

# 球状星団の $N$ 体シミュレーションにおける 階層的三体の取り扱いについて

岩倉龍太郎(神戸大学), 斎藤貴之(神戸大学), 船渡陽子(東京大学), 牧野淳一郎(神戸大学)

2023/09/05

シミュレーション天文学のこれまでとこれから -ハードウェア・アプリケーション・サイエンス-

# 内容

1. イントロダクション
2. 研究手法
3. シミュレーション結果
4. 議論とfuture work
5. まとめ

# 1. イントロダクション

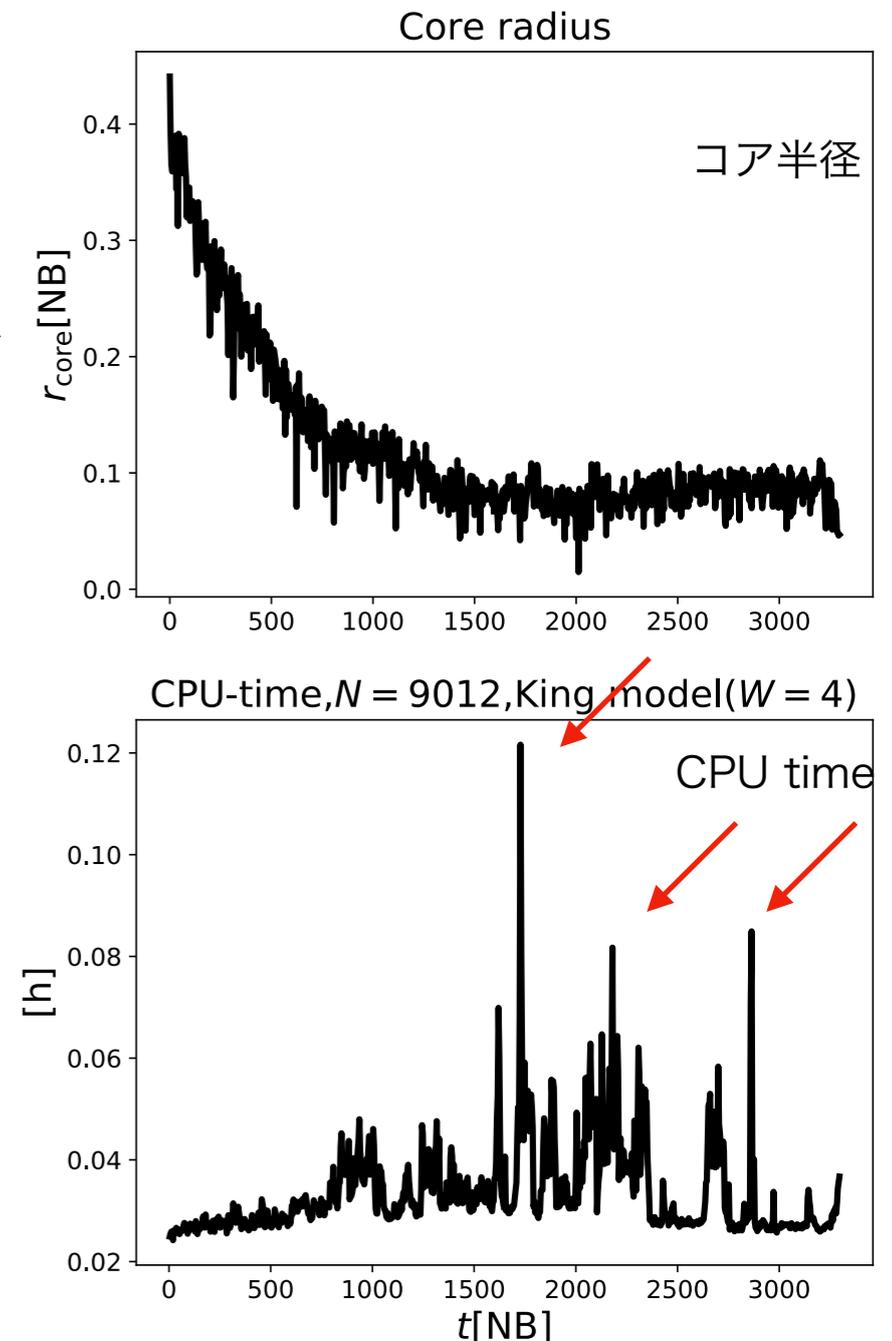
# 球状星団とは何か＝自己重力系

- 恒星同士が重力のみで相互作用
  - ガスはなし 重力相互作用のみ  $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$
  - 粒子数は  $N = 10^5 \sim 10^7$  で、数pc四方の大きさ
  - 恒星年齢から、典型的なものは形成からおよそ10Gyr程経過していると考えられている。形成過程はよくわかっていない。
- 中心にいくほど高密度になっており、コアでは星同士の近接遭遇が頻繁に起こりうる(連星の形成・破壊)。
- これにより、多くの恒星は赤っぽい古い星だが、BH・NSといったコンパクト天体、青色はぐれ星やミリ秒パルサーのような特異なものも見られる。
- コンパクト連星がmergeすると重力波放出
  - 近年では**重力波源天体**として注目されている



# 力学進化の研究 = $N$ 体シミュレーション

- 球状星団くらいの粒子数なら計算機で再現することができる。
  - 粒子数は $N=10^5\sim 10^7$ . 粒子を全部質点だと思って、重力相互作用の計算
  - 球状星団は**衝突系**で、先に述べたように、力学進化に連星の効果が大きく効くしたがって、連星の軌道計算もごまかさずにきちんとやる必要がある。
- シミュレーションコード：**PeTar** (Wang et al. 2020b)
  - P3T (Oshino et al. 2011) Hamiltonian splitting
  - SDAR (Wang et al. 2020a) 連星などの少数体系の積分
  - FDPS (Iwasawa et al. 2016) 重力計算の並列化
- コア収縮が進むと連星形成が活発になる
  - 特定の階層的三体が形成されると計算速度が低下
  - 連星計算を担っているのは**SDAR**
  - SDARの改善ができないか？



# SDAR(Wang et al. 2020a)

- Slow-down treatment (Mikkola & Aarseth 1996)

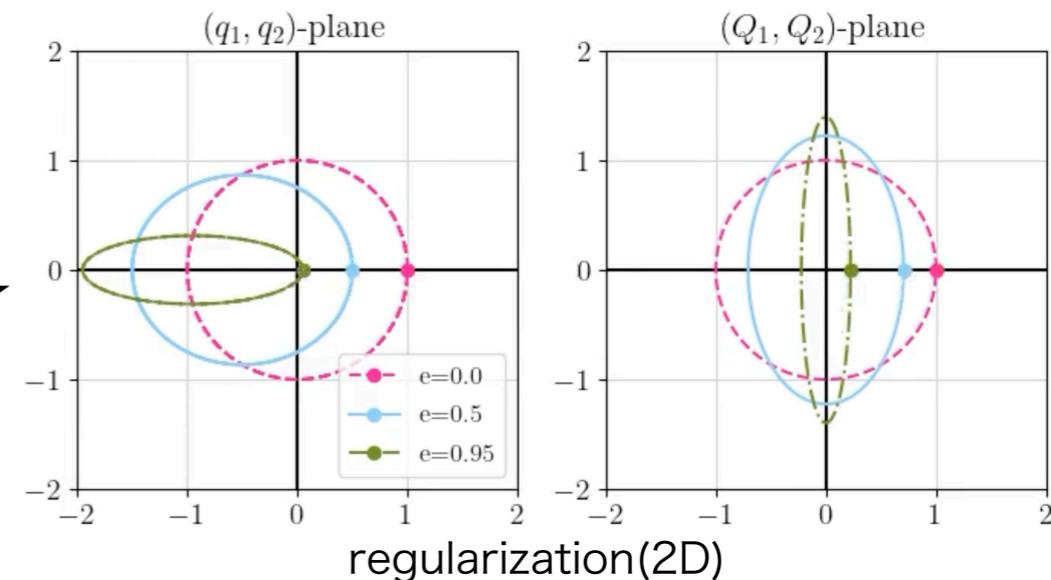
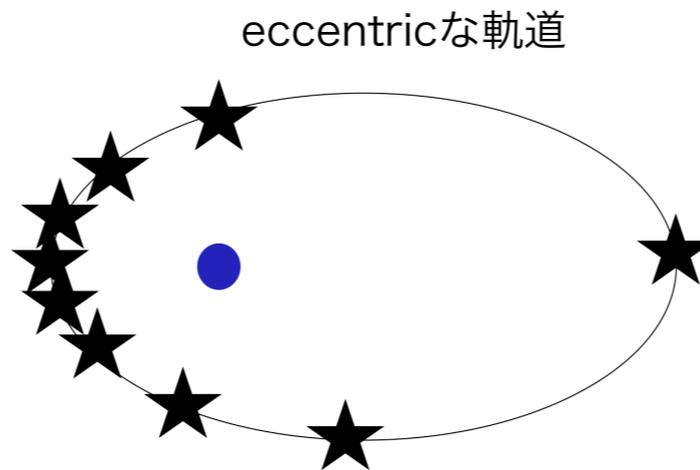
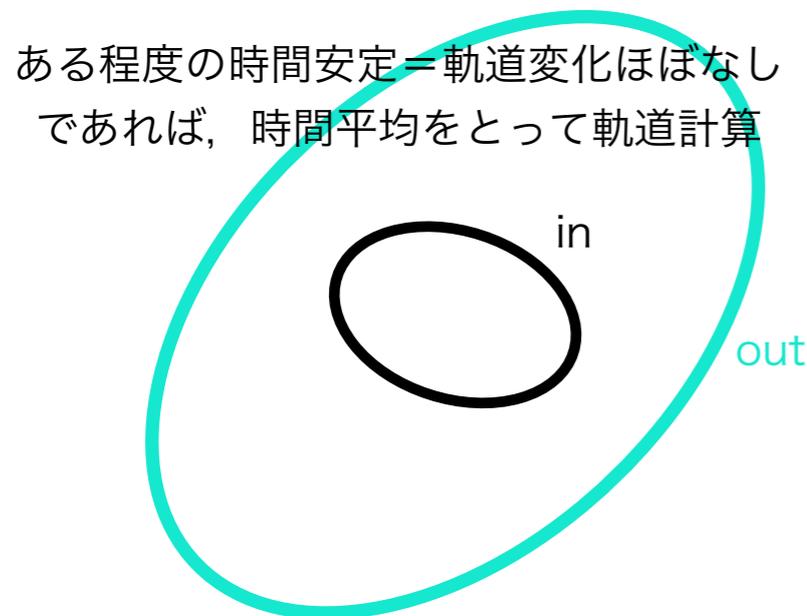
- slow-down + KS regularization

- slow-down Hamiltonian  $H_{sd} = \frac{1}{\kappa}H + (H - H_{\text{binary}})$

弱い摂動を受ける連星の周期を人工的に遅らせる

- KS regularization (3次元の座標変換) eccentricな軌道に対して特異点を消す

ある程度の時間安定 = 軌道変化ほぼなし  
であれば, 時間平均をとって軌道計算



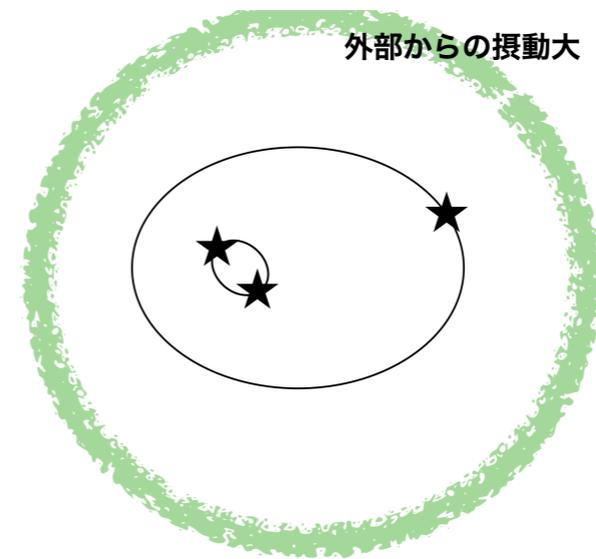
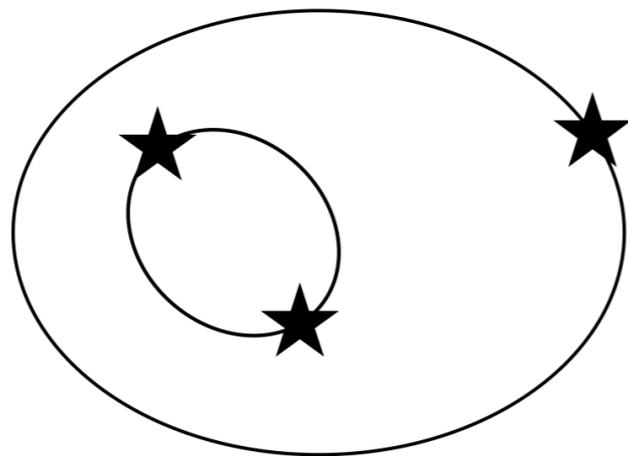
- Algorithmic regularization (Mikkola & Tanikawa 1999)

- Symplectic integrator

- 時間変換で少数体系の効率的な数値積分

# SDARの問題点

- SDARによって、少数体系の軌道計算はより正確でより高速に
  - SD … Slow-down treatment (Mikkola & Aarseth 1996)
  - AR … Algorithmic regularization (Mikkola & Tanikawa 1999)
- **問題点**：安定/不安定境界への適用が難しい
  - 不安定なものを近似的に解くと間違った結果が出てくる
  - ギリギリ安定なものは直接真面目に計算することになる
  - 三体系の安定/不安定境界は数値的にしか求められていない
- 安定/不安定境界にある階層的三体系は、 $N \sim 8000$ くらいで普遍的に形成
  - innerとouterの軌道長半径の比が比較的小さいもの
  - 三体のみであれば比較的安定なはずだが外部の摂動を無視できないもの



## 2. 研究手法

# 三体系の安定条件

階層的三体系を特徴づけるパラメーターは, innerの軌道長半径とouterの近点距離の比

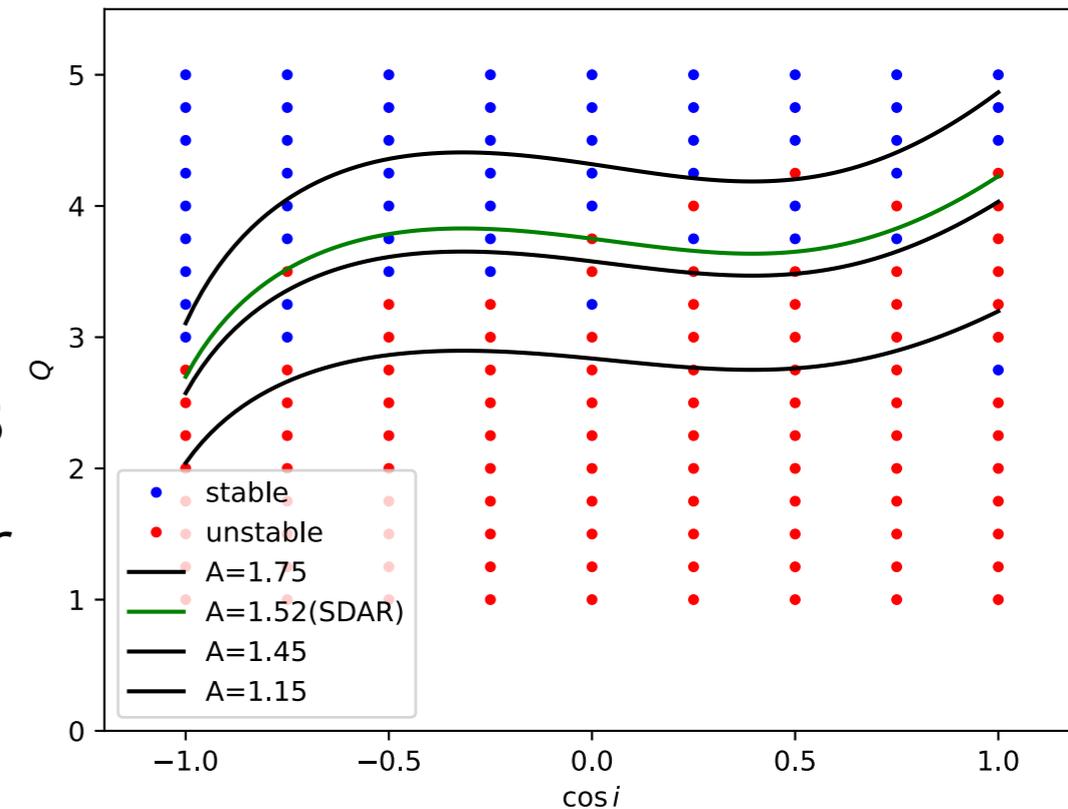
boundary,  $m_1 = m_2 = m_3 = 1, e_{in} = e_{out} = 0.5$

$$Q \equiv \frac{q_{out}}{a_{in}} = \frac{a_{out}(1 - e_{out})}{a_{in}}$$

outerがinnerにどれくらい近いか

SDARで用いられている安定条件はMylläri et al. 2018

安定/不安定境界は幅になっているので, 実際に安定or不安定かは計算してみないとわからない



SDARでは, 緑の線よりも上にあるものは**安定**とみなし近似的に解く. 下側にあるものは不安定=すぐに壊れるとみなして直接計算

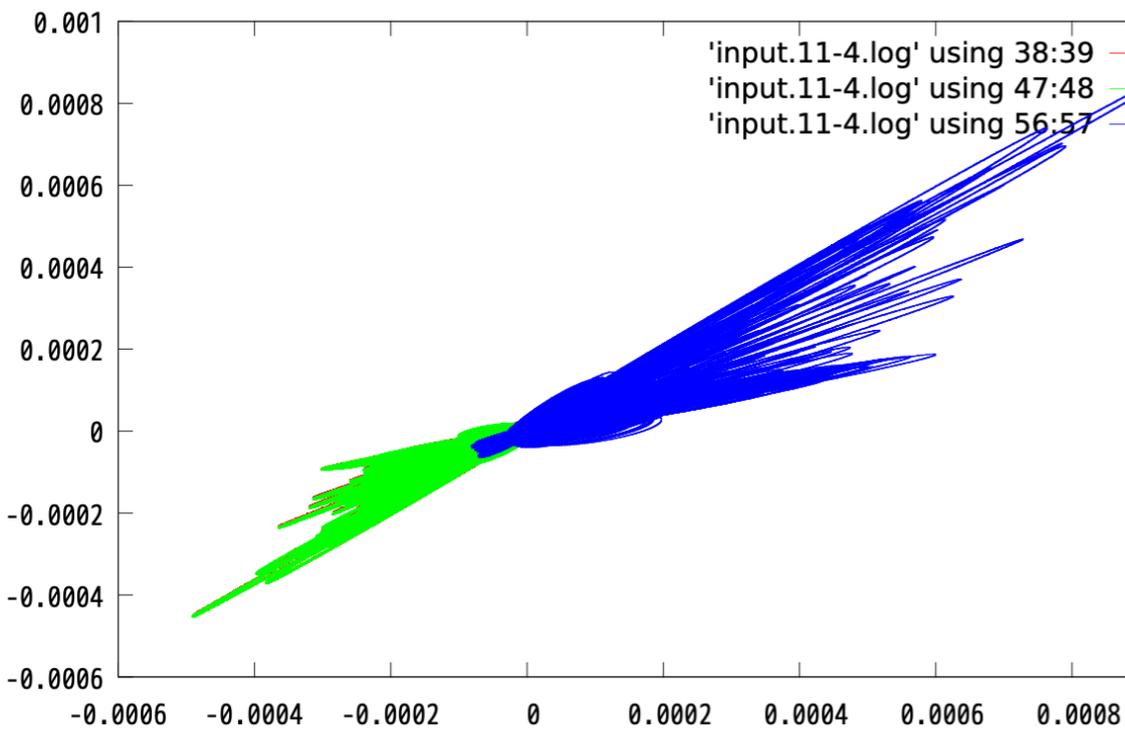
- 不安定だとみなしたものが実は安定であることがあり, その場合安定な連星系を直接計算することになるので, 計算コストが莫大になる.
- すべて安定とみなして全部近似的に解けば計算は楽だが, 結果が間違っただけのものが出る.
- 安定/不安定境界は正確に求めることが難しい(パラメータの多さ, 乱数, アーキテクチャ依存性...).

# 安定/不安定境界の三体系はどんな振る舞いか？

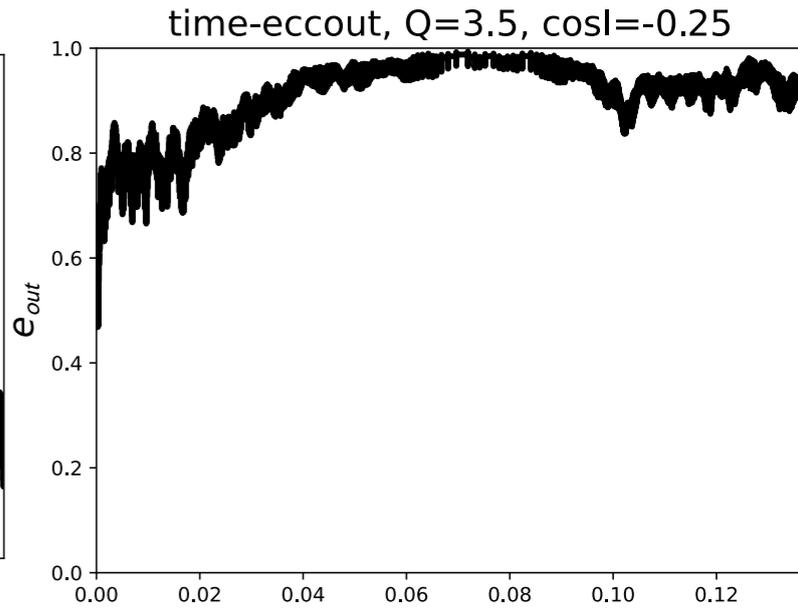
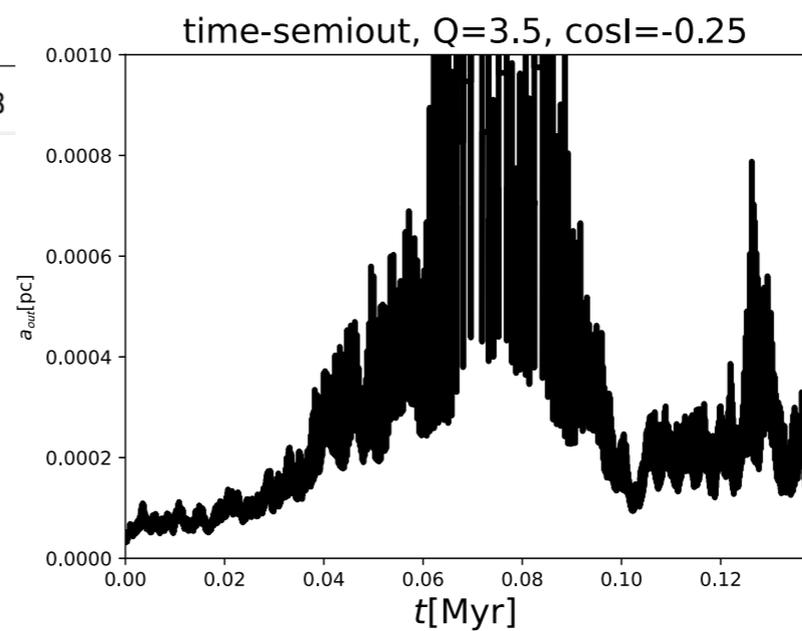
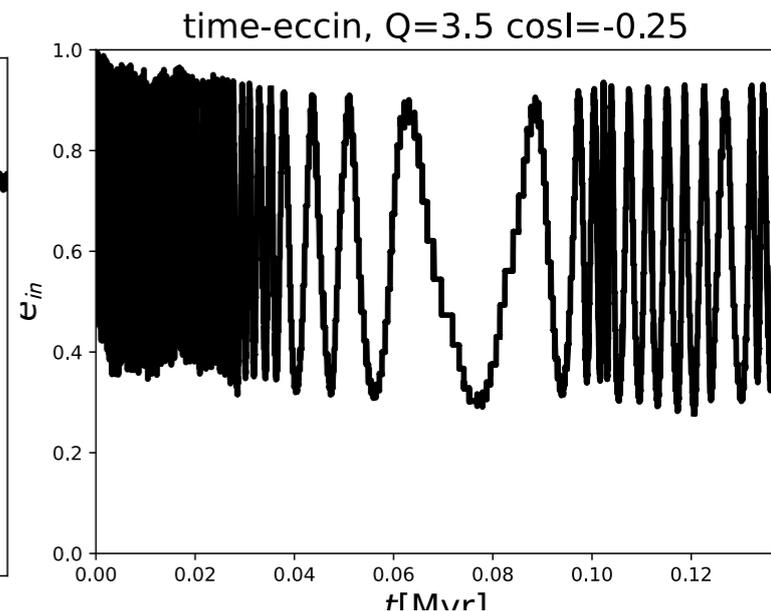
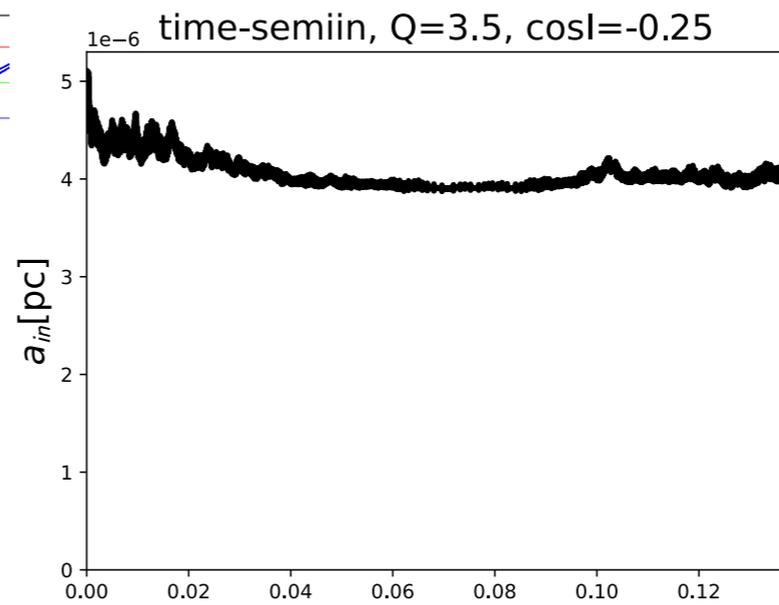
- 安定/不安定境界を求める研究はたくさんなされているが、境界にある連星がどのような軌道要素変化を経て保持・破壊されるかはよくわかっていない。
- 境界にある連星の軌道要素変化が分かれば、SDARに変わる新たなアプローチを適用できる可能性がある。
- Mylläri+18と同様の計算を回し、境界にある連星の軌道要素変化を見る
- パラメータ：Q, 軌道傾斜角を動かす
  - 三体系の質量はすべて1(等質量)
  - innerとouterの初期離心率は0.5
  - 残りの軌道要素(昇交点経度, 近点引数, 離心近点角)は乱数
- 計算時間：outerの周期の10000倍
  - 最後まで計算し、三体系が破壊されていなければ安定とみなす
- 境界にある三体系の軌道要素の時間変化を見る

# 3. シミュレーション結果

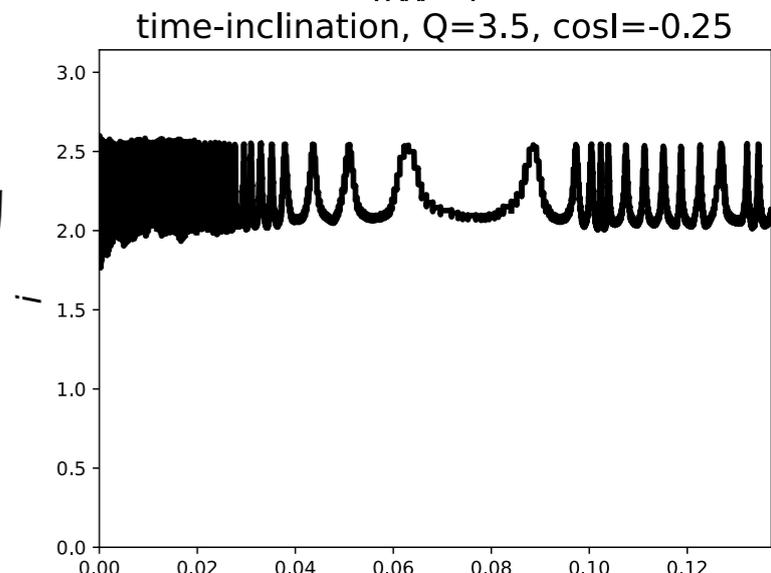
# 軌道要素の時間進化(境界付近)



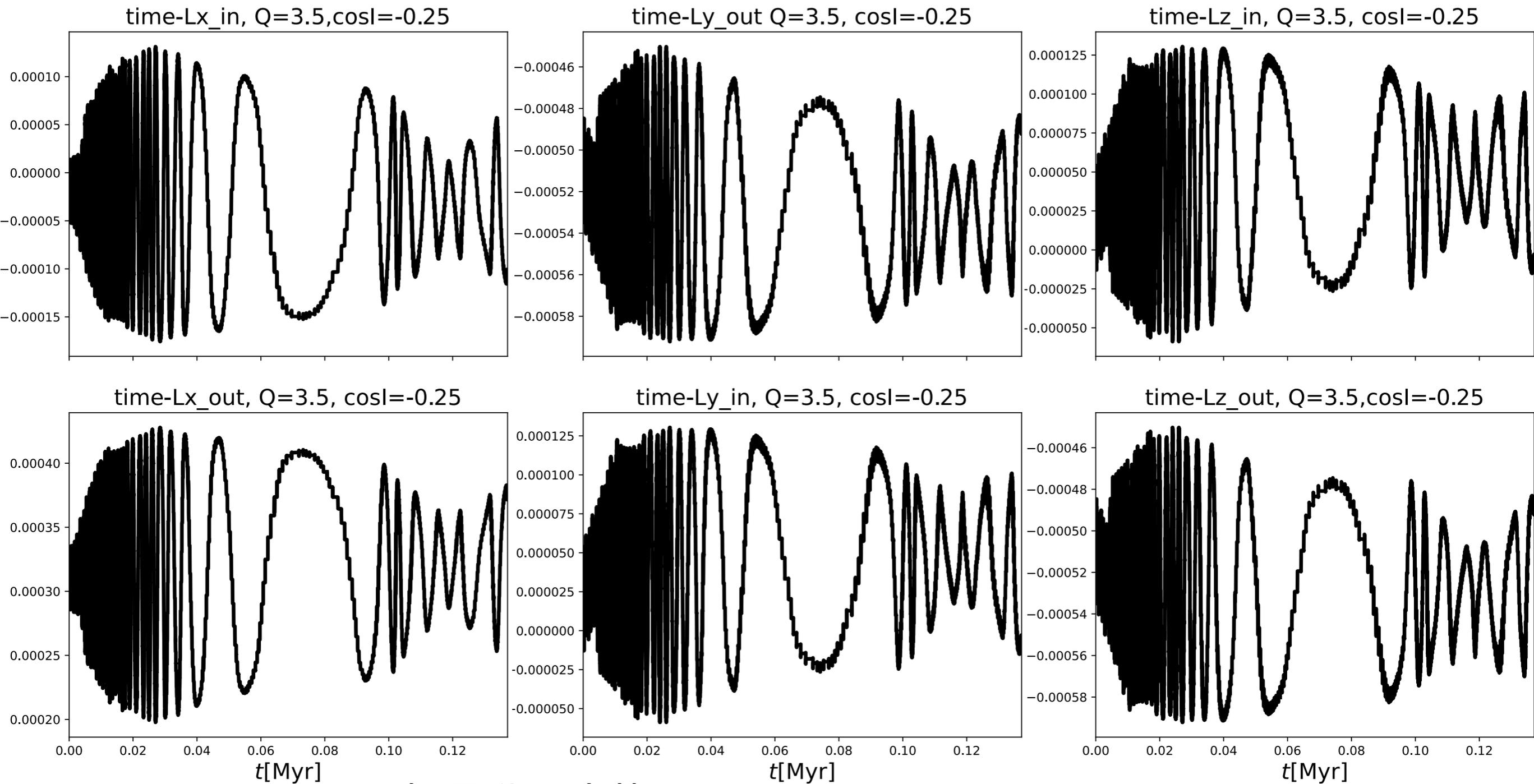
- outerの軌道長半径が桁で変化



- outerの離心率は1に近づき, innerの離心率は大きく振動
- $t \sim 0.04$  Myrあたりから振る舞いが変わる

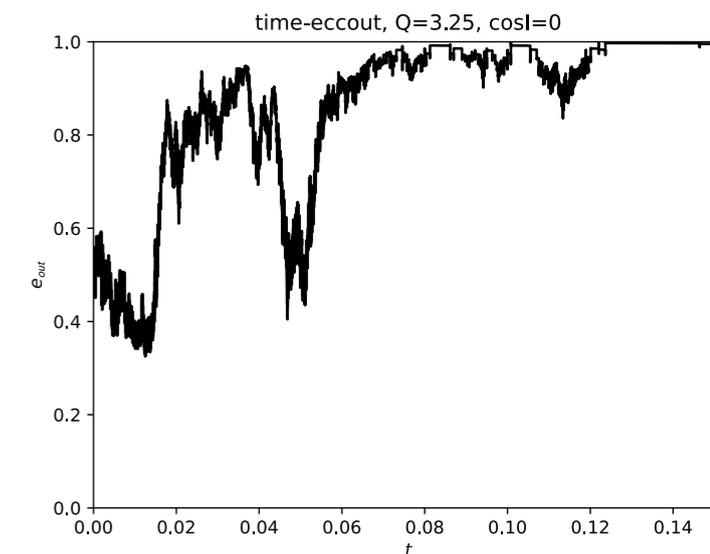
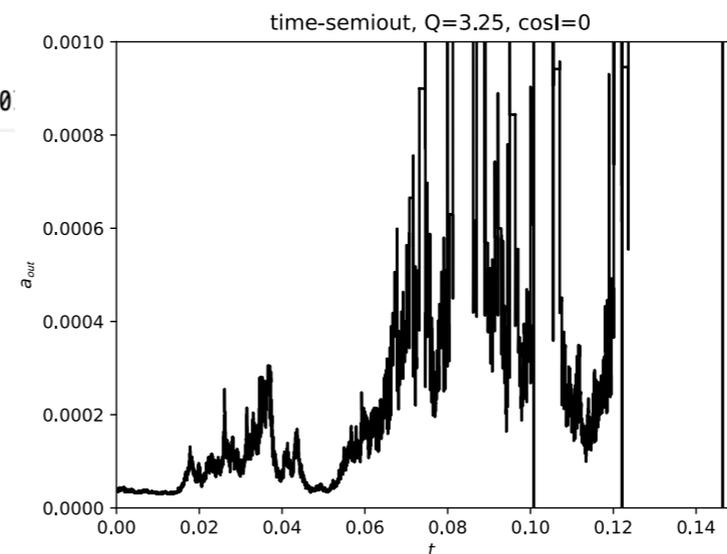
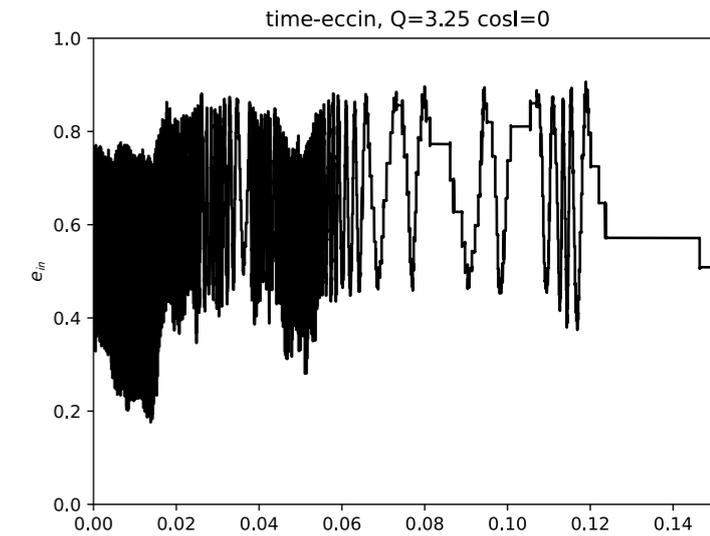
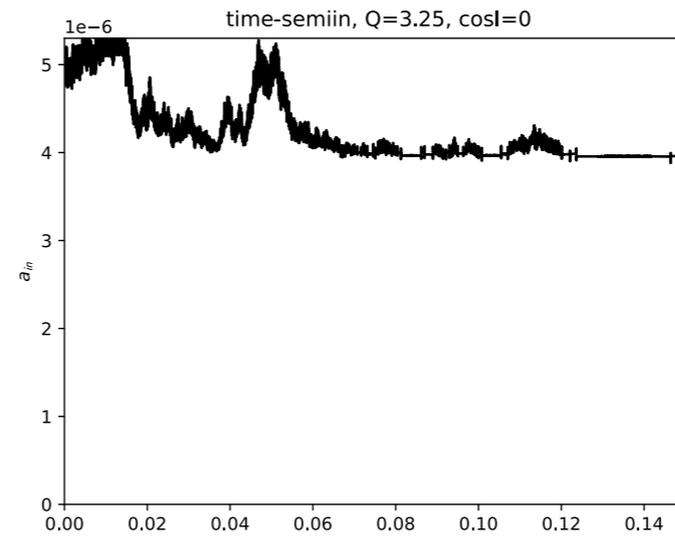
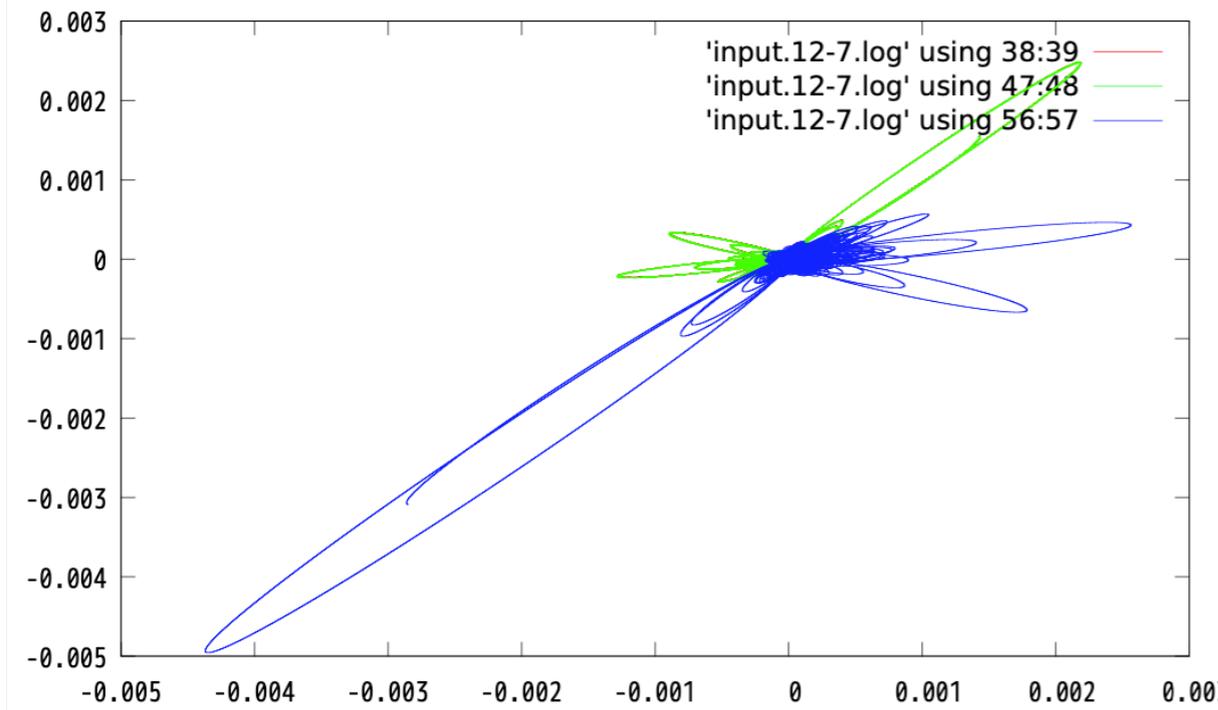


# 軌道要素の時間変化(続き)



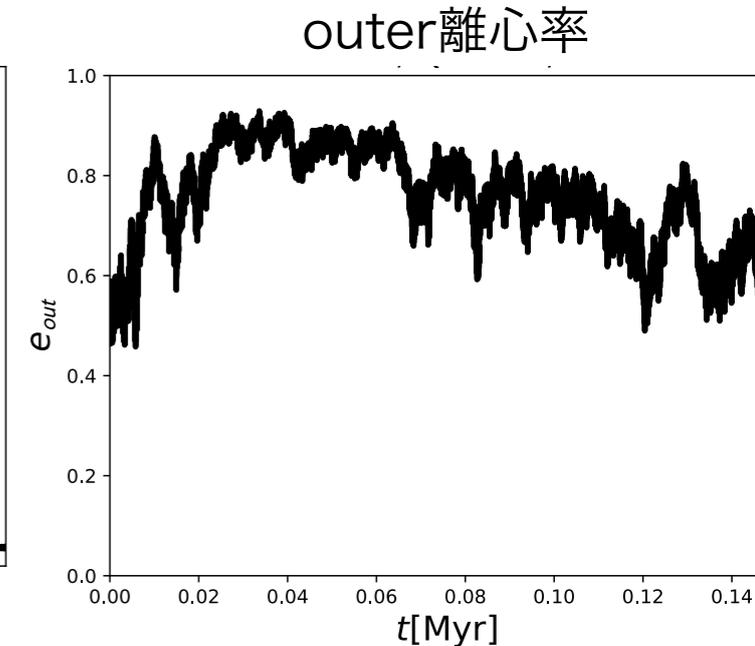
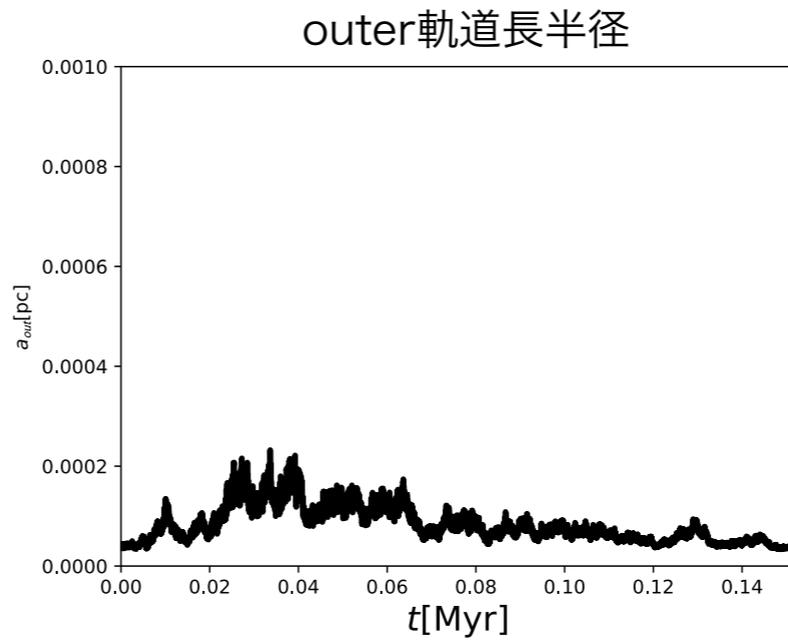
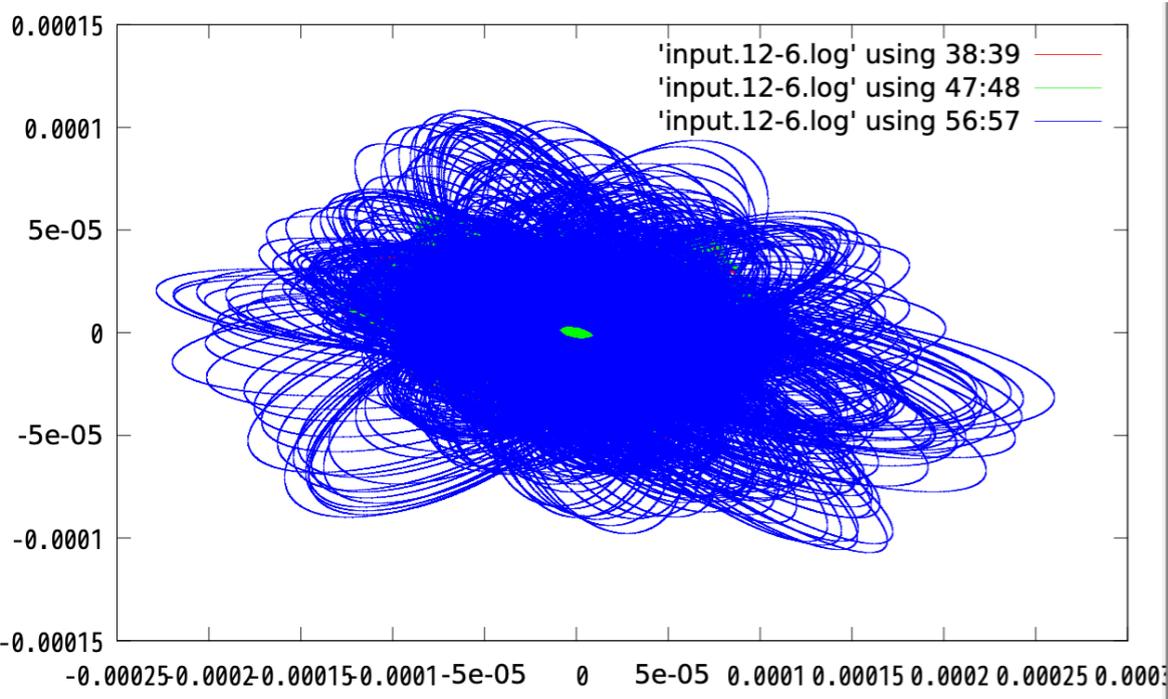
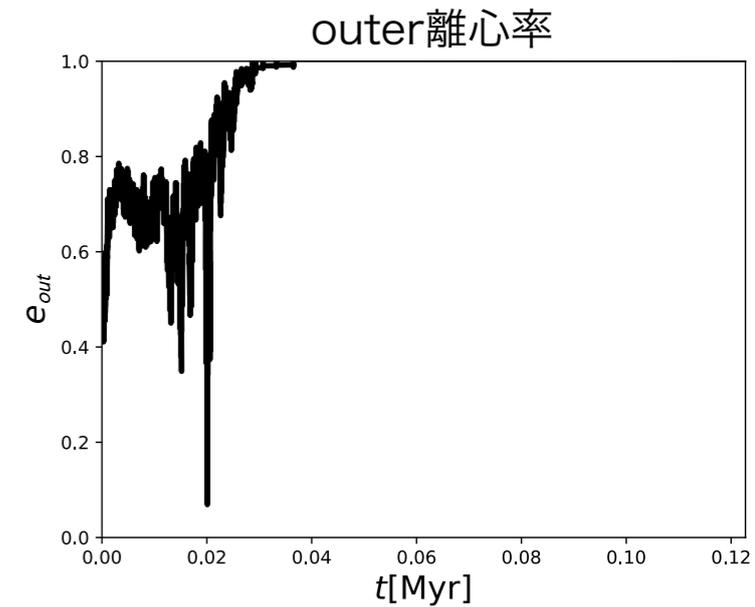
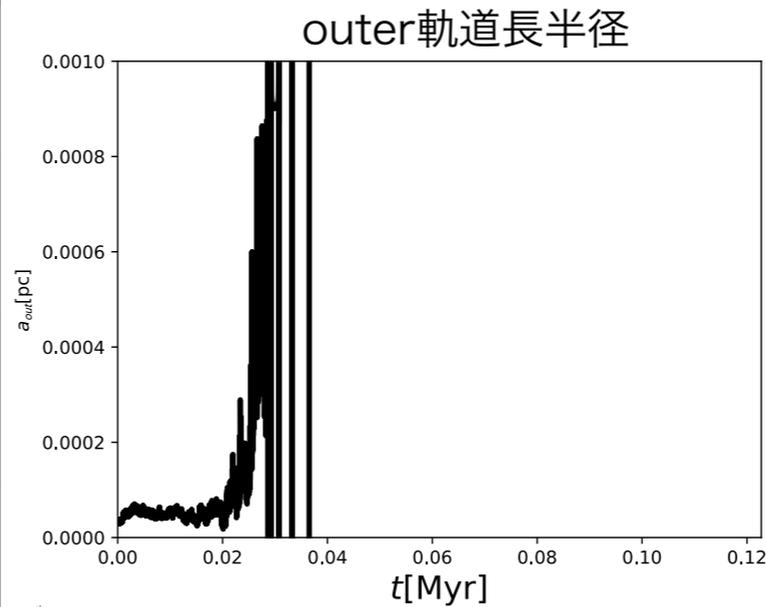
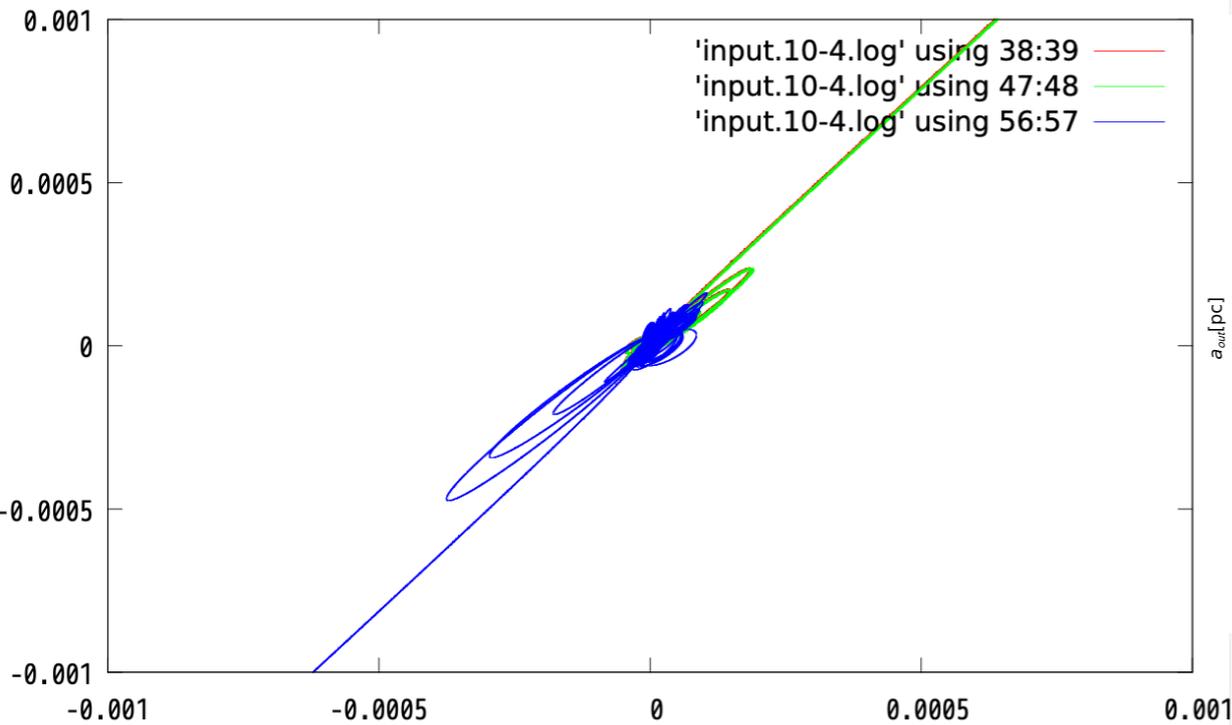
- innerとouterの角運動量交換
- outerの軌道長半径が大きくなる場所  $t \sim 0.04$  Myrから穏やかになる
- 交換する角運動量の大きさはほぼ一定

# 軌道要素の時間変化(境界付近)



- innerの軌道長半径はファクター以内の変化だが, outerは桁で変わる.
- 離心率はouterのものが1に近づき, 非常にeccentricな軌道を取る
- outerの軌道長半径が大きくなった後, また戻ってくるorそのまま飛び去る

# 破壊と安定のパターン

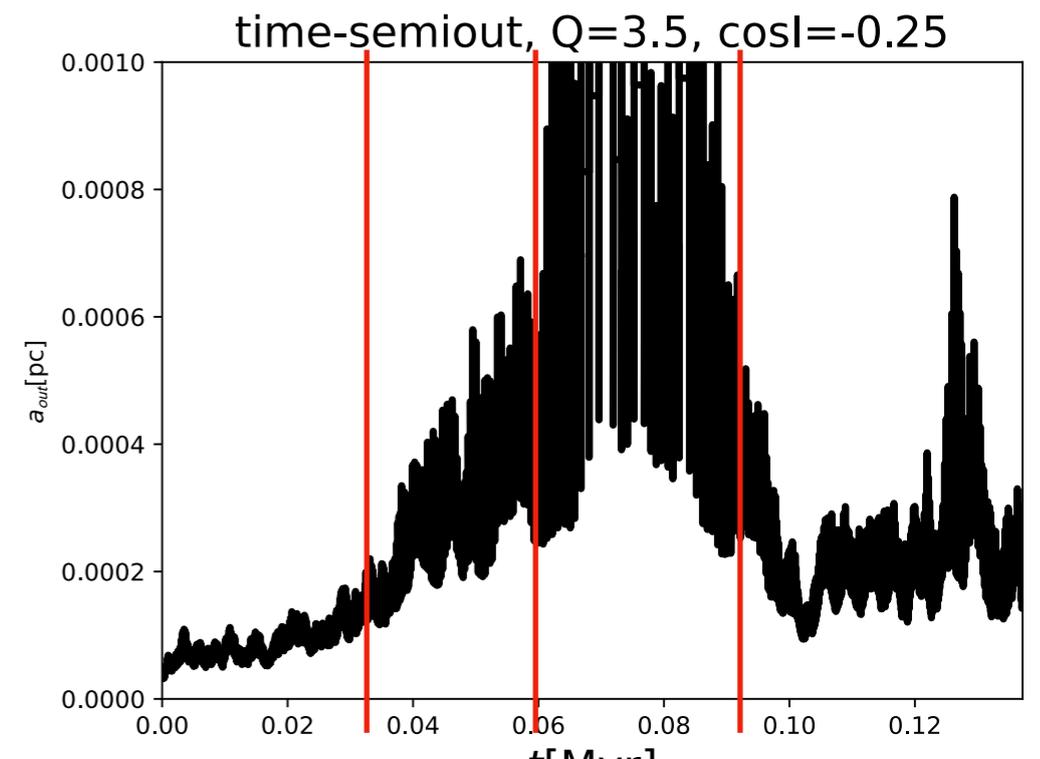


- outerの軌道長半径が大きく、よりeccentricになり、そのまま飛んでいけば破壊。それほど遠くに行かずに粒子が戻って来れば安定。

## 4. 議論とfuture work

# 議論

- 軌道要素変化に他のパターンは無いのか？
  - 三体系が壊れたときの最終的な形は，基本的には2体+1体のみ
  - 先に見られたようなものは，2体+1体でギリギリ壊れずにまた戻ってくるような振る舞いをしている。
  - 安定/不安定境界にあるものは，大多数がこうなっているのではないか？
- このような振る舞いをするものをどうやって積分するか？
  - 最初の比較的近くを回っているとき
  - 軌道長半径が桁で変わる最中
  - 軌道長周期が変わりきった後，eccentricな軌道を周回しているとき
- どんな積分法を使うか？(勉強中)



# Future work

- 安定/不安定境界に存在する階層的三体の保持・破壊が、どのような軌道要素変化のもとでどのように起こるかをまとめる
  - 軌道長半径が大きくなった後、どういう場合にどのようにして保持・破壊されるのか？
  - 軌道要素変化のパターンは他にもないのか？
  - パラメータ依存性は？
- そもそも三体系の安定/不安定条件は？
  - あるパラメータに対するQの最小値は？
  - パラメータが多い  $m_1, m_2, m_3, a_{\text{in}}, a_{\text{out}}, e_{\text{in}}, e_{\text{out}}, i, \Omega, \omega, u, \dots$
  - パラメータの多さ…機械学習
- 見つかったパターンに対して計算法の実装
- 安全にslow-downできる限界はどこか？

# 5. まとめ

# まとめ

- 星団 $N$ 体シミュレーションでは、安定/不安定境界にある階層的三体系の扱いに改善の余地がある。
- $N$ 体系の中にある三体系は、外部からの摂動が小さければ仮想的に三体系とみなして考える。SDARは階層的三体系を上手に解くことができるが、安定/不安定境界のものは現状直接積分するしか無い。
- 階層的三体系の安定/不安定の条件は完全にはわかっていない。またどのようなプロセスで保持・破壊がおこるのかも未解明の問題である。
- 安定/不安定境界にある階層的三体の振る舞いのパターンとして、outerの軌道長半径が桁で大きくなり、高離心率な軌道を取るようになる物がある。遠くに行ったものが戻って来れば系は保持、そのまま飛んでいってしまうと破壊。
- これが境界において典型的なふるまいであれば、これに対して新しく計算方法を実装することで、連星計算がより高速化される可能性がある(何か使える計算法がないか勉強中です)。