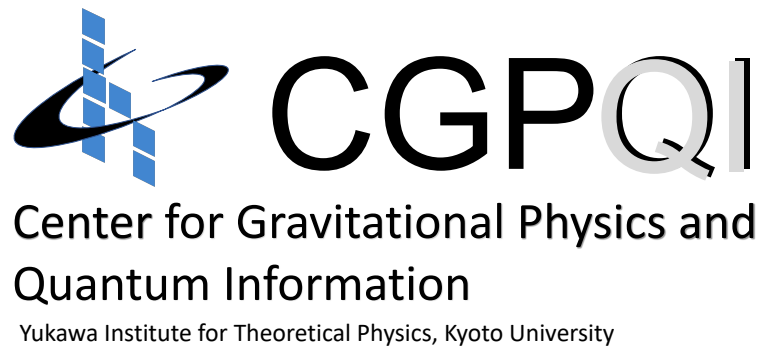


素粒子論から一般相対性理論と宇宙論へ

青木 慎也

京都大学 基礎物理学研究所 重力量子情報研究センター



シミュレーション天文学のこれまでとこれから
— ハードウェア・アプリケーション・サイエンス —
2023年9月4日(月)～6日(水)
神戸大学統合研究拠点 コンベンションホール

牧野さん、還暦おめでとうございます！



多方面でのますますのご活躍を期待しています。

1. 牧野さんに関して

以下では敬称略。また、あくまで青木の主観的意見です。

牧野さんとの関係

牧野さんとは研究分野は違ったが、もちろん名前は知ってた。

特に、重力計算専用機GRAPEシリーズの開発者としての牧野さんの名前はよく聞いていた。

これは、1992年から始まった「超並列計算機CP-PACS」の開発プロジェクトに私も関わって、「分野の先輩」あるいは「ライバル」としてその名前が上がっていたためだろう。

牧野さんと実際に関わるようになったのは、2010年から始まったHPCI戦略プログラム分野5「物質と宇宙の起源と構造」の活動を通してである。これはスーパーコンピュータ「京」を有効に使うためのユーザー側の研究組織であるが、私が統括責任者、牧野さんが研究開発課題4「ダークマターの密度揺らぎから生まれる第1世代天体形成」の責任者であった。

戦略プログラム発足にあたっては紆余曲折があり、後述するように私はその騒ぎの中で牧野さんの「凄さ」を知ることになる。

戦略プログラム以外でも、計算基礎科学連携拠点では、私が拠点長、牧野さんが副拠点長として毎月の会議などで一緒だった。

それ以降も、2016年から始まったポスト「京」重点課題⑨「宇宙の基本法則と進化の解明」などの活動を通して、牧野さんとは様々なところで接する機会が多かった。

研究関係では、ダークマターのシミュレーションでゴードンベルを獲得したのが印象に残っている。また、ダークマターの質量分布に関する話が面白かった。

残念ながら、牧野さんと関係はほとんどが公的な活動に関するものであり、個人的な交流はほとんどなかった。

数少ない個人的な交流として覚えているのは、牧野さんが東工大にいた頃、共通の友人であった藤垣さん（現東大副学長）と3人で秋葉原で飲んだことである。牧野さんはお酒を飲んでも普段とほとんど変わらなかった。

牧野さんと言えば、所属がどんどん変わり、また、その周期も短くなるのが有名である。私が知り合ってからでも、東大駒場→天文台→東工大→理研RCCS→神戸大、と移っている。（最近は落ち着いてきたようだ。）

牧野さんは研究以外の多方面でも活躍しているが（私がいあまりその手の情報に接しないため）、詳しいことは知らない。次に紹介するのは、私が最も強烈に覚えている牧野さんのエピソードである。

勇気（胆力）の人、牧野さん

2009年11月の事業仕分けで次世代スパコン「京速」が事実上の凍結と判定されたが、それに反対する研究者達が記者会見を開いた。私は海外出張中だったため、不参加。（後で？）ニュースを見た。

色々な人が事業仕分けの判断に反対の意見を述べていたが、（いつものジージャンで参加していた）牧野さんが、どう聞いても「このスパコン計画はダメである。」と言った趣旨の発言（細かい部分は覚えていない）を牧野節でボソボソと言っていたのには驚かされた。

もっと驚いたのは、牧野さんの発言を聞いた新聞記者がその主張を理解できず、「事業仕分けの判断に反対」と受け止めたていたことだった。（同席していた宇川さんなどは渋い顔をしていたが。）このような席でもやスパコン計画に反対する意見が研究者から出るとは思っていない記者たちの「思い込みバイアス」のおかげで、この発言は騒ぎにはならなかった。

とはいえ、このような席で全体の主張とは反対のことを堂々と発言した牧野さんの勇気、胆力には感服した。周りの空気を読んでしまうヘタレの私では到底真似できない。

この勇気を支えるのは、牧野さんが持つ計算機開発に関する幅広い知識と深い造詣だと思う。自分の判断は正しいという自負のもと、あの発言がなされたのであろう。

これに関連して、事業仕分けでの「2位じゃダメなんですか？」という発言に批判的な研究者が多いことには違和感を覚える。これを素直に読めば「開発された計算機の速度が世界1にならなかつたら、全く意味がないのですか？」であり、これに真摯に応えることは税金を使って研究を行っている科学者の義務であると思う。

スパコン速度の1位を「発見を最初にしたかどうか」にすり替え「科学では2位は意味がない」という人がいるが、それは適切ではない。2位のスパコンでも上手く使えば良い成果が出せるし、速度だけでなく、コストパフォーマンスや消費電力なども大事だ。個人的には、速度＝ルミノシティ、メモリ＝最高エネルギー、と大雑把に素粒子加速器の性能と対比させている。

前述のHPCI戦略プログラムは、事業仕分けのおかげ(?)で始まった活動であり、スパコン開発はその後も「科学成果重視」の傾向が続いている。最近では、手っ取り早い科学重視として「分野融合」や「分野創出」が繰り返され、本来の姿ではなくなっている。

牧野さんの勇気に学んで

スパコン以外でも、研究者として牧野さんのように勇気を持って正しい発言をすべき機会はしばしばある。

例えば、素粒子分野では「International Linear Colliderを推進することの科学的意義は何か？」という問いにどう答えるかである。

もちろんILCを作れば何らかの成果を得られるはずだが、それが費用に見合うかというのは難しい問題であり、（知識の不足している）私は声高に意見を述べる勇気はない。

一方、社会的問題ではなく、科学的（物理的）問題であれば、私にとってはその正しさの判断は（比較的）容易である。したがって、牧野さんのような勇気を持たない私でも、多数派とは違う意見を述べることができる。

残りの時間で、物理学に関するそのような少数派の「世迷い言」を述べていきたい。

素粒子理論屋の世迷い言

1. 牧野さんに関して

2. 曲がった時空でのエネルギーとは？

2.1. ニュートン力学のエネルギーと $1/2$ 問題

2.2. 一般相対性理論のエネルギー

2.3. ネーターの第2定理

2.4. 我々の提案

3. ブラックホールはアインシュタイン方程式の真空解か？

4. 重力系の保存量はエントロピー？

5. 最後に

なるべく数式を使わないようにするので、気楽に聞いてください。

2. 曲がった時空でのエネルギーとは？

2.1 ニュートン力学と1/2問題

1つの質点の力学的エネルギー = 運動エネルギー + ポテンシャルエネルギー

ポテンシャルエネルギー = 力に逆らって質点を無限遠から運ぶ仕事

ニュートン重力では
$$V(\vec{x}_i) = - \int_{\infty}^{\vec{x}_i} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = -Gm_i \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|}$$

全エネルギー = 個々の質点のエネルギーの和

ニュートン重力では
$$E = E_k + \sum_i V(\vec{x}_i) = E_k - G \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{m_i m_j}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|}$$

このエネルギーは保存しない！ \longrightarrow “double counting”があるのでポテンシャルを「半分」に。

この1/2をどのように正当化するか？

c.f. クーロン力でも同様。「電磁場のエネルギー」で説明。 \longrightarrow 重力場のエネルギー？

2.2 一般相対性理論のエネルギー

一般相対理論で保存するエネルギーをどのように定義するか？

アインシュタイン方程式 $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu}$

物質のエネルギー運動量テンソル $T_{\mu\nu}$ は共変的に保存する： $\nabla_{\mu}(\sqrt{-g}T^{\mu}_{\nu}) = 0$

しかしながら、これから保存するエネルギーは定義できない。

保存するエネルギーを定義するには以下が必要。

$$\partial_{\mu}(\sqrt{-g}T^{\mu}_{\nu}) = 0$$

しかしながら、一般には $\partial_{\mu}(\sqrt{-g}T^{\mu}_{\nu}) \neq 0$

どうするか？

アインシュタインの提案（擬テンソル）

エネルギー運動量テンソルが保存するようには修正する：

$$\partial_\mu [\sqrt{-g}(T^\mu{}_\nu + t^\mu{}_\nu)] = 0$$

アインシュタインは付加項 $t^\mu{}_\nu$ を重力場のエネルギー運動量成分と考えた。

しかしながら $t^\mu{}_\nu$ は共変的テンソルではなく（擬テンソル）、一般相対性理論の大原則である一般座標変換共変性を壊している。したがって $t^\mu{}_\nu$ （の値は）は座標系の取り方に依存する。

これで良いのか？

「教科書」ではどのように記述されているか？

適宜編集あり。

W. パウリ 「相対性理論」

シュレディンガーは質点の作る重力場に対して t^{μ}_{ν} を計算し、その成分が到る所で恒等的に 0 となるという驚くべきことを発見した。

パウアーは極座標により導かれた $g_{\mu\nu}$ を使って t^{μ}_{ν} を計算すると、それが 0 にならないばかりでなく、全エネルギーが無限大になることを発見し、

アインシュタインは、多数の粒子が相互作用している時は t^{μ}_{ν} が確かにゼロにならないことを証明した。

この論文でアインシュタインは、座標系を変更すれば、エネルギーの分布は一般に変化するが、閉じた物理系の全エネルギーおよび全運動量は、相当に一般的な座標変換に対してもその値を変えないことを証明した。

我々は、 t^{μ}_{ν} 自身の値に物理的意味を持たせることはできない。(中略) しかしこれを全空間にわたって積分したものは明確な物理的意味を持つ。

20.4 なぜ重力場のエネルギーは局在化され得ないのか？

“局所的な重力エネルギー運動量”は重さを持たない。それは空間を曲げない。アインシュタイン方程式の右辺の源の項として役に立たない。

任意の与えられた局所で全ての局所的な重力場が消滅する基準系を常に見出すことができる。

局所的な”重力場”が存在しないことは”局所的な重力的エネルギー運動量”が存在しないことを意味する。

重力が、重力的に相互作用している系の質量・エネルギーに寄与することは誰も否定したり否定することを望むことはできない。

重力のエネルギーの存在が問題となっているのではなく、重力のエネルギーの局在化が問題となっているのである。それは局在化できない。等価原理がそれを禁止している。

標準的（多数派）のエネルギーの理解

アインシュタインの擬テンソルによる修正を認める。 $T_{\mu\nu} \rightarrow T_{\mu\nu} + t_{\mu\nu}$

擬テンソル $t_{\mu\nu}$ は重力場のエネルギー運動量を表すと考える。

座標変換により局所的には $t_{\mu\nu} = 0$ とできるので、局所的な重力場のエネルギー運動量は物理的意味がない。

一方、ある条件を満たす閉じた物理系（孤立系）で「エネルギー密度」を積分した全エネルギー E は条件を壊さない座標変換のもとで不変であり、物理的な意味を持つ。また、全エネルギーは保存する。

$$E := \int d^3x \sqrt{-g}(T^0_0 + t^0_0)$$

準局所エネルギー

ADM質量などは、全エネルギーを体積積分ではなく（無限遠での）表面積分で表していて、これらを準局所エネルギーと呼ぶ。

注意 擬テンソル $t_{\mu\nu}$ はユニークに決まらない。 例えば、W. パウリ「相対性理論」

$t_{\mu\nu}$ を適切にとると、アインシュタインのエネルギー E とADM質量はある条件のもとで一致する。

擬テンソルを用いたエネルギーの定義とその標準的な理解は本当に正しいか？

2.3 ネーターの第2定理

ネーターの第2定理とは？

参考文献：内山龍雄「一般相対性理論」

系が一般座標変換やゲージ変換のような「局所変換」に対して不変な場合、そこから得られる保存則は自明（運動方程式を満たしていなくても保存）であり、必ずある量の全微分で書ける。

例： $J^\mu = \partial_\nu F^{\mu\nu}$, $F^{\nu\mu} = -F^{\mu\nu}$ 反対称 \longrightarrow $\partial_\mu J^\mu = 0$

したがって、力学的な保存則としては不適。

S. Aoki and T. Onogi, Int. J. Mod. Phys. A36 (2022) 2250129.

アインシュタインのエネルギーやADM質量は第2定理から導かれる。体積積分が表面積分で書けること（準局所表示）も理解できる。

したがって、これらは力学的なエネルギーの定義としては不適である。

(恒等式は力学的保存則ではない。)

以上のことは元々、ネーターの論文で指摘されていた。

E. Noether, *Gott. Nachr.* **1918**(1918)235-257 [[arXiv:physics/0503066\[physics\]](https://arxiv.org/abs/physics/0503066)].

Hilbert enunciates his assertion to the effect that the failure of proper laws of conservation of energy is a characteristic feature of the “general theory of relativity.” In order for this assertion to hold good literally, therefore, the term “general relativity” should be taken in a broader sense than usual, and extended also to the forgoing groups depending on n arbitrary functions.²⁷

不思議なことに、ネーターの第2定理は、ほとんどの一般相対論の教科書や論文では触れられていない。

例外：内山龍雄「一般相対性理論」

もし「ネーターやヒルベルトの指摘が正しくない」と考えているのであれば、きちっと反論すべきである。

我々はネーター達の指摘は正しいと考え、エネルギーの違った定義を提案した。

2.4 我々の提案

S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama, Int. J. Mod. Phys. A36 (2021) 2150098.

エネルギーの別の定義

$$E_{\text{our}}(x^0) := \int d^3x \sqrt{-g} T^0{}_{\nu} \xi^{\nu} \quad \xi^{\nu} := -\delta_0^{\nu} \quad \text{時間方向の大局的な並行移動の生成子}$$

物質のエネルギー運動量テンソルのみを使っているので、物質のエネルギーを表している。平坦な空間での「エネルギーの定義」の一般化になっている。

「重力場のエネルギー」という概念は導入しない。従って、「エネルギーが座標系に依存してしまう」という問題は生じない。

その代わりに、このエネルギーは、一般（外場である重力場が時間依存な場合）には「保存しない」。

ただし $\nabla_{\mu}(T^{\mu}_{\nu}\xi^{\nu}) = 0$ が満たされていればエネルギーは保存する。

ξ^{ν} がキリングベクターである場合

$$\nabla_{\mu}(T^{\mu}_{\nu}\xi^{\nu}) = T^{\mu\nu}\nabla_{\mu}\xi_{\nu} = \frac{1}{2}T^{\mu\nu}(\nabla_{\mu}\xi_{\nu} + \nabla_{\nu}\xi_{\mu}) = 0$$

V. Fock, *The Theory of Space, Time and Gravitation* (Pergamon Press, New York 1959)

A. Trautman, *Kings Collage lecture notes on general relativity* (1958)

A. Komar, *PRD127 (1962) 1411*.

R. Wald, *General Relativity* (The University of Chicago Press, Chicago, 1984), p.286, footnote 3.

Lecture notes by M. Blau, 白水 (日本語)、関口 (日本語)

ξ^{ν} がキリングベクターでない場合でも

$$\sum_{\mu\nu} T^{\mu\nu}\nabla_{\mu}\xi_{\nu} = 0 \quad \text{であれば保存}$$

例：ある種の重力崩壊

S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama, *Int. J. Mod. Phys. A36 (2021) 2150201*.

我々の定義は通常ブラックホールの質量を正しく再現する。(後述)

我々の定義は中性子星などのコンパクトスターの場合は、ADM質量とは異なる結果を与える。

$$E_{\text{our}} < E_{\text{ADM}}$$

我々のエネルギーの定義は $E = E_k - G \sum_i \sum_{j \neq i} \frac{m_i m_j}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|}$ に相当する

III. ブラックホールは アインシュタイン方程式の真空解か？

ブラックホールのエネルギーを我々の定義で計算するようになるか？

$$E_{\text{our}} = \int d^3x \sqrt{-g} T^0{}_{\nu} \xi^{\nu}$$

多数派の答え

ブラックホールはアインシュタイン方程式の真空解なので $T_{\mu\nu} = 0$ である。したがって $E_{\text{our}} = 0$ のはず。

しかしながら、シュバルツシルド・ブラックホールに対してアインシュタイン方程式の左辺を正しく計算すると

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \propto \delta^{(3)}(\vec{x}) \longrightarrow T_{\mu\nu} \propto \delta^{(3)}(\vec{x})$$

原点にデルタ関数的特異性があり、積分するとブラックホールの質量が正しく出る。

S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama, Int. J. Mod. Phys. A36 (2021) 2150098.

ブラックホールはアインシュタイン方程式の真空解ではない。

c.f. 点電荷はマックスウェル方程式の真空解ではない。

IV. 重力系の保存量はエントロピー？

一般相対性理論の保存量

我々は物質のエネルギー運動量テンソルを用いて、エネルギーとは異なる保存量を共変的に定義できることを示した。

$$\nabla_{\mu} T_{\mu\nu} = 0 \longrightarrow \nabla_{\mu} (T^{\mu}_{\nu} \zeta^{\nu}) = 0 \longrightarrow S = \int d^3x \sqrt{-g} T^0_{\nu} \zeta^{\nu}$$

S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama, Int. J. Mod. Phys. A36 (2021) 2150201.

その保存量 S が「エントロピー」に対応することを指摘した。

この考えを膨張宇宙に適用すると以下の結果が得られる。

$$\text{輻射優勢期: } P = \frac{1}{3}\rho \longrightarrow \text{エントロピー密度} = \frac{\rho + P}{T} \quad \text{Stefan-Boltzmann則 } \rho \sim T^4$$

$$\text{インフレーション: } P = -\rho \longrightarrow S = \frac{\text{Are of de Sitter Horizon}}{4G} \quad \text{Bekensetin-Hawking}$$

現在、更なる検証が進行中。乞うご期待。

V. 最後に

牧野さん、健康で充実した還暦後の研究者生活をお祈りしています。



私も牧野さんを見習って定年まで（定年後も）頑張りたいと思います。一度は共同研究をしてみたいものですね。

ご清聴ありがとうございました！