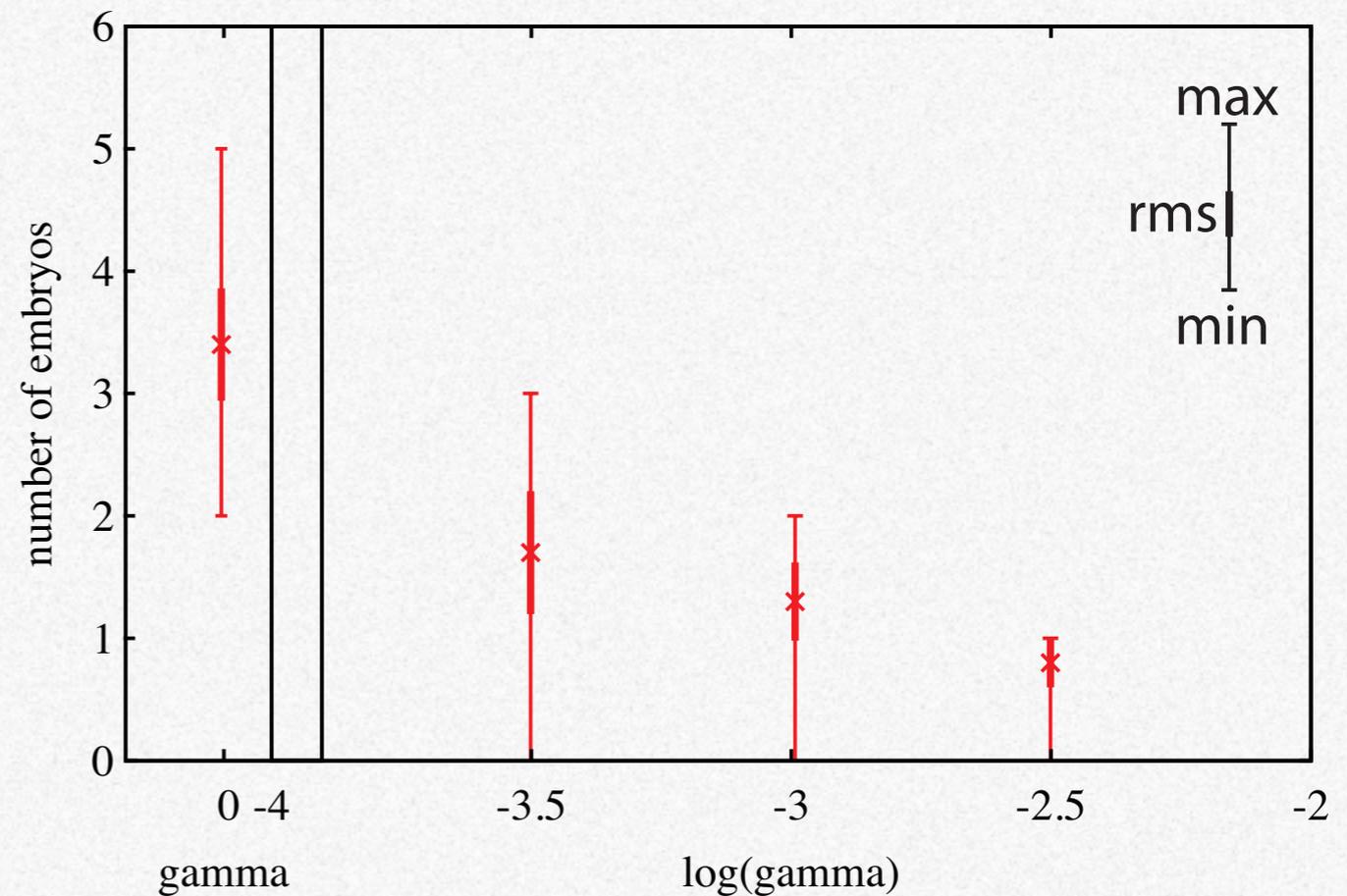
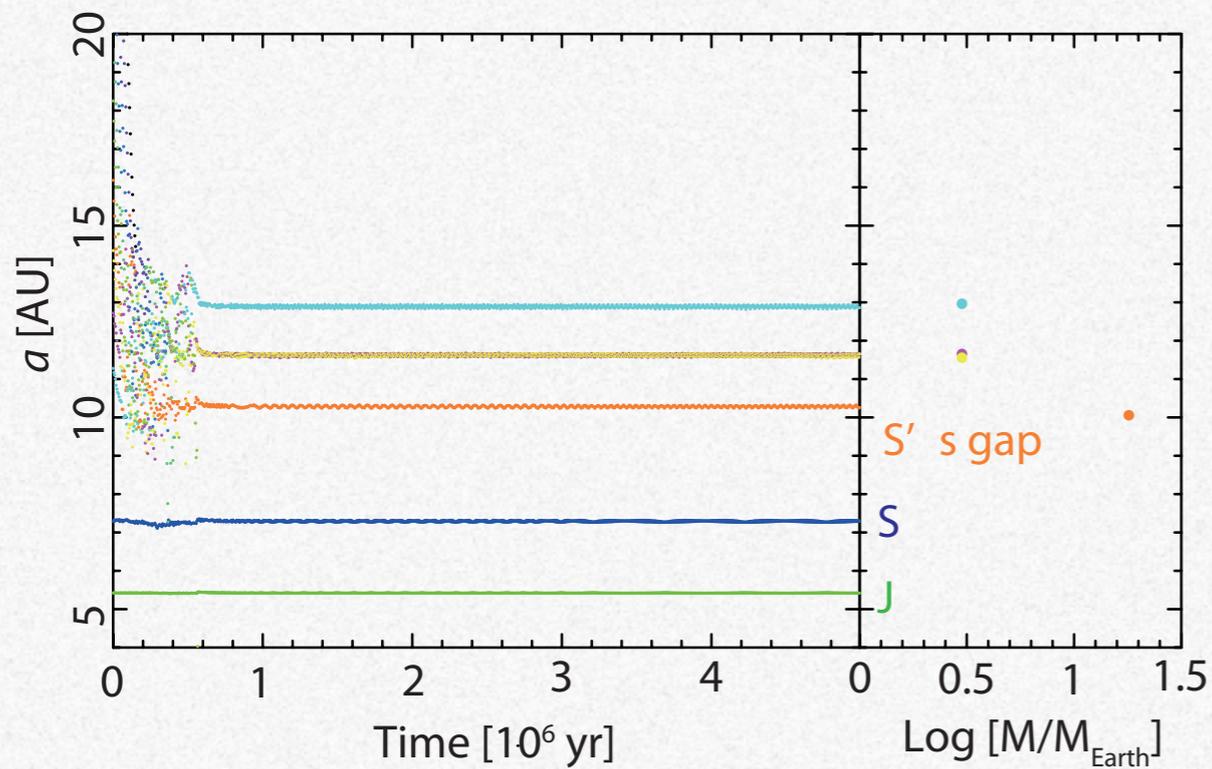
# 円盤の乱流による惑星への摂動

Jakubík+ (2012)

木星, 土星以遠での惑星集積のN体計算



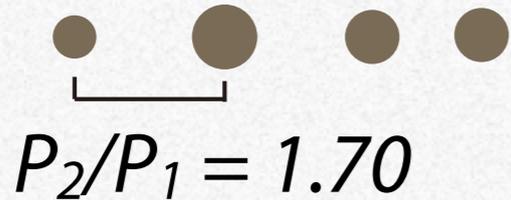
乱流なし



# 中心星との潮汐進化

e.g., Papaloizou (2011)

GJ 581



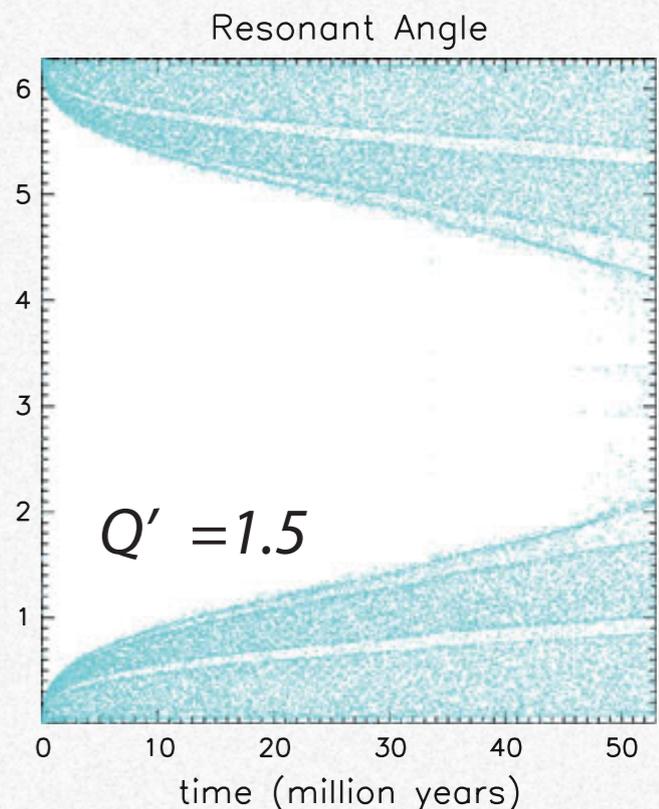
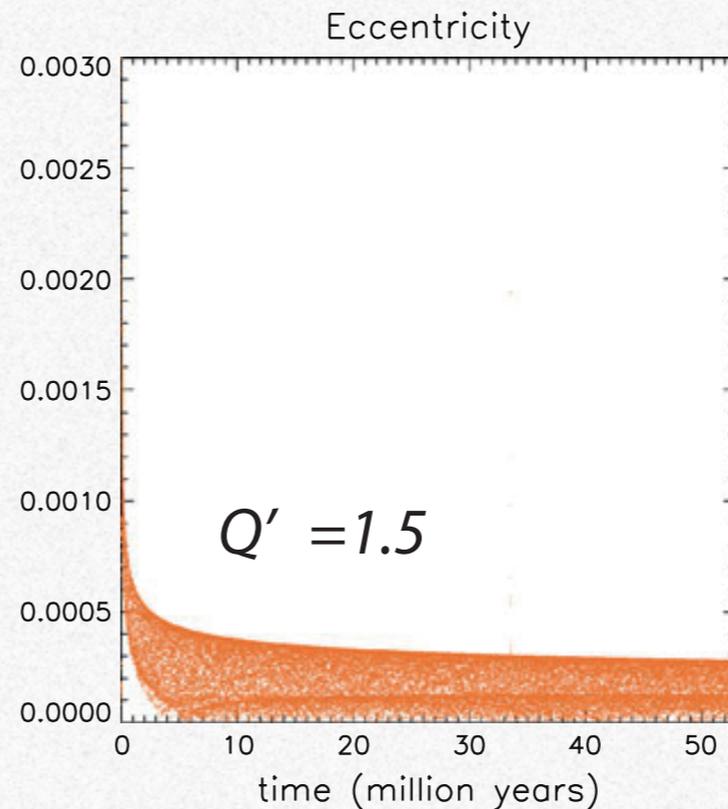
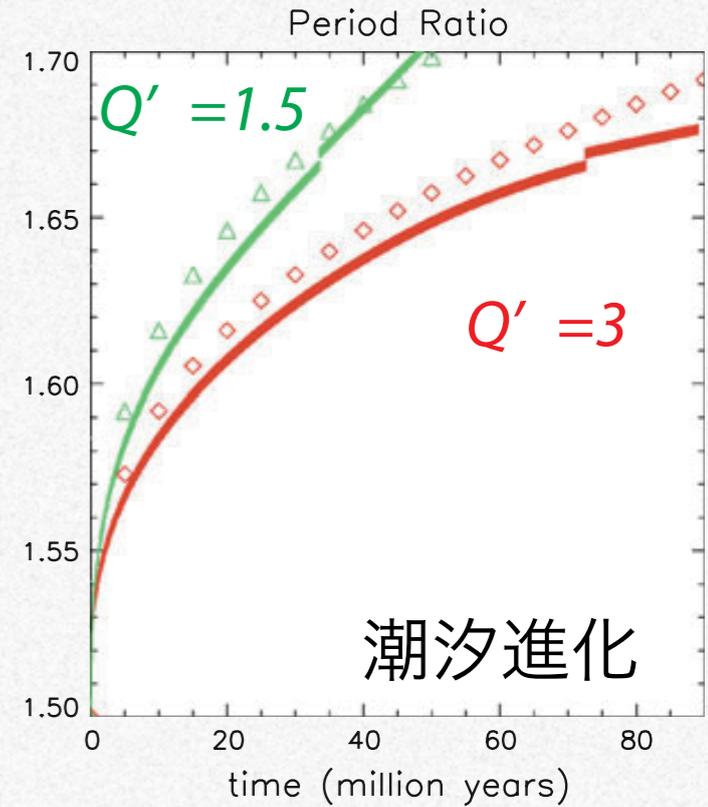
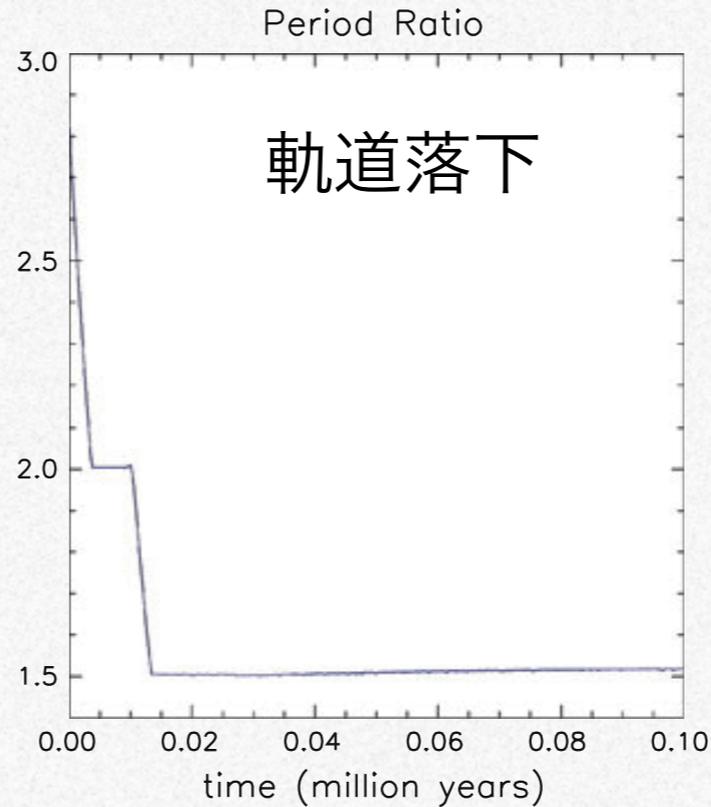
$$t_{\text{tide}} = 4.6 \times 10^4 (a/0.05 \text{ AU})^{6.5} Q' \text{ yr}$$

$$Q' = 1.5Q/k_2,$$

$Q$ : tidal  $Q$ ,  $k_2$ : Love number

太陽系岩石惑星

$$: 50 \leq Q' \leq 2500$$



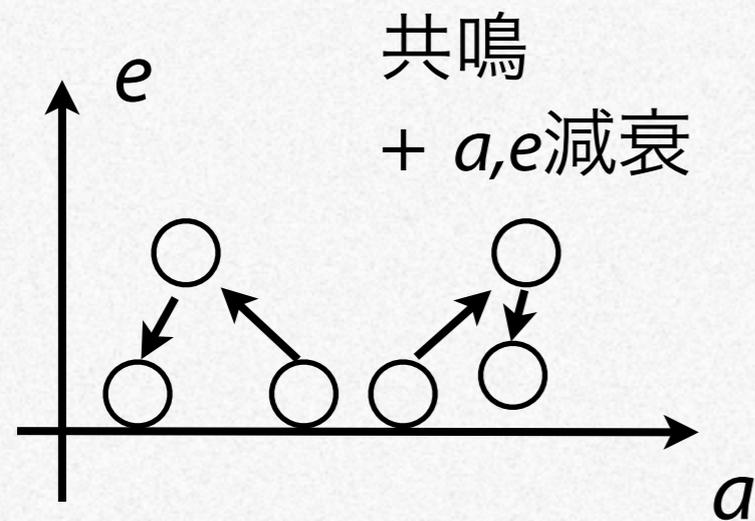
# 中心星との潮汐進化

e.g., Papaloizou (2011)

1. 共鳴に入ると離心率が上がる

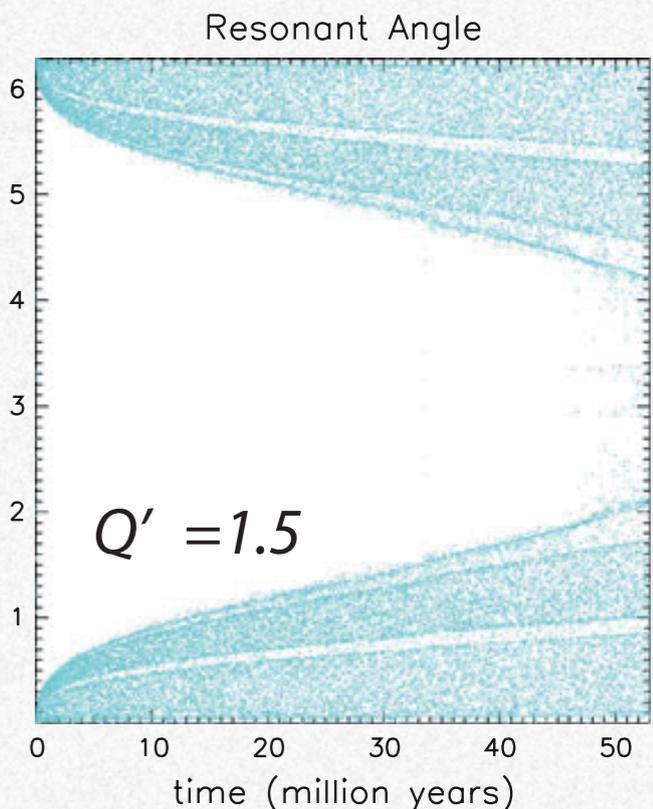
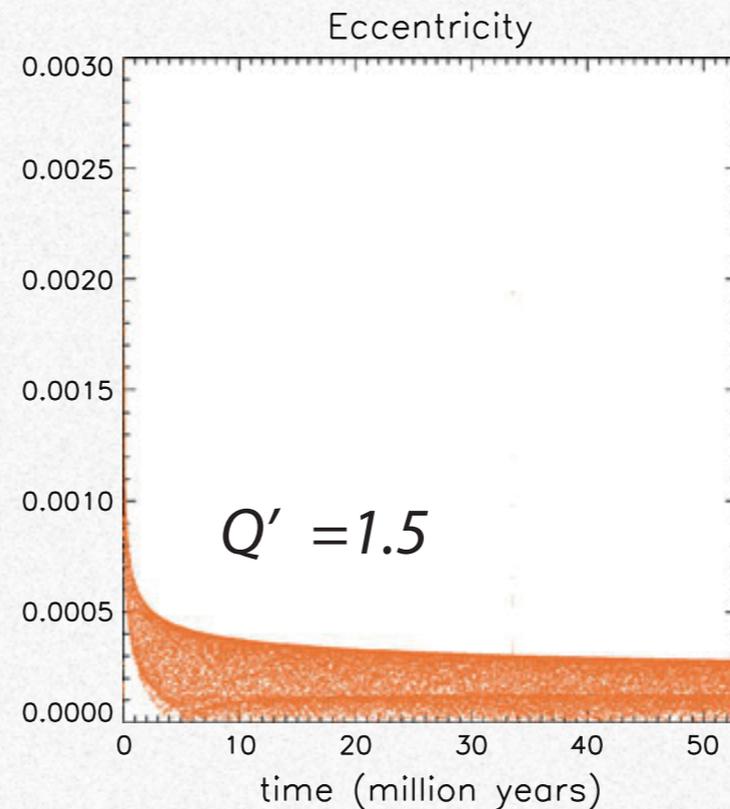
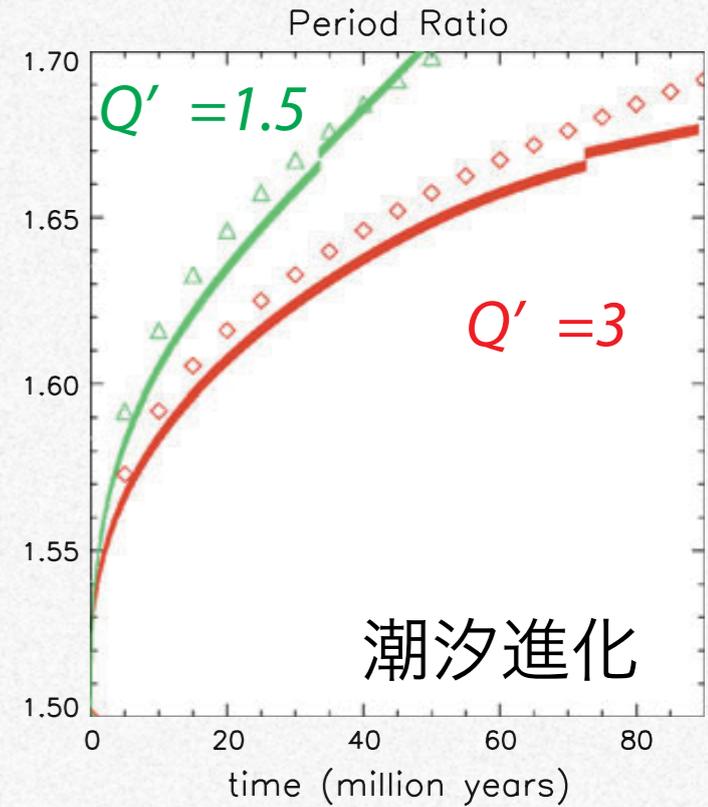
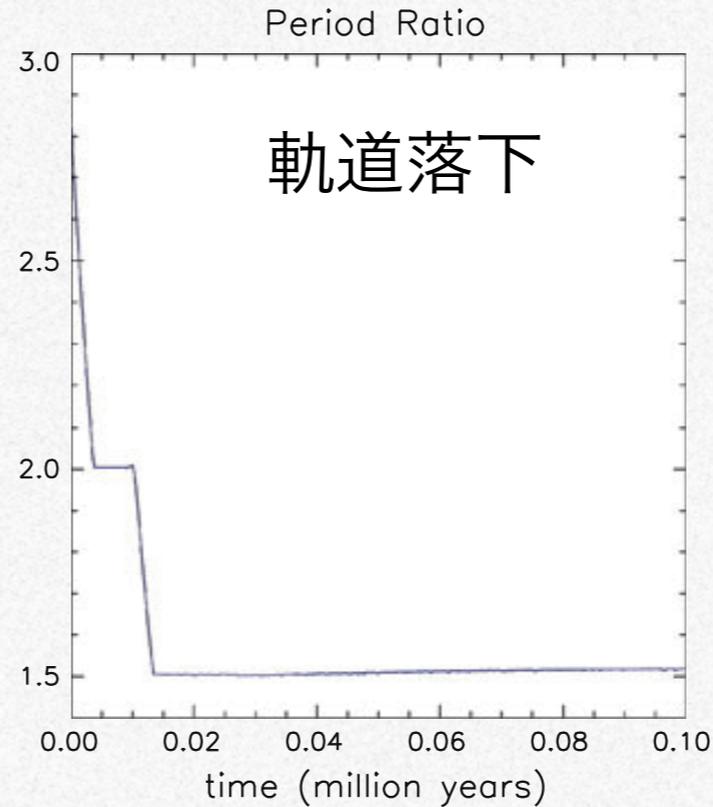
$$p+1:p \text{ で } e_{\text{res}} = \Delta_{\text{lib}}/pa,$$

2. 潮汐がこれを減衰,  
共鳴から外れていく



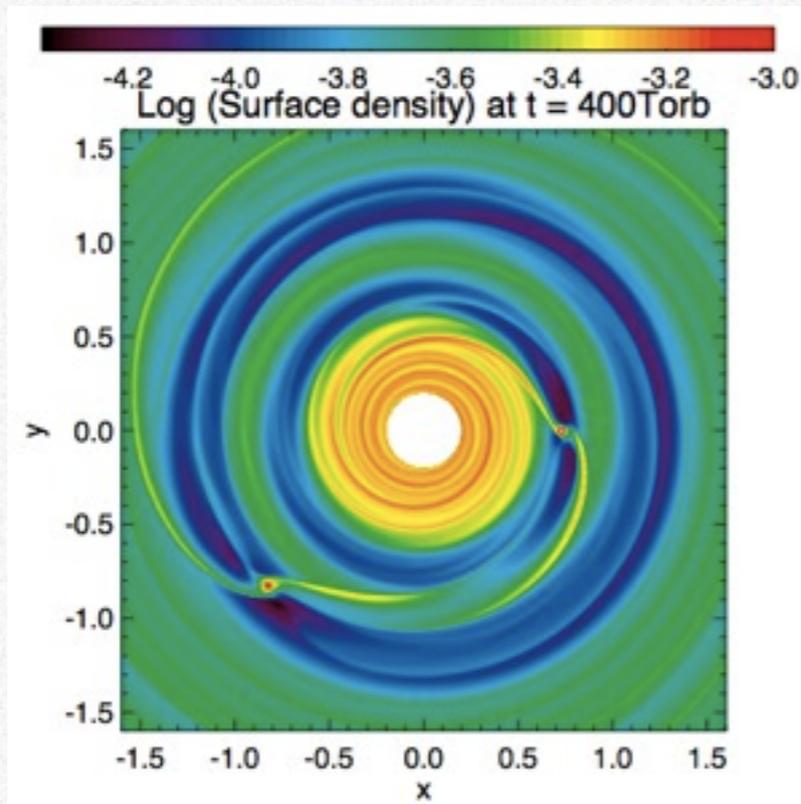
内側は早く進化

→ 周期比は増加



# 円盤ガスとの潮汐進化

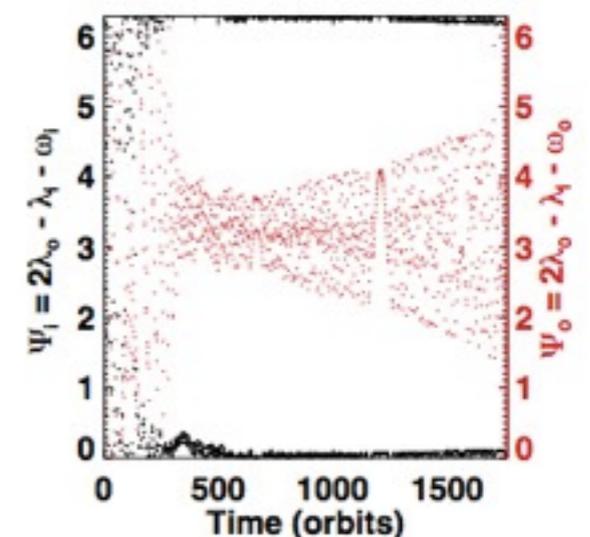
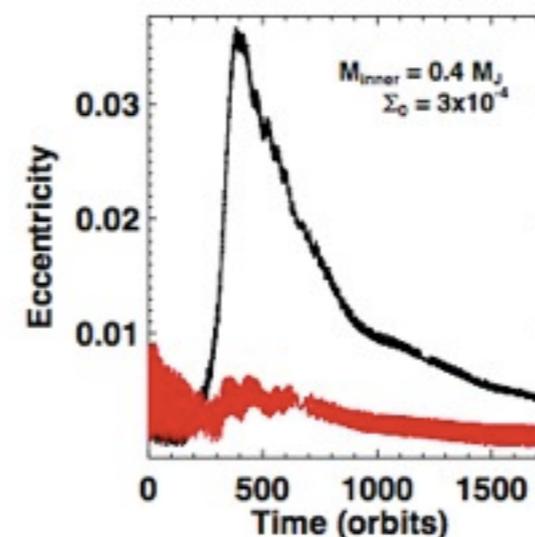
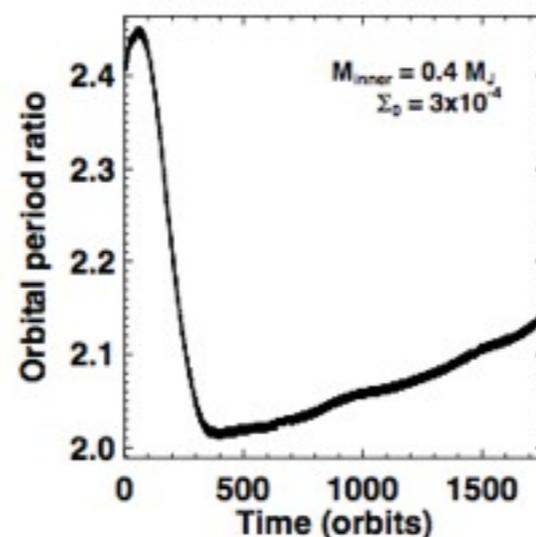
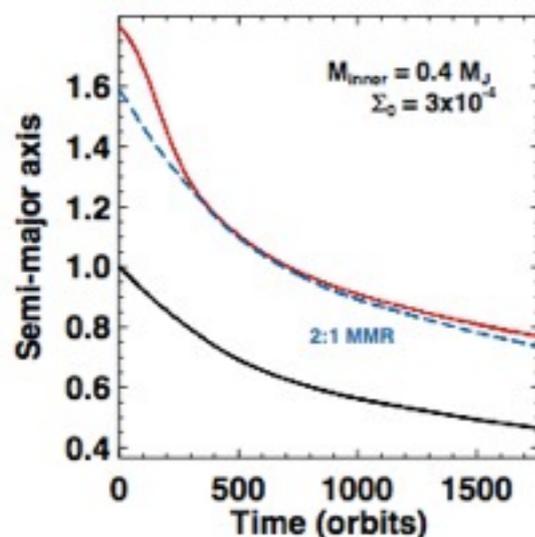
Baruteau & Papaloizou (2013)



惑星が円盤に共通空隙を開ける

- 軌道落下しにくい
- 離心率は減衰

中心星との潮汐と同様に  
共鳴から外れる



# 潮汐進化後の軌道不安定

resonant angle : 振動  $\xrightarrow{\text{潮汐}}$  循環  
 (共鳴効果なし)

共鳴

潮汐進化

- 潮汐による離心率減衰

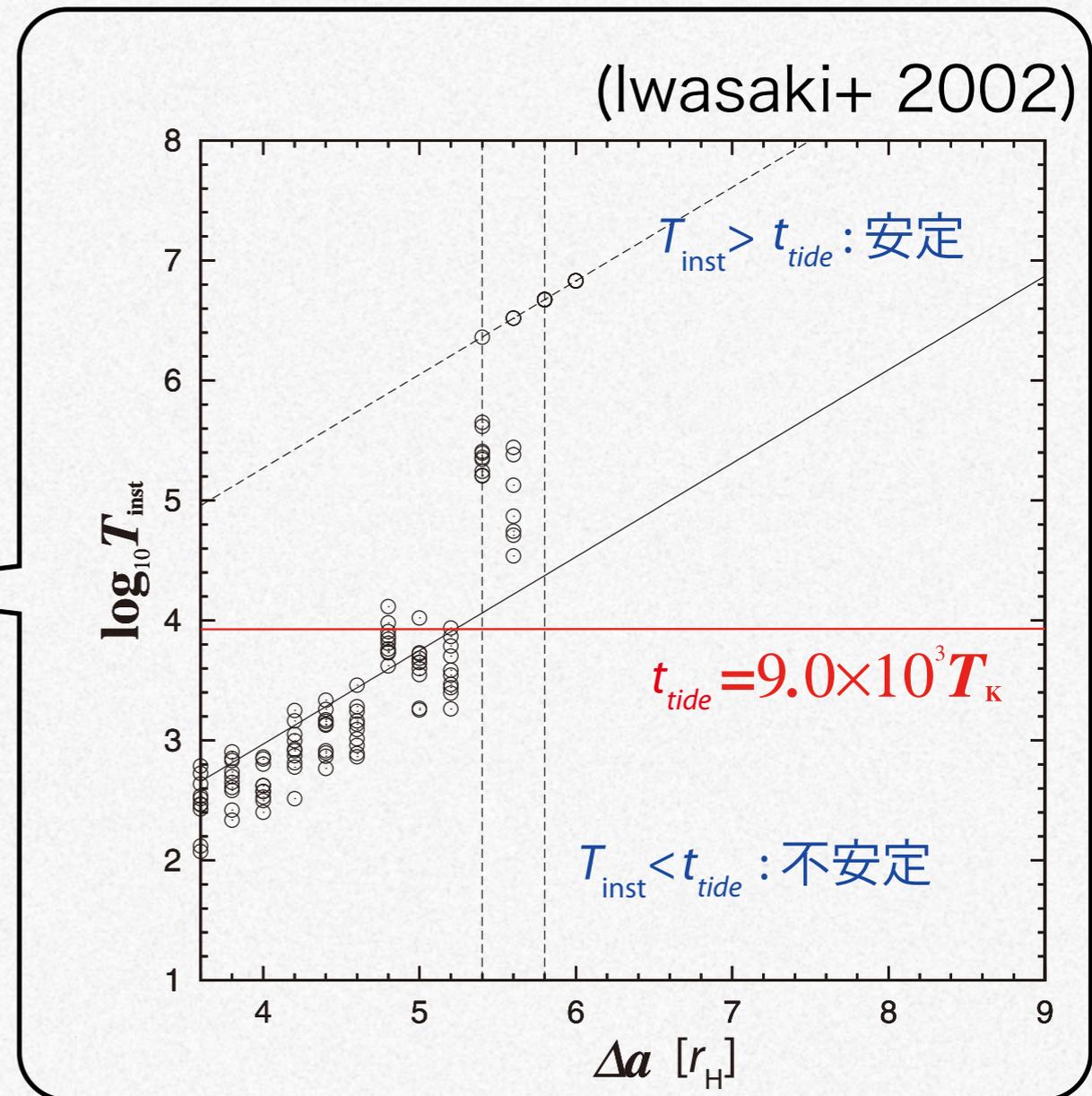
$$: t_{\text{tide}} = 4.6 \times 10^4 (a/0.05 \text{AU})^{6.5} Q' \text{yr}$$

- 非共鳴の軌道安定時間

$$: T_{\text{inst}}$$

$T_{\text{inst}} < t_{\text{tide}}$  のとき軌道不安定

非共鳴系の形成



# 共鳴からの脱出まとめ

---

## 1. 力学的不安定 (Matsumoto+ 2012)

共鳴に入った天体数が多い時に軌道不安定

## 2. 確率的な摂動

- 微惑星 (Chatterjee & Ford 2014)

$m_d/m_p \leq 0.2$ で惑星の周期比が増加し共鳴から脱出

- 円盤の乱流 (Rein 2012, Jakubík+ 2012)

乱流が惑星を共鳴から外す、共鳴への捕獲を阻害

## 3. 潮汐進化

- 中心星との潮汐進化 (e.g., Papaloizou 2011)

軌道長半径,  $Q$ 値が小さい時、周期比が増加

- 円盤ガスとの潮汐進化 (Baruteau & Papaloizou 2013)

惑星が円盤に共通空隙を開けることで周期比が増加

## 4. 衛星系への応用

---

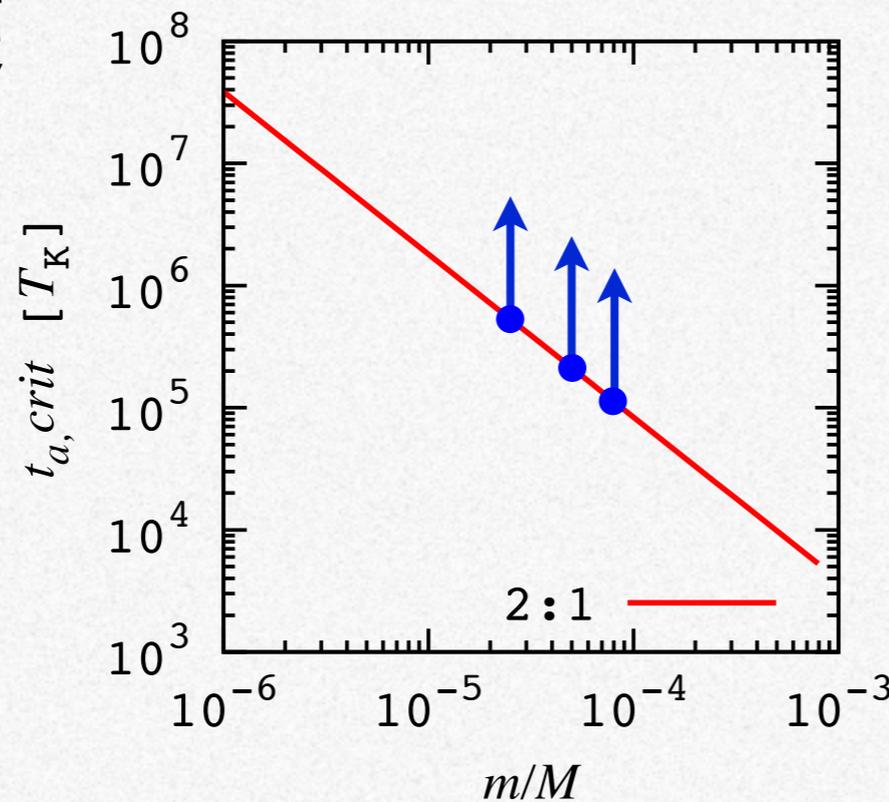
# 木星系の場合

## ガリレオ衛星



周期比	-	2.008	2.014	2.333
Mass/ $M_J$	$4.7 \times 10^{-5}$	$2.5 \times 10^{-5}$	$7.8 \times 10^{-5}$	$5.7 \times 10^{-5}$

■ 捕獲



$t(\text{共鳴の振動}) < t(\text{軌道移動})$

経験した軌道移動:  $t_a > \sim 5 \times 10^5 T_K$

# 木星系の場合

## ガリレオ衛星



周期比	-	2.008	2.014	2.333
Mass/ $M_J$	$4.7 \times 10^{-5}$	$2.5 \times 10^{-5}$	$7.8 \times 10^{-5}$	$5.7 \times 10^{-5}$

### ■ 共鳴から脱出しない

力学的不安定

× 確率的な摂動

潮汐進化

# 木星系の場合

## ガリレオ衛星



周期比	-	2.008	2.014	2.333
Mass/ $M_J$	$4.7 \times 10^{-5}$	$2.5 \times 10^{-5}$	$7.8 \times 10^{-5}$	$5.7 \times 10^{-5}$

### ■ 共鳴から脱出しない

- × 力学的不安定
- × 確率的な摂動
- × 潮汐進化

遅い軌道移動をするが、  
4つの主な衛星のみが形成、  
不安定を起こさない

→ 成長後軌道移動ではなく、  
軌道移動し現在の場所で成長

# 木星系の場合

## ガリレオ衛星



周期比	-	2.008	2.014	2.333
Mass/ $M_J$	$4.7 \times 10^{-5}$	$2.5 \times 10^{-5}$	$7.8 \times 10^{-5}$	$5.7 \times 10^{-5}$

### ■ 共鳴から脱出しない

- × 力学的不安定
- × 確率的な摂動
- × 潮汐進化

周惑星円盤内で形成した場合、円盤は強い乱流状態にはない

周惑星円盤はMRI安定(Fujii+ 2014)と調和的

形成時に周囲の微衛星はガリレオ衛星の20%以下の質量

# 木星系の場合

## ガリレオ衛星



周期比	-	2.008	2.014	2.333
Mass/ $M_J$	$4.7 \times 10^{-5}$	$2.5 \times 10^{-5}$	$7.8 \times 10^{-5}$	$5.7 \times 10^{-5}$

### ■ 共鳴から脱出しない

- 力学的不安定
- × 確率的な摂動
- 潮汐進化

$$t_{e, \text{tide}} \sim \underline{10^9} \left( \frac{M}{10^{-4} M_P} \right)^{-2/3} \left( \frac{a}{20 R_P} \right)^{13/2} \times \left( \frac{Q'}{\underline{1000}} \right) \left( \frac{R_P}{R_J} \right)^{3/2} \left( \frac{M_P}{M_J} \right)^{-1/2} \text{ yr}$$

$Q'$ によっては効く (地球型惑星  $50 \leq Q' \leq 2500$ )

$Q' > \sim 1000$

# 土星系の場合

(SSD, Jacobson+ 2006)

土星系	エンセラダス	ディオオーネ	タイタン	ハイペリオン
周期	1.37 d	2.74 d	15.9 d	21.3 d
周期比	-	1.997	-	1.334
Mass/ $M_S$	$1.9 \times 10^{-7}$	$1.9 \times 10^{-6}$	<u><math>2.4 \times 10^{-4}</math></u>	$0.99 \times 10^{-8}$

土星衛星の質量の~95%,

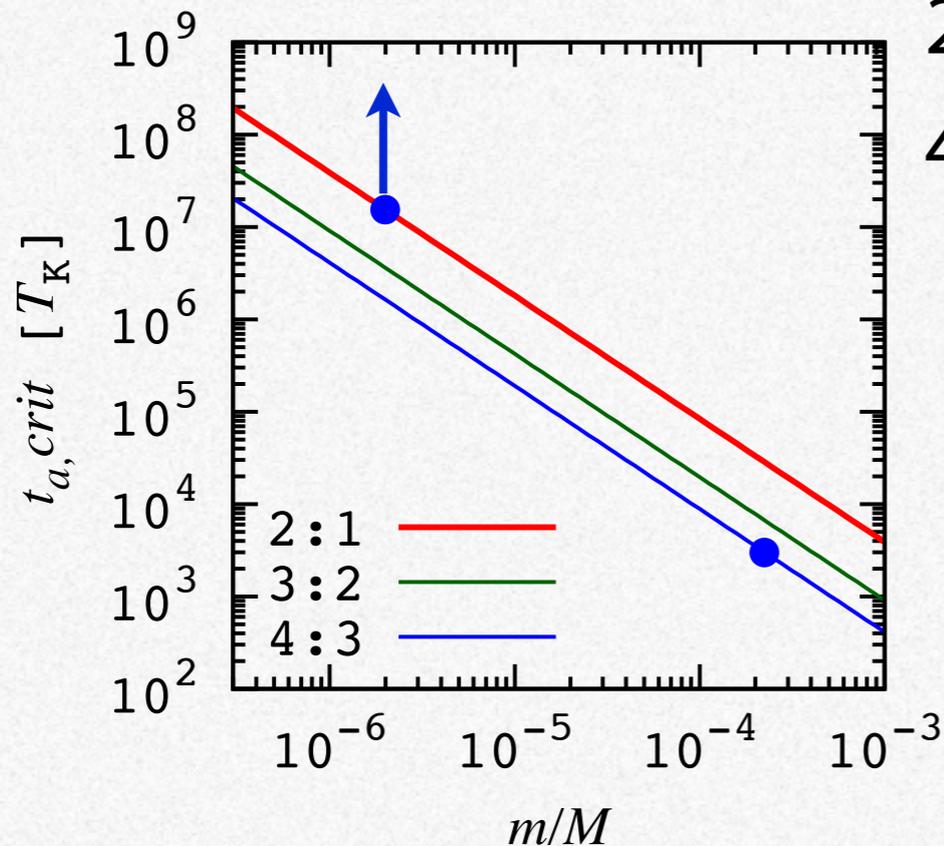
- 共鳴(1:1)以外は上のペア
- Janus-Epimetheusなどいくつかの衛星が軌道を共有 (1:1)
- 多くは共鳴にない

# 土星系の場合

(SSD, Jaconbson+ 2006)

土星系	エンセラダス	ディオオーネ	タイタン	ハイペリオン
周期	1.37 d	2.74 d	15.9 d	21.3 d
周期比	-	1.997	-	1.334
Mass/ $M_s$	$1.9 \times 10^{-7}$	$1.9 \times 10^{-6}$	$2.4 \times 10^{-4}$	$0.99 \times 10^{-8}$

## ■ 共鳴の捕獲



$$2:1 \rightarrow t_a \geq 10^7 T_K,$$

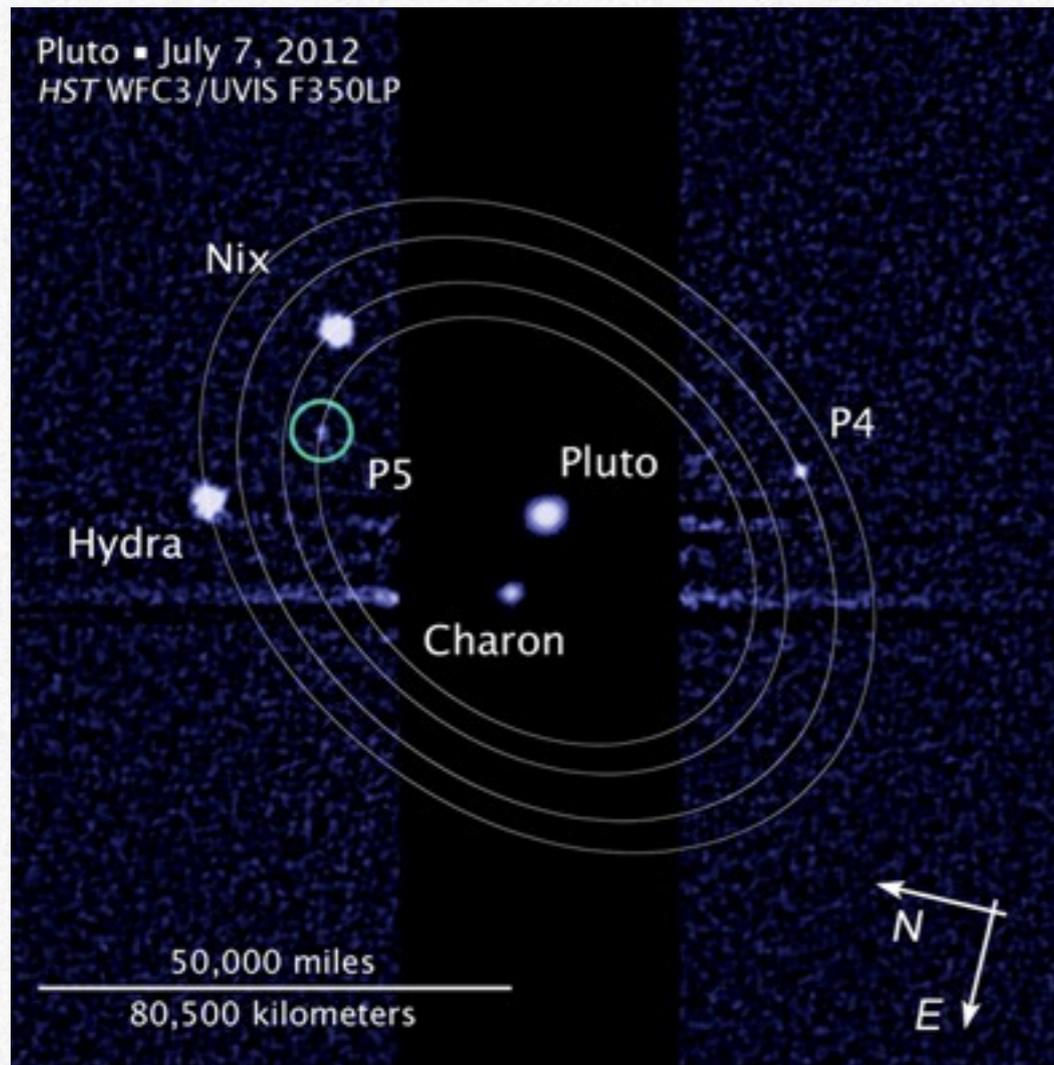
$$4:3 \rightarrow 10^4 T_K > \sim t_a > \sim 10^3 T_K,$$

→  $t_a$ の全く異なる軌道移動,

- 動径方向に $t_a$ の大きく異なる軌道移動
- 別の軌道移動メカニズム
  - ・土星系内で異なる
  - ・木星系とタイタンは異なる？

# 冥王星系の場合

冥王星系	カロン	ステュクス	ニクス	ケルベロス	ヒドラ
周期比	-	3.21	1.23	1.29	1.19
Mass/ $M_{\text{Pluto}}$	0.117	?	$4.46 \times 10^{-5}$	?	$2.46 \times 10^{-5}$



Tholen+ (2008), Buie+ (2013)

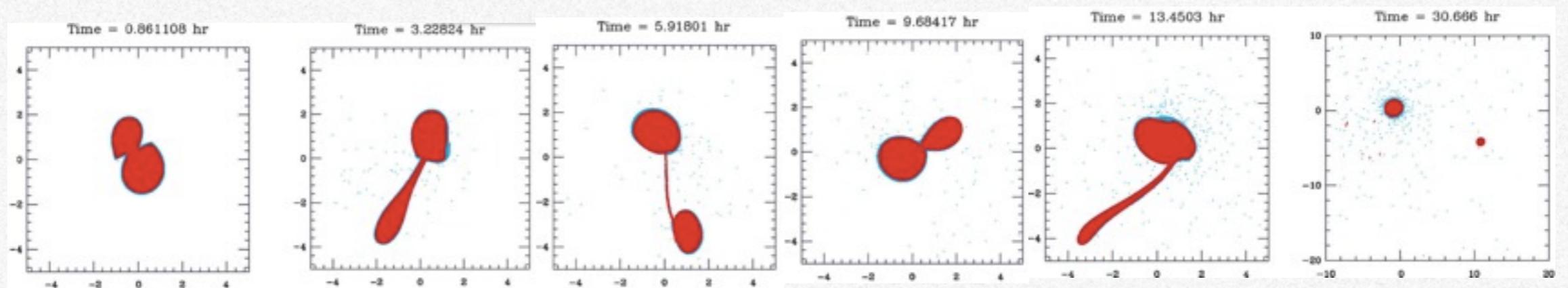
# 冥王星系の場合

冥王星系	カロン	ステュクス	ニクス	ケルベロス	ヒドラ
周期比	-	3.21	1.23	1.29	1.19
Mass/ $M_{\text{Pluto}}$	0.117	?	$4.46 \times 10^{-5}$	?	$2.46 \times 10^{-5}$

Tholen+ (2008), Buie+ (2013)

## ■ 冥王星系の形成

巨大衝突による形成 (e.g., Canup 2011)



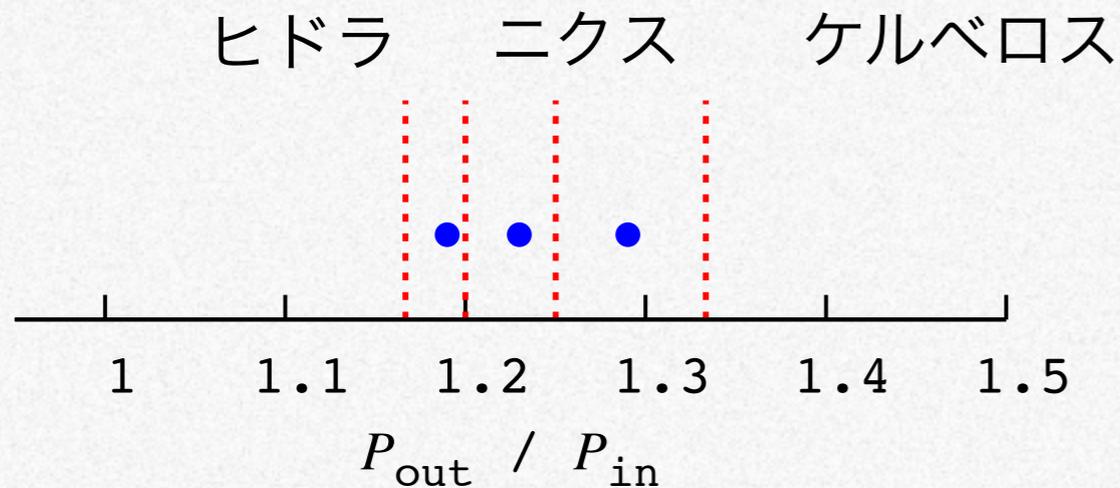
●: hydrated silicate; ●: water ice

+ 潮汐進化 (e.g., Ward & Canup 2006)

# 冥王星系の場合

冥王星系	カロン	ステュクス	ニクス	ケルベロス	ヒドラ
周期比	-	3.21	1.23	1.29	1.19
Mass/ $M_{\text{Pluto}}$	0.117	?	$4.46 \times 10^{-5}$	?	$2.46 \times 10^{-5}$

## ■ 共鳴からのずれ



共鳴の振幅:  $\Delta p_{\text{lib}} \sim 10^{-3} P_{\text{in}}$

共鳴にない (Tholen+ 2008)

## - 冥王星-カロンとの潮汐進化

$$t_e \sim 10^7 (Q/100) (a/r_{\text{Pluto-Charon}})^{6.5} \text{ yr,}$$

$$e_{\text{Nix}} = 0.0023 \pm 0.0021,$$

$$e_{\text{Hydra}} = 0.0052 \pm 0.0011,$$

$$\updownarrow$$

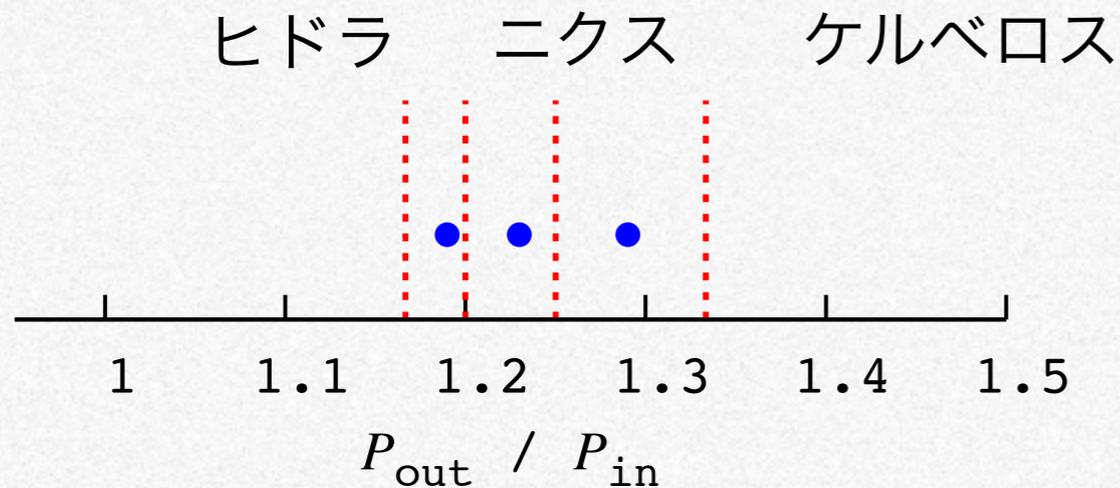
$$e_{\text{res}} \sim 0.01$$

共鳴に入って上昇した離心率の減衰で周期比がずれている？

# 冥王星系の場合

冥王星系	カロン	ステュクス	ニクス	ケルベロス	ヒドラ
周期比	-	3.21	1.23	1.29	1.19
Mass/ $M_{\text{Pluto}}$	0.117	?	$4.46 \times 10^{-5}$	?	$2.46 \times 10^{-5}$

## ■ 共鳴からのずれ



共鳴の振幅:  $\Delta p_{\text{lib}} \sim 10^{-3} P_{\text{in}}$

共鳴にない (Tholen+ 2008)

## - デブリ円盤との相互作用

- $m_{\text{disk}} / m_{\text{satellite}} = ?$
- デブリ円盤の質量分布の解像  
衛星質量の1/100を解像する  
衝突計算 + N体計算 が必要
- デブリを掃除しきれめるのか？

# 冥王星系の場合

冥王星系	カロン	ステュクス	ニクス	ケルベロス	ヒドラ
周期比	-	3.21	1.23	1.29	1.19
Mass/ $M_{\text{Pluto}}$	0.117	?	$4.46 \times 10^{-5}$	?	$2.46 \times 10^{-5}$

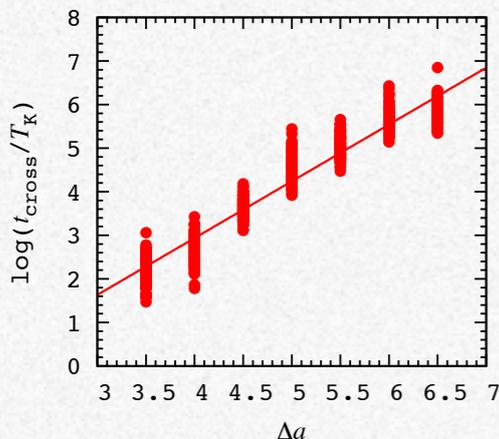
Tholen+ (2008), Buie+ (2013)

## ■ 冥王星系の未発見衛星の可能性

P6 : カロンと7:1付近 (他と同様に共鳴にない)

$M_{\text{P6}} \sim M_{\text{Hyd}}$  だとすると軌道間隔が5rH程度,

$< \sim 10^6 T_K$ で軌道不安定を起こす  $\rightarrow$  全体に不安定が伝播,



- P6はない
- P6の質量は無視できる程度
- P6はヒドラと7:6の共鳴にある

# まとめ

---

平均運動共鳴：会合点の近点・遠点周りの振動現象

共鳴捕獲：収束的な軌道移動のタイムスケールが  
共鳴の振動のタイムスケールよりも長い

共鳴からの脱出

1. 力学的不安定 (Matsumoto+ 2012)
2. 確率的な摂動
  - 微惑星 (Chatterjee & Ford 2014)
  - 円盤の乱流 (Rein 2012, Jakubík+ 2012)
3. 潮汐進化
  - 中心星との潮汐進化 (e.g., Papaloizou 2011)
  - 円盤ガスとの潮汐進化 (Baruteau & Papaloizou 2013)

# まとめ

---

## - 木星系 (ガリレオ衛星)

- $t_d > \sim 5 \times 10^5 T_K$  の軌道移動を経験
- 遅い軌道移動に反し4つの衛星のみ形成
- 乱流の影響を受けていない
- ガリレオ衛星形成時、 $m_d/m_p \leq 20\%$
- $Q' > \sim 1000$

## - 土星系

- 衛星がタイムスケールの桁で異なる軌道移動を経験

## - 冥王星系

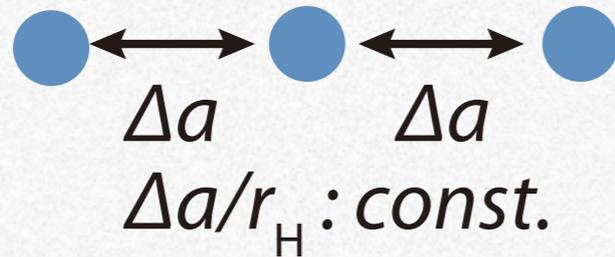
- 離心率減衰に伴う軌道長半径の成長
  - 潮汐 + 何らかの効果？

---

# Appendix

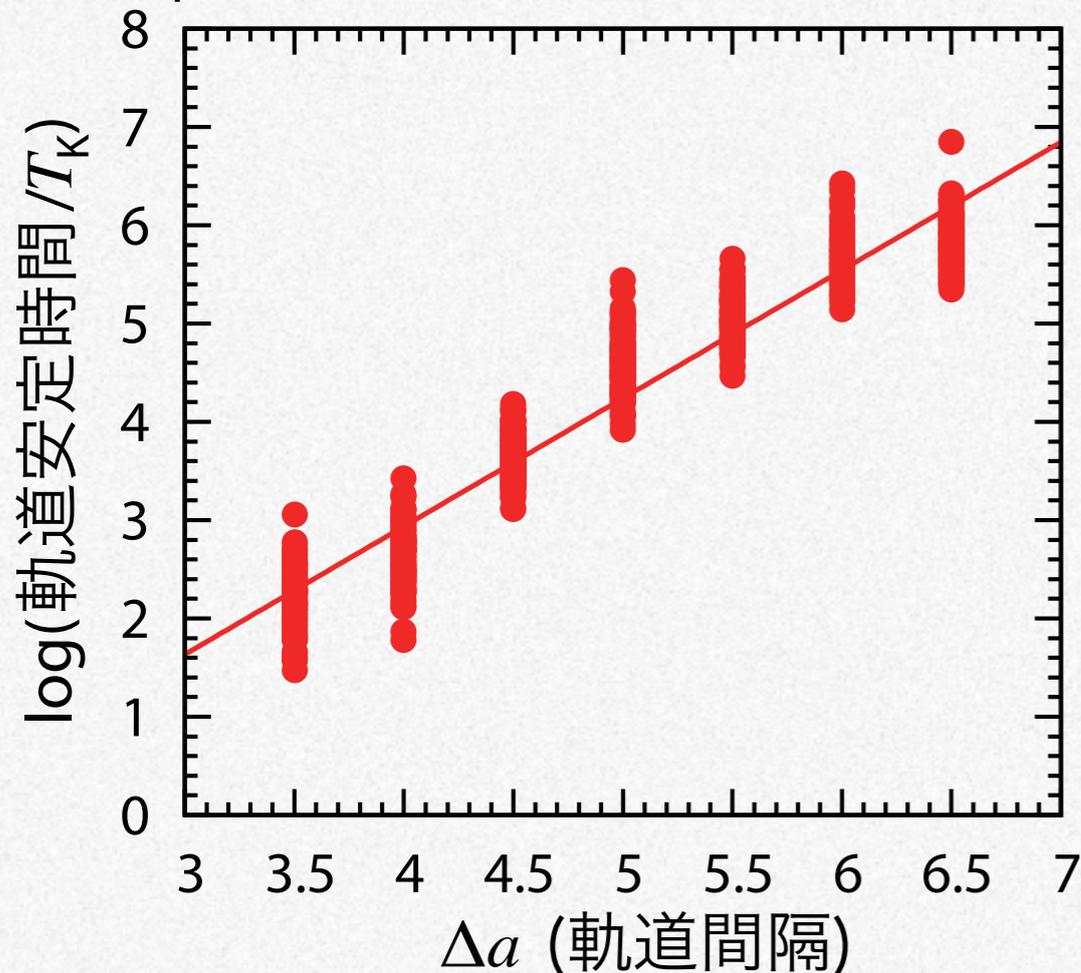
---

# 軌道安定性の先行研究



Chambers+ (1996) : 軌道間隔,  
Yoshinaga+ (1999) : ランダム速度,  
Iwasaki+ (2001, 2002, 2006) : drag force,  
Zhou+ (2007) : 質量変化等,  
Smith+Lissauer (2009) : 逆行天体

$M_p/M_* = 10^{-5}$ ,  $e=i=0$ , Chambers+ 1996の再現



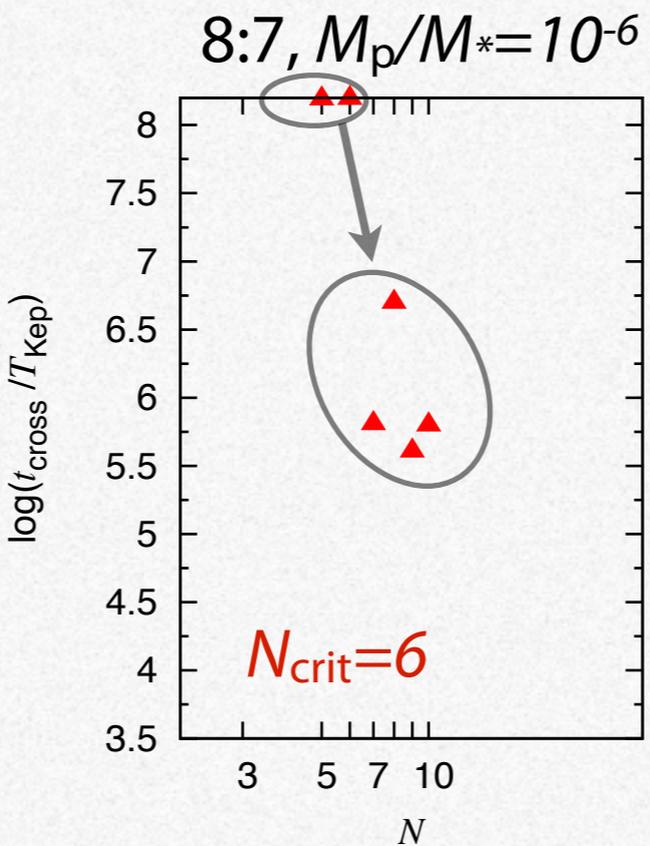
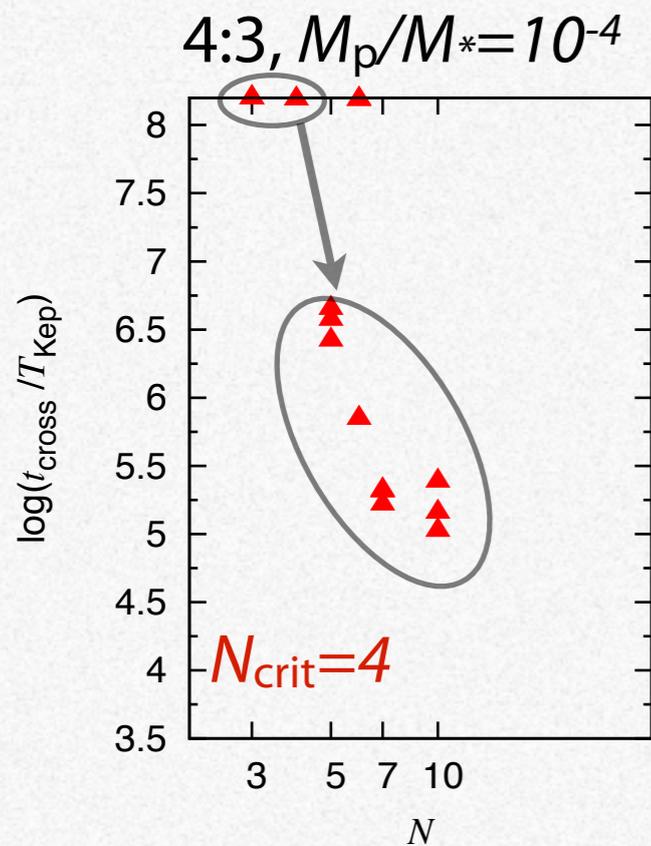
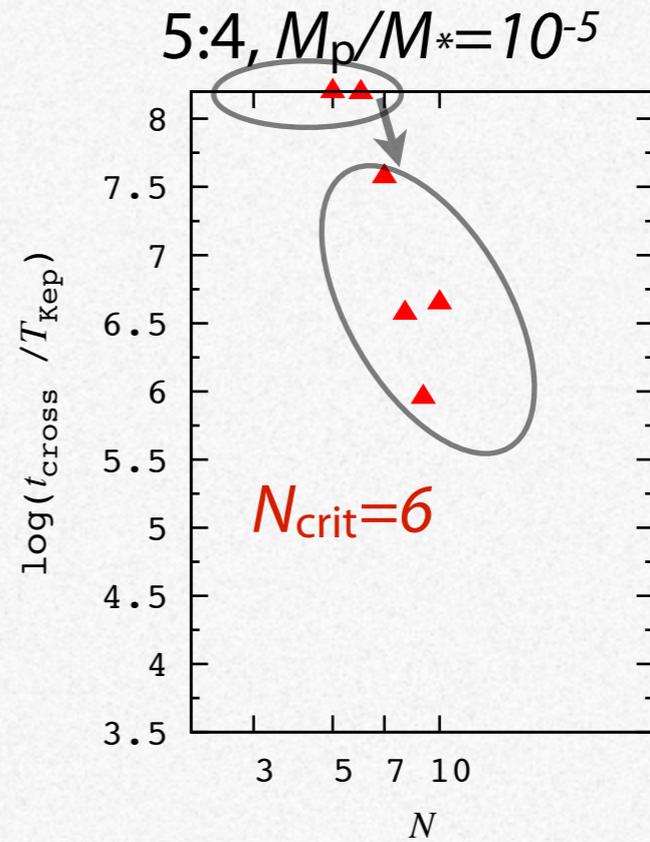
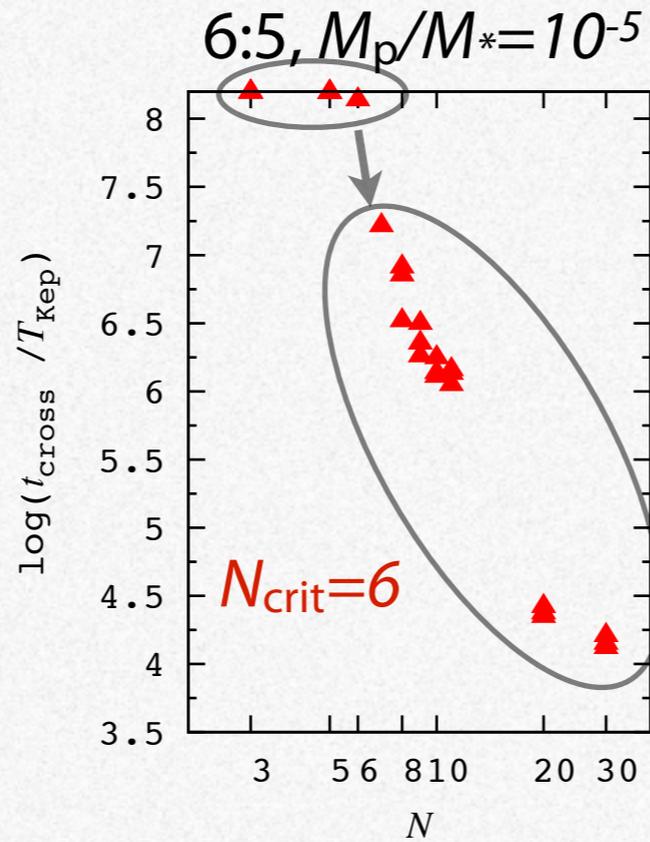
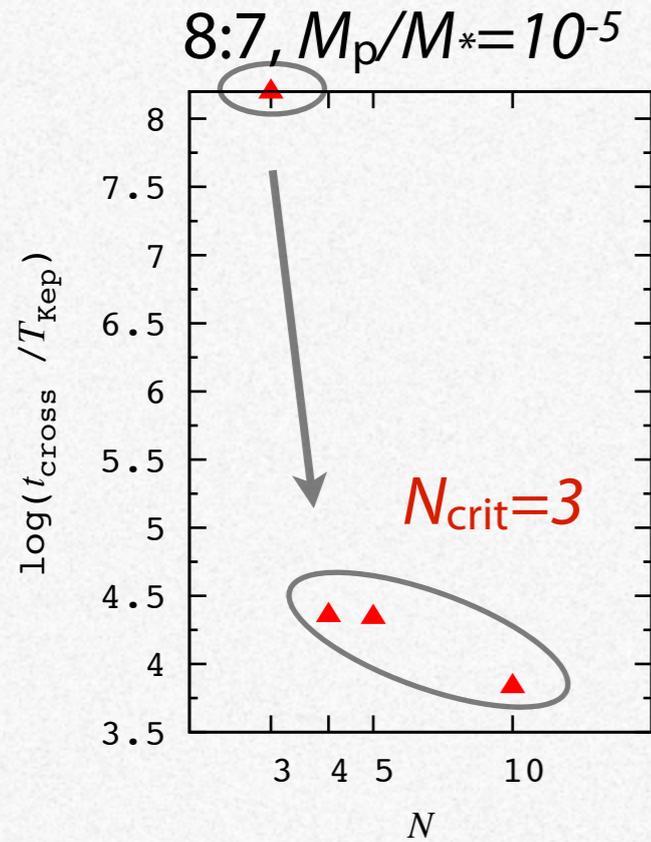
軌道間隔が安定性を決定

→ 共鳴軌道で安定な惑星系と  
不安定な惑星系を説明できない

問題点：

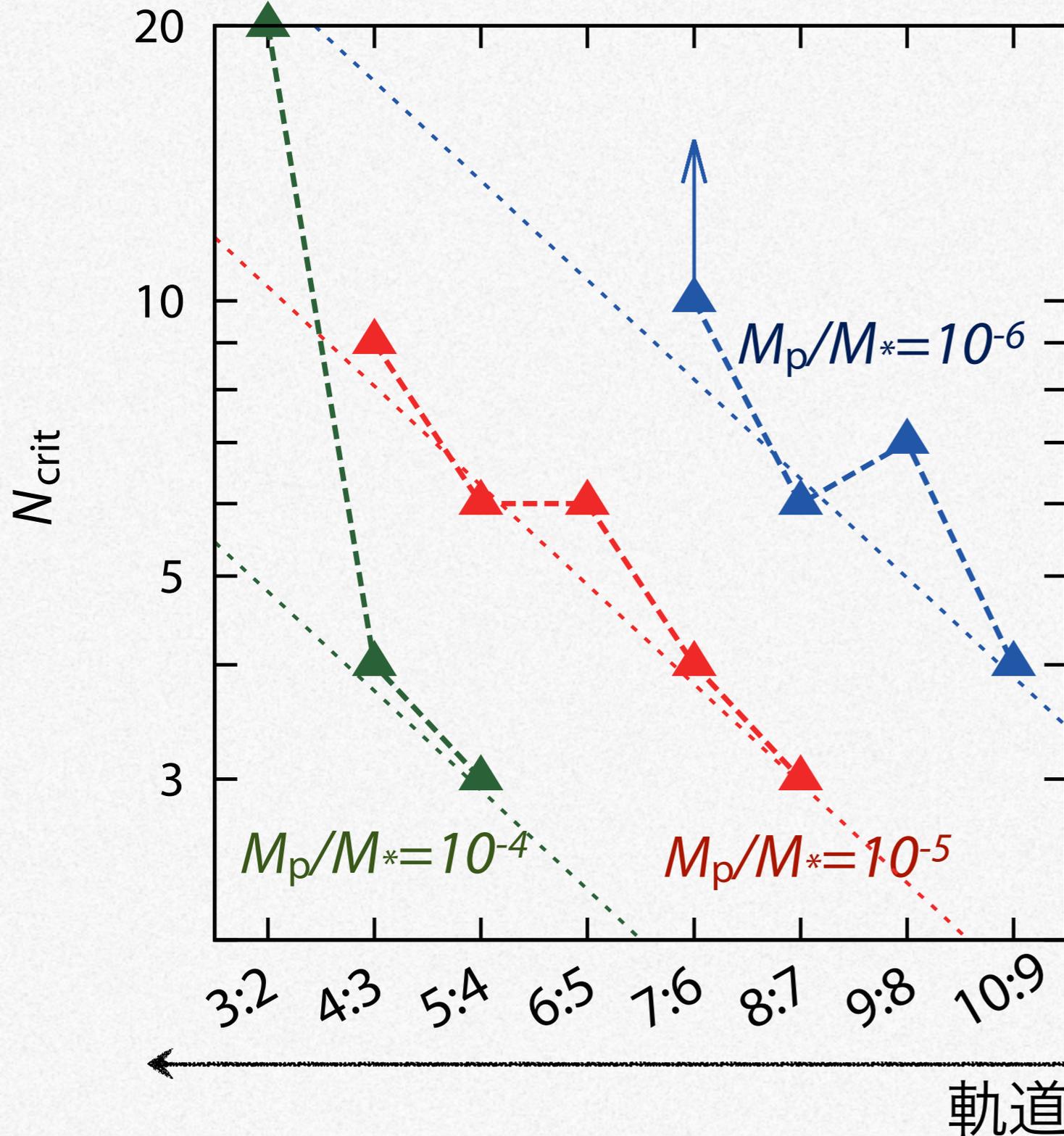
共鳴軌道の安定性は研究されていない

# 共鳴惑星のCritical Number



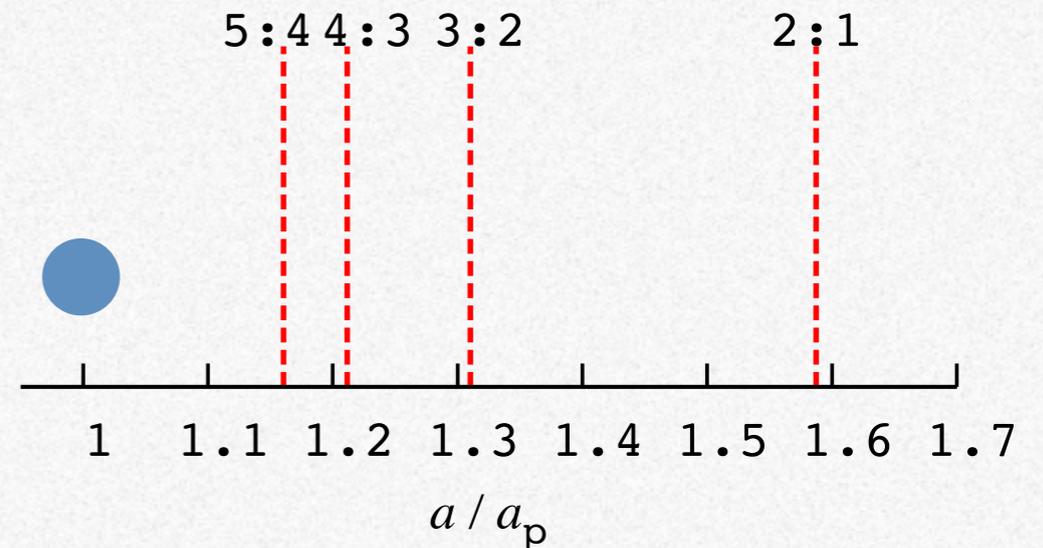
$N_{crit}$ は様々な共鳴で見られる

# Critical Numberの依存性



$$\log N_{\text{crit}} = -0.1p - \frac{1}{3} \log \left( \frac{M_p}{M_\odot} \right) - \frac{1}{2}$$

共鳴同士が遠い →



---

---