強い圧縮性をもつ高粘性流体の熱対流の 2次元数値シミュレーション: スーパー地球のマントル対流に関する考察

亀山 真典

愛媛大学 地球深部ダイナミクス研究センター

2024年5月9日

論文の宣伝 (その1) Miyagoshi et al. (2018)

Miyagoshi et al. Earth, Planets and Space (2018) 70:200 https://doi.org/10.1186/s40623-018-0975-5

Earth, Planets and Space

EXPRESS LETTER





Effects of adiabatic compression on thermal convection in super-Earths of various sizes

Takehiro Miyagoshi^{1*}⁽²⁾, Masanori Kameyama² and Masaki Ogawa³

Abstract

We present two-dimensional numerical models of thermal convection of a compressible fluid in the mantles of super-Earths calculated under the truncated anelastic liquid approximation to discuss how adiabatic compression affects the thermal convection, depending on planetary mass. The convection is driven by basal heating, the viscosity depends on temperature, and the thermal expansivity and the reference density depend on the depth. We varied all of the magnitude of adiabatic heating, the Alguleigh number, the depth profile of the thermal expansivity, and that of the reference density in accordance with the planetary mass. The effects on thermal expansivity, and that of the reference density in accordance with the planetary mass. The effects on thermal expansivity, and that of the terperature and the thermal by the Earth's mass M_p exceeds a threshold M_p , about 4. Hot plumes ascending from the core-mantle boundary become thinner with increasing M_p they become almost invisible except around the core-mantle boundary, when M_p . M_p . The lithosphere that develops along the suick as thick as that at M_p = 1 when M_p =9.4. The convective velocity is almost independent of M_p . These results are in a stiking contrast with earlier predictions that are made based on the models where the effects of adiabatic compression are neglected; it is important to tak account of the effects of adiabatic compression properly in the exploration of mamics such as plate tectonics and hot spot volcanisms in massive super-Earths. Further researches are necessary to clarify the dependence of M_{0} and M_{0}

続編を書こうとしているのですが…(気持ちを奮い立たせ中)

論文の宣伝 (その2) 三戸卒論 (2022年3月)

2次元円環状モデルによる様々なサイズの

スーパー地球のマントル対流シミュレーション

生態環境科学コース 亀山研究室 4回生 三戸 俊典

【はじめに】

スーパー地球とは、太陽系外に存在する地球の数倍程度の質量を持つ地球型惑星 である。天文学研究の発展により、スーパー地球は宇宙にありふれている惑星であ り、木星型惑星よりも多く存在すると考えられるようになった。それに伴い、近年 においてはスーパー地球のマントル対流の研究も数多く行われている。本研究では 2次元円環状モデル(図1)を用いたマントル対流シミュレーションを行い、スーパ ー地球のプレートテクトニクスについて議論していく。

【研究手法】

本研究では、2次元円環状モデルにおける 質量の1倍、2倍、4倍、6倍、8倍の計5 ンを行い、本研究の2次元円環状モデルのシ 2次元長方形モデル(図2)の結果を比較した 【結果・考察】

シミュレーションの結果、本研究の2次 形モデルと同様に、スーパー地球の質量が なることがわかった。しかし、2次元円環



Section 1

はじめに:「スーパー地球」のマントル対流?

地球より大きな地球型惑星「スーパー地球」の発見

2005 年の初報告以降、地球の質量の 10 倍程度以下の 小さい太陽系外惑星がいくつか発見されている。



これらは地球型惑星と考えられている。 (∵ 巨大ガス惑星と比べて質量が小 + 平均密度が高)

これら「スーパー地球」の中はどうなっているの? 中身はどんなもの?中でどんなことが起こっているの?

動機: プレートテクトニクス on スーパー地球?

スーパー地球の発見直後から、活発に議論されている問題

もしプレートテクトニクスが起こっているならば...



⇒ 居住可能性 (habitability) が向上 !!

「スーパー地球人」がいるといいのになぁ!?

スーパー地球のサイズは対流にどう効くか? (in 2007)

プレートテクトニクスが起こる可能性の検討

based on 非圧縮 マントル対流

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 670: L45–L48, 2007 November 20 © 2007. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in U.S.A.

INEVITABILITY OF PLATE TECTONICS ON SUPER-EARTHS

DIANA VALENCIA¹ AND RICHARD J. O'CONNELL

Department of Earth and Planetary Sciences, Harvard University, Cambridge, MA; valenc@fas.harvard.edu, oconnell@geophysics.harvard.edu

AND

DIMITAR D. SASSELOV Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, Cambridge, MA; dsasselov@cfa.harvard.edu Received 2007 July 20: accented 2007 Semember 28: published 2007 October 22

ABSTRACT

The recent discovery of super-Earths (masses $\leq 10 M_{\odot}$) has initiated a discussion about conditions for habitable worlds. Among these is the mode of convection, which influences a planet's thermal evolution and surface conditions. On Earth, plate tectonics has been proposed as a necessary condition for life. Here we show that super-Earths will also have plate tectonics. We demonstrate that as planetary mass increases, the shear stress available to overcome resistance to plate motion increases while the plate thickness decreases, thereby enhancing plate weakness. These effects contribute favorably to the subduction of the lithosphere, an essential component of plate tectonics. Moreover, uncertainties in achieving plate tectonics in the $1 M_{\odot}$ regime disappear as mass increases: super-Earths, even if dry, will exhibit plate tectonic behavior.

Subject headings: Earth - planetary systems - planets and satellites: general

1. INTRODUCTION parameterized convection models to show that the condition Until recently, Earth was the largest terrestrial object known Janets more massive than Earth. A second condition necessary

スーパー地球のサイズは対流にどう効くか? (in 2007)



■ マントル対流の Ra は惑星質量 M とともに増加 $Ra \approx 10^7$ for 地球サイズの惑星 ($M = M_{\text{Earth}}$) のマントル $Ra \approx 10^9$ for $M = 10M_{\text{Earth}}$ のスーパー地球のマントル ...ただし $g \propto M^{0.5}$ かつ $d \propto M^{0.28}$ と仮定 (Valencia et al., 2007)

この見積もり(外挿)によると、

大きなスーパー地球ほど、マントル対流が活発になるから、 プレートテクトニクスも起こりやすい?

スーパー地球のマントルが「非圧縮」って本当か??



地球より大きなスーパー地球のマントルの中では、

<u>
圧力はものすごく高い (~ TPa;</u>岩石の体積弾性率よりも大 !?) 巨大な地球型惑星の内部で、マントル物質が「非圧縮」(incompressible; 密度変化なし) であるはずがない !!

Section 2

数値シミュレーションモデルの概略: $M \le 10M_{Earth}$ なスーパー地球のマントル対流

2次元熱対流シミュレーションモデルの概略



- (打ち切り版) 非弾性流体近似 (TALA)
- 内部発熱なし (対流は下部加熱により駆動) $T_{top} \equiv 0.1(T_{bot} T_{top})$
- マントルの厚さ d と重力加速度 g は惑星サイズ (質量 M) とともに増加 (→ その分だけレイリー数 Ra と散逸数 Di も増加) $M/M_{\mathsf{Earth}} = 1$ で $Ra \approx 4.6 \times 10^7$ 、 $Di \approx 0.83$ $M/M_{\mathsf{Earth}} = 10$ で $Ra \approx 10^9$ 、 $Di \approx 5$

■ 熱膨張率 α、基準密度 ∂ の深さ (≈ 圧力) 依存性 その変化の度合も M とともに増加

粘性率 η の温度依存性 (圧力依存性は無視) η_{top}/η_{bot} = 10⁵

熱力学量の深さ変化のモデル化 for $M \leq 10 M_{\mathsf{Earth}}$



- 圧力 p と基準密度 p は深さとともに線形に増加 マントル底面での値は Valencia et al. (2006) のスケーリング 則に基づいて、惑星質量 M に依存して変化 p_{bot} [GPa] = 7.241 + 127.4 × (M/M_{Earth}) p_{bot}/p_{top} = 1.75 × (M/M_{Earth})^{0.258}
- 熱膨張率
 α の深さ変化は、Tsuchiya and Tsuchiya (2011) に よる MgO の
 α の圧力依存性に基づいて推定

基礎方程式系 (無次元)



ただし本研究では簡単のため、内部発熱を無視した。

■ 運動方程式 (運動量の保存)

 $0 = -\nabla p + \boldsymbol{\tau} \cdot \nabla + Ra\overline{\rho}\,\alpha T\boldsymbol{e}_z$

マントル対流問題では「高粘性流体の極めて遅い流れ」を扱うので、一般 に慣性項 $(\partial v/\partial t)$ と速度の非線形項 $(v \cdot \nabla v)$ は無視する。

連続の式 (質量の保存)

 $0 = \nabla \cdot (\overline{\rho} \boldsymbol{v})$

音波の発生を抑制するため、非弾性流体近似かつ $\partial \overline{\rho} / \partial t = 0$ にとる。

基礎方程式系 (無次元)

■ 状態方程式 (熱膨張率 α と基準密度 p̄ の深さ依存性)
 ■ 構成方程式

■ 粘性率の温度依存性 $(\eta_{top}/\eta_{bot} = 10^5)$ 歪速度テンソルの成分 *c* = (*c*_{ij}) $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = rac{1}{2} \left(\nabla \otimes \boldsymbol{v} + \boldsymbol{v} \otimes \nabla \right) \quad \text{note } \operatorname{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) = \nabla \cdot \boldsymbol{v} \neq 0$ 偏差応力テンソルの成分 *τ* = (*τ_{ij}*) $\boldsymbol{\tau} = 2\eta \left[\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{1}{3} \left(\nabla \cdot \boldsymbol{v} \right) \boldsymbol{I} \right]$ note $\operatorname{tr}(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}) = 0$ $\equiv \hat{\epsilon}$ ■ 偏差歪速度テンソルの第2不変量 $\dot{\varepsilon}_{\mathrm{I\!I}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\mathrm{tr}(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}})^2 - \mathrm{tr}(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^2) \right]} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{(\nabla \cdot \boldsymbol{v})^2}{3} - \mathrm{tr}(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^2) \right]}$ デカルト座標系では $\dot{\varepsilon}_{\mathbb{I}} = \sqrt{\dot{\varepsilon}_{xx}^2 + \dot{\varepsilon}_{yy}^2 + \dot{\varepsilon}_{zz}^2 + 2\dot{\varepsilon}_{xy}^2 + 2\dot{\varepsilon}_{yz}^2 + 2\dot{\varepsilon}_{zx}^2 - \frac{(\nabla \cdot \boldsymbol{v})^2}{2}}$

散逸数 Di って?

■ 断熱温度勾配は *Di* に比例して増加

$$\left|\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}\right|_{s} = \underbrace{\left|\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}\right|}_{\rho g} \underbrace{\left|\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}p}\right|_{s}}_{(\alpha T/\rho C_{p})} = \frac{\alpha gT}{C_{p}} = Di \frac{\alpha(z)}{\alpha_{\mathsf{top}}} \frac{T}{d}$$

■ マントル中の Di は惑星質量 M とともに増加 $Di \approx 0.8$ for 地球サイズの惑星 ($M = M_{\text{Earth}}$)のマントル $Di \approx 5$ for $M = 10M_{\text{Earth}}$ のスーパー地球のマントル ...ただし $g \propto M^{0.5}$ かつ $d \propto M^{0.28}$ と仮定 (Valencia et al., 2007)

な流体の層では Di = 0 非圧縮

Section 3

結果その1:マントル対流に与える惑星サイズ の効果の概観

地球とサイズ (質量*M*) が同じ惑星のマントル対流って?



「生の」温度 T の分布より { 高温の上昇プルーム、低温の下降プルーム <mark>断熱温度勾配に沿って温度が深さとともに上昇</mark>している領域 表面の冷たくて「かたい」板 (≡ リソスフェア) の存在が観察できる (けど、そんなに明瞭ではない)

地球とサイズ (質量*M*) が同じ惑星のマントル対流って?



ポテンシャル温度 T_{pot} の分布より $\begin{cases}
 高温の上昇プルーム、低温の下降プルーム$ $内部に <math>T_{pot}$ がほぼ一定の領域 (\approx 等温核) 表面の冷たくて「かたい」板 (\equiv リソスフェア) の存在が明瞭に観察できる





■マントル深部のポテンシャル温度 T_{pot} が低くなる 断熱温度変化 (上昇・下降の際に起きる温度変化) が強すぎて、対 流を駆動するのに使える温度が減ってしまう



固体の岩石なのに、まるで空気のような性質になってる!?

地球よりサイズ (質量 M) が大きくなると? (2D 円環)



- 下面の熱境界層が保持できる T_{pot} の差が小さい
- マントル最深部からの上昇プルームが弱くなる

地球よりサイズ (質量 M) が大きくなると? (2D 箱型)



■ 箱型よりも円環のほうが |T_{pot,bot} - T_{pot,ic}| 大 (∵底面積の違い)

Section 4

結果その2、の前に: マントル全域にわたる圧縮性の効果の強さの 見積もり

圧縮性の効果をマントル全域で積分してみたら?(1)

熱膨張率 lpha が深さとともに減少する効果を考慮してみる



- マントル全域で平均した熱膨張率 α_{ave} は、マントル上面で の値 α_{top} よりもかなり小さくなる
- 惑星質量 M が大きくなるほど α_{ave} は小さくなる

圧縮性の効果をマントル全域で積分してみたら?(2)

熱膨張率 lpha が深さとともに減少する効果の程度はいかほどか?



上面で定義した散逸数 Di と比べて、 全域で平均した散逸数 $\widetilde{Di} \equiv Di(\alpha_{ave}/\alpha_{top})$ は小さく $(\widetilde{Di} < 1)$ 、 惑星質量 M の増加による増加もゆるやか

25 / 42

圧縮性の効果をマントル全域で積分してみたら?(3)

断熱温度変化により深部の温度が上昇する程度はいかほどか?



■ マントル上下でのポテンシャル温度の差 △T_{pot} は、「生の」
 温度の差 △T よりもかなり小さくなる
 ■ 惑星質量 M が大きくなるほど △T_{pot} は小さくなる

26/42

圧縮性の効果をマントル全域で積分してみたら?(4)

これら2つの効果を考慮して、対流の駆動力を見積もってみる



名目上のレイリー数 Ra と比べて、 実効的なレイリー数 $\widetilde{Ra} = Ra(\alpha_{ave}/\alpha_{top})(\Delta T_{pot}/\Delta T)$ は小さく、 惑星質量 Mの増加による増加もゆるやか

Section 5

結果その2: 圧縮性のある熱対流のスケーリン グ則の見積もり



低温熱境界層の厚さ ℓ_{ttbl} (pprox 熱輸送効率) はどう変化するか?





「プレート」の動きやすさに直接関係しそうな量として





Section 6



まとめ (1) 圧縮性のあるマントルの熱対流について

地球型惑星のサイズが大きくなるほど、断熱圧縮の効果がマント ルの熱対流に大きく影響するようになる。

地球の約3倍以上の質量をもつスーパー地球では、マントル 深部からの上昇流の活動が顕著に弱くなる。

圧縮性を考慮したマントル熱対流の活発さと惑星質量との間のス ケーリング則は、Boussinesq (あるいは非圧縮性) の熱対流に断熱 圧縮の効果を適切に取り入れることによって構築が可能である。

■ マントル全域にわたる熱膨張率 α の平均値 α_{ave} in place of 熱膨張率の代表値

■ マントルの上下でのポテンシャル温度の差 △T_{pot}

in place of 温度差の代表値

基準密度 p の深さ変化の効果は考慮しなくても十分 OK そう

まとめ (2) スーパー地球のプレートテクトニクス?

マントルの熱対流に及ぼす断熱圧縮の効果によって、惑星表層の かたいリソスフェアの動きやすさも影響を受ける。

- 惑星サイズが大きくなると、リソスフェアの厚さ lttbl とマントルの対流速度 vrms はいずれも (ごくわずかながら) 増加
- リソスフェア内部の大局的な歪速度 *ċ*_{plate} (≡ *v*_{rms}/*ℓ*_{ttbl}) は惑 星サイズによらずほぼ一定

地球より大きな地球型惑星であっても、地球と比べてプレートテ クトニクスが起こりやすくなったりする訳ではない。

惑星サイズが小さいほど冷却が速くなることを考えたら、 <mark>地球サイズの惑星が最も「居住可能性」が高い</mark>ってこと?

だから、地球ってやっぱり「かけがえのない」ものなのかも。 という、実に「とってつけた」まとめを、一般向けの講演ではやってます。

もっと現実的な岩石惑星の内部構造 (物性、鉱物の構造相転移の効果など)を考えると?

■ 極限条件における粘性率?



極限条件における熱伝導率?



マントル深部の熱伝導率が非常に高い 場合には、*M*/M_{Earth} = 10 程度のスー パー地球のマントルの底に安定な温度 成層ができるかも。

Figure from Kameyama (2022)

もっと現実的な岩石惑星の内部構造 (物性、鉱物の構造相転移の効果など)を考えると? ■ (放射性元素の崩壊などによる) 内部発熱 の影響





マントル物質がもつ単位質量あたりの内部発熱率が同じで あっても、惑星サイズが大きくなるほど影響が大

(∵総発熱量↑、かつマントルの厚さ↑により冷却効率↓) 37/42



応力履歴依存粘性 (Ogawa, 2003) モデルにより、もっとマジメに 「プレート」を岩石惑星の表層に作りたい!!

|非圧縮|熱対流による「プレートらしい」表層の挙動の例



応力履歴依存粘性 (Ogawa, 2003) モデルにより、もっとマジメに 「プレート」を岩石惑星の表層に作りたい!!

- 非圧縮 熱対流による「プレートらしい」表層の挙動の例 2D 箱型版 + 2D 円環版 田井東修論 (FY2023)
 - 低温熱境界層の内部に発生する応力 σ_{cTBL} の源として、それ 自身がもつ負の浮力を考える (ridge push に相当) と



応力履歴依存粘性 (Ogawa, 2003) モデルにより、もっとマジメに 「プレート」を岩石惑星の表層に作りたい!!

■ |非圧縮| 熱対流による「プレートらしい」表層の挙動の探索 田井東修論 (FY2023)

応力履歴依存粘性で誘発される挙動と σ_{cTBI} との関係は?



41/42

 応力履歴依存粘性 (Ogawa, 2003) モデルにより、もっとマジメに 「プレート」を岩石惑星の表層に作りたい!!

 屈縮性 のある場合には、σ_{cTBL} をどう見積ればいいの?

 基準密度 ρ や熱膨張率 α に深さ変化がある

 深さ方向の温度変化に断熱温度勾配が乗っかっている



たぶんこういうこと、でいいのか?? (for 2D 円環)

$$\boxed{ 負の浮力} = \frac{1}{r_{\max}} \int_{r_{\max}-\ell}^{r_{\max}} \overline{\rho}_{(r)} \alpha_{(r)} \left(\frac{T_{\mathsf{ad},\mathsf{ic}(r)} - \langle T \rangle_{(r)}}{g_{(r)}rdr} \right) g_{(r)}rdr$$
これから本格的に解析してみます。

42 / 42