子午面循環メカニズムの再検討

松田佳久

（2022年 3月28日）

金星研究会

子午面循環メカニズムを2つの問題に即して再検討する

（１）Horinouchi et al.(2020)と従来の子午面循環メカニズムとの整合性の考察

（２）剛体回転モデルによる考察

(a) 平均大気密度の鉛直分布の影響

(b) 子午面循環の鉛直分布の影響（と鉛直渦粘性の鉛直分布の影響）

Horinouchi et al.(2020)の検討
ー金星雲層における角運動量バランス

(1) この論文の主旨→子午面循環はスーパー･ローテーションをhomogenize、$\overline{u'v'}$ がそれを打ち消して、バランス。

(2) 従来の子午面循環メカニズム(Gierasch (1975), Matsuda(1980))→子午面循環がスーパーローテーションを形成

(1)と(2)の関係を検討する

東西方向の運動方程式（東西平均）

$$\frac{\partial \overline{u}}{\partial t} = -\overline{v}\frac{\partial \overline{u}}{\partial y} - \overline{w}\frac{\partial \overline{u}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} + \nu_z \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial z^2}$$

移流項形式

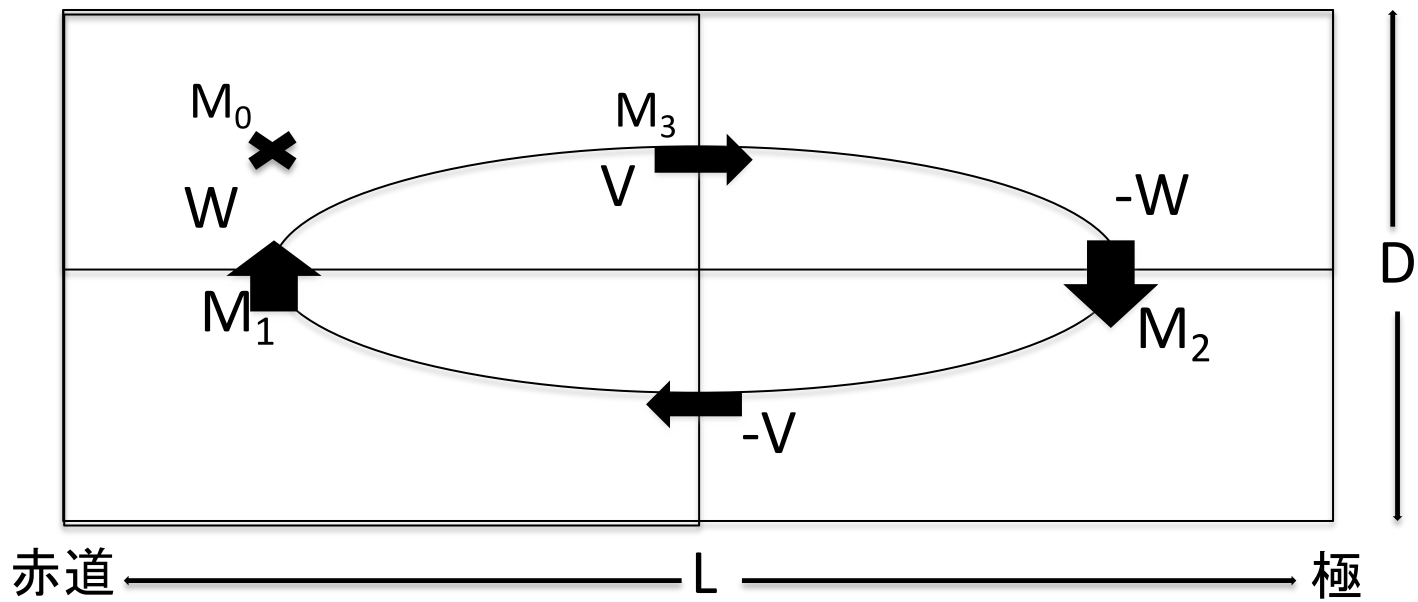
$$= -\frac{\partial \overline{u}\overline{v}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u}\overline{w}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} - \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} + \nu_z \frac{\partial^2 \overline{u}}{\partial z^2}$$

フラックス形式

両者は同等だが、それぞれによって子午面循環の角運動量輸送効果を調べる

従来の説明→フラックス形式、H論文→移流項形式

フラックス形式による子午面循環の角運動量輸送の検討:上半分全体の収支



v:代表的南北速度、w:代表的鉛直速度、L:水平間隔、D:層の厚さ

$M_1 W > 0$ (低緯度での角運動量の上方輸送)が

$M_2 W < 0$ (高緯度での角運動量の下方輸送)より大

上半分全体の収支（続き）

- 上半分全体は角運動量がM_1W-M_2Wだけ増大: 下半分はそれだけ減少

→（南北平均した）スーパーローテーションの鉛直シアも増大する傾向

→鉛直渦粘性がこのシアを均そうとする

→両者が釣り合う

上左部分（低緯度上層）の角運動量収支

- $M_1<M_3$ ならばM_3V-M_1Wだけ減少
- $M_1>M_3$ ならばM_1W-M_3Vだけ増大
- M_3Vは$\overline{u'v'}$により補償される（水平渦による混合）: 水平渦粘性ν_H（大規模なプロセスをパラメタライズしたもの）

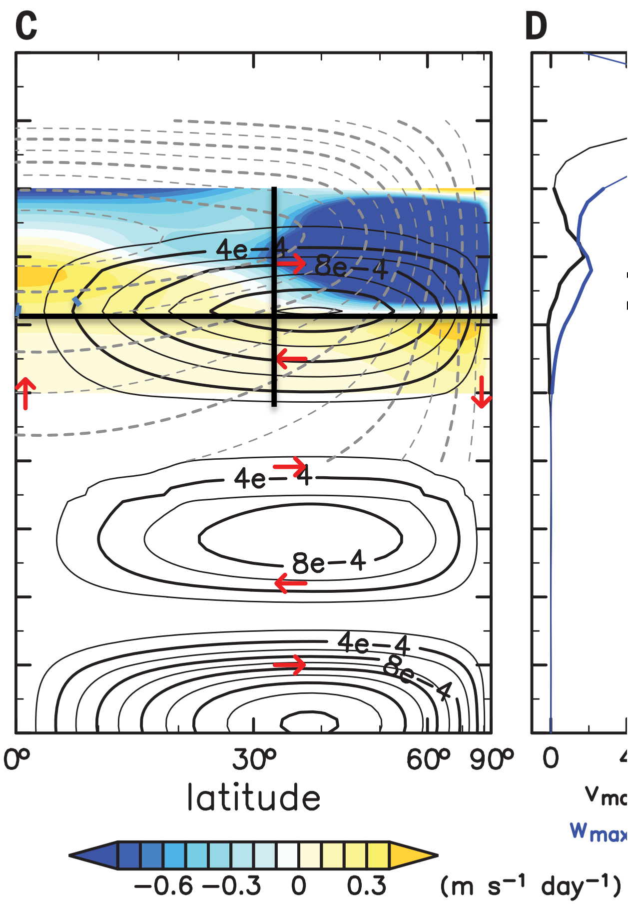
→上左部分の角運動量は増大

→鉛直渦粘性がこのシアを均そうとする

→両者が釣り合う

子午面循環の効果の移流項形式による説明

- Horinouchi et al.(2020)のFig.1(SRのU<0に注意)



カラーは子午面循環によるSRの加速(青)、減速(黄)

右上の加速→ $-\bar{v}\frac{\partial M}{\partial y}\left(\bar{v}>0, \frac{\partial M}{\partial y}<0\right)$

左中央の減速→ $-\bar{w}\frac{\partial M}{\partial z}\left(\bar{w}>0, \frac{\partial M}{\partial z}>0\right)$

下半分の減速→ $-\bar{v}\frac{\partial M}{\partial y}\left(\bar{v}<0, \frac{\partial M}{\partial y}<0\right)$

上（下）半分全体の角運動量の増減

(1) 上左部分は減速、上右部分は加速だが、全体としては加速：角運動量増大

(2) 下半分全体で減速：角運動量減少

(1)+(2) → （南北平均した）スーパーローテーションの鉛直シアは増大(homogenize の反対）

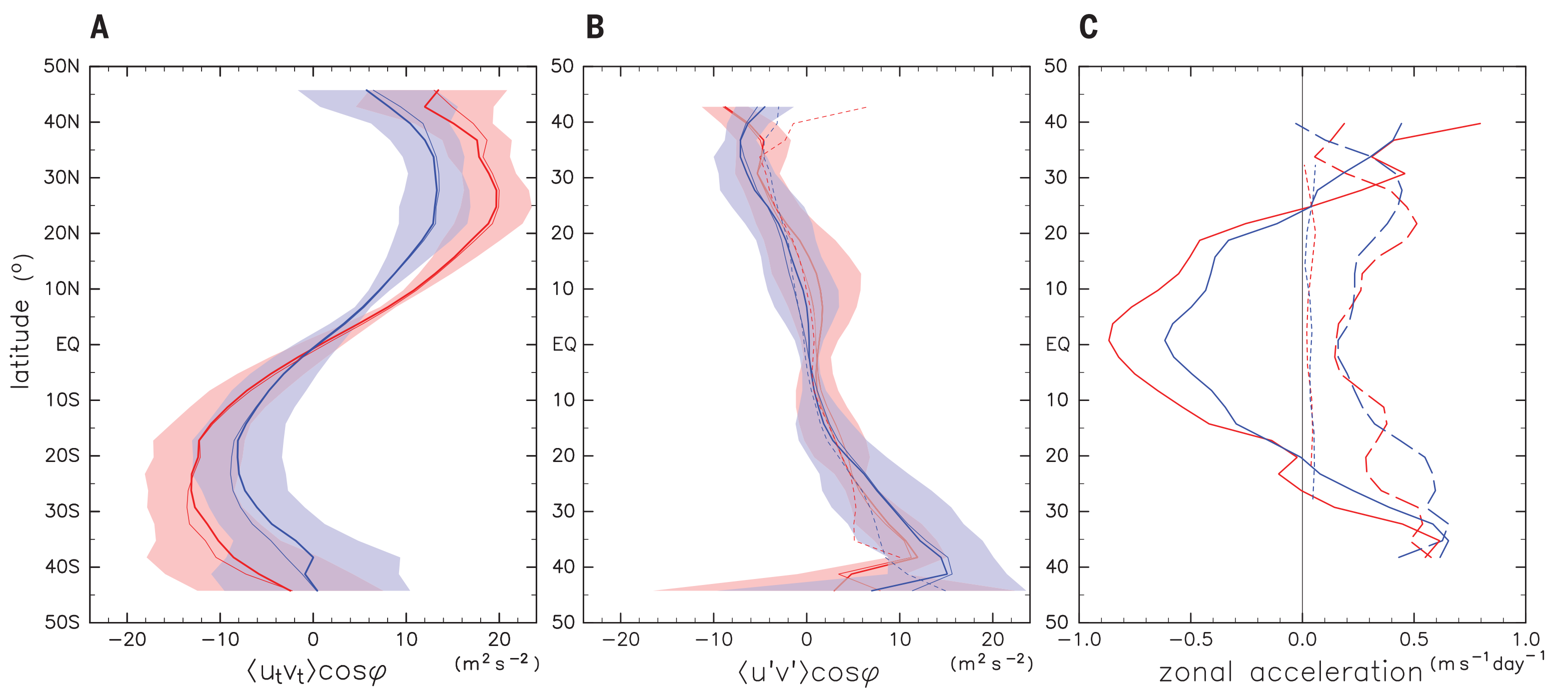
：フラックス形式の説明と一致→平衡状態であるためには、この鉛直シア増大を打ち消す下方向の運動量輸送が必要

上左部分と上右部分の角運動量収支

- 上左部分（低緯度上層）で減速、上右部分（高緯度上層）で加速：homogenize
- これでは定常に達しないので、高緯度から低緯度に角運動量を子午面循環以外のものが輸送し、この傾向を打ち消す必要がある

$\overline{u'v'}$ の観測結果（「あかつき」）

- Horinouchi et al.(2020)のFig.2：Aは熱潮汐波による角運動量輸送（Bは時間変動擾乱）



二つの説明方式の整合性

- H論文Fig.1は（南北平均した）SRの鉛直シアの子午面循環の移流効果による強化を示している

→従来の子午面循環メカニズムと整合的（確証している）：この点はhomogenizeではない

- 上層の低緯度と高緯度のスーパーローテーションは子午面循環の南北移流によってhomogenizeされるが、これは従来から言われていた南北移流の効果

→GieraschとMatsudaでは水平渦粘性で打ち消していた

- H論文により、従来から子午面循環メカニズムで期待されていた、角運動量の低緯度への輸送を担う水平渦の実体として、熱潮汐波が特定された。

今後の課題（問題点）

(A) 水平方向の運動量輸送に関して

(1) H論文で解析された高度以外でも、熱潮汐波が運動量を低緯度に運んでいるか？

(2) なぜ、熱潮汐波が水平面内で傾いて $\overline{u'v'} \neq 0$ となるのか？

(B) スーパーローテーションの根本問題：鉛直方向の運動量バランスはどうなっているのか？

→鉛直渦粘性があると、運動量の上方輸送が必要

→熱潮汐波の$\overline{u'w'}$か子午面循環の $\overline{u}\overline{w}$か

（H論文では子午面循環メカニズムが働いていることが推測されたが量的にはどうか？）

　これらの量は観測からは求まらないので、GCMで予測するしかないのか？

簡単モデル（剛体回転モデル）による考察
問題意識(a) 大気密度の影響

(1)従来、スーパーローテーション生成の子午面循環メカニズム(Gierasch (1975), Matsuda(1980))において、平均密度の高さ変化 $\bar{\rho}(z)$が特に注目されていなかった。

(2)しかし、スーパーローテーションが卓越する金星大気は0kmから70kmに及び、平均密度は何桁も変化する。

(3)この効果を考察する必要がある。

角運動量保存の式（東西平均）

- 東西風速（スーパーローテーション）の緯度分布は

$$\frac{\partial(M+m)}{\partial t}+\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial((M+m)v\cos\phi)}{\partial\phi}+\frac{\partial((M+m)w)}{\partial z}$$

$$=\nu_v\frac{\partial^2(M+m)}{\partial z^2}+\nu_H\frac{1}{a\cos\phi}\frac{\partial(\cos^3\phi\frac{\partial((M+m)/a\cos^2\phi)}{\partial\phi})}{\partial\phi}$$

(A)

- 但し、Mは東西風速による角運動量、mは惑星の自転による角運動量：$M=\rho ua\cos\phi, m=\rho a^2\Omega\cos^2\phi$
- この式ではρ＝一定、と仮定している

高さによる密度変化がある場合の鉛直粘性項

密度は一定ではなく、$\rho = \overline{\rho}(z)$ とするのが、現実的

鉛直粘性の項は $\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial}{\partial z}(\rho \nu_v \dfrac{\partial u}{\partial z})$

故に、東西方向の運動方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \ldots\ldots = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial z}(\rho \nu_v \frac{\partial u}{\partial z})$$

この式の両辺にρa cos φをかけると

$$\frac{\partial(\rho u a \cos\phi)}{\partial t} + \ldots\ldots = \frac{\partial}{\partial z}(\rho \nu_v \frac{\partial(\rho u a \cos\phi / \rho)}{\partial z}) \qquad \text{(B)}$$

つまり、角運動量保存の(A)式で、

$$\nu_v \frac{\partial^2 (M+m)}{\partial z^2} \Rightarrow \frac{\partial\left(\rho \nu_v \dfrac{\partial}{\partial z}\left(\dfrac{(M+m)}{\rho}\right)\right)}{\partial z}$$

子午面循環メカニズムの考察のための簡単モデル

（１）東西方向は一様を仮定

（２）東西風は高さごとに剛体回転を仮定

：$u(\phi, z, t) = U(z, t) \cos\phi$

（３）子午面循環は1半球1セル型を仮定

：$w(\phi, z, t) = W(z, t) f(\phi)$ （低緯度で $f>0$

高緯度で $f<0$）

→ 緯度方向は構造が決まったので、水平方向には積分できる

全球面上で積分した角運動量の式

(A)+(B)式を全球面上で積分し、(8/3)πa³で割ると、

$$\frac{\partial\rho(U+a\Omega)}{\partial t}+\frac{\partial\rho(U+a\Omega)W(z)}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}(\rho\nu_v\frac{\partial(U+a\Omega)}{\partial z})$$

なぜなら、この式の鉛直移流の項の球面上の積分は

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\frac{\partial(M+m)w}{\partial z}2\pi a\cos\phi d\phi=\frac{\partial}{\partial z}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}(\rho ua\cos\phi+\rho a^2\Omega\cos^2\phi)W(z)f(\phi)2\pi a\cos\phi d\phi$$

$$=\frac{\partial\rho(U+a\Omega)W(z)}{\partial z}a^3\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos^2\phi f(\phi)2\pi\cos\phi\, d\phi$$

$$\because u(\phi,z,t)=U(z,t)\cos\phi \quad w(\phi,z,t)=W(z,t)f(\phi)$$

全球面上で積分した角運動量の式

$$\frac{\partial \overline{\rho}(z)(U+a\Omega)}{\partial t}+\frac{\partial \overline{\rho}(z)(U+a\Omega)W(z)}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}(\overline{\rho}(z)\nu_v\frac{\partial(U+a\Omega)}{\partial z})$$

注意：この式から、$\rho=\overline{\rho}(z)$ を消去することはできない。
→ 時間発展問題としては、結果は密度の鉛直分布に依存

全大気での保存量は高さ方向に積分して、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\int_0^D \rho(U+a\Omega)\,dz\right)=\left[\rho\nu_v\frac{\partial(U+a\Omega)}{\partial z}\right]_0^D$$

$$=-\rho\nu_v\left.\frac{\partial U}{\partial z}\right|_{z=0}$$ （地面との運動量の交換）

故に、保存量は $\int_0^D \rho(U+a\Omega)\,dz$ で、全角運動量に比例した量

定常状態の解

- 定常状態、$\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$ → $\frac{\partial \bar{\rho}(z)(U + a\Omega)W(z)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}(\bar{\rho}(z)\nu_v \frac{\partial(U + a\Omega)}{\partial z})$

  zについて積分して、

$$\rho(U + a\Omega)W(z) - \rho\nu_v \frac{\partial(U + a\Omega)}{\partial z} = C$$

z=∞で、W(z)=0、∂U/∂z=0 (stress free) → C=0

$\int_0^D \rho(U + a\Omega)\,dz$

（または、z=0で、W(z)=0、$\rho\nu_v$∂U/∂z=0（固体との運動量の交換なし）→ C=0 ）

$$\bar{\rho}(z)(U + a\Omega)W(z) - \bar{\rho}(z)\nu_v \frac{\partial(U + a\Omega)}{\partial z} = 0$$

両辺を $\bar{\rho}(z)$ で割ることができ、定常解は密度と無関係に決定可能

→ ρ(z)=一定　の場合と同じ結果となる！

簡単（子午面循環）モデルによる考察
(b) 子午面循環の分布の影響

- 子午面循環の形態、分布は現在よくわかっていない。

（１）南北方向に半球１セルなのか？（ハドレー循環がどの緯度まで延びているのか？）

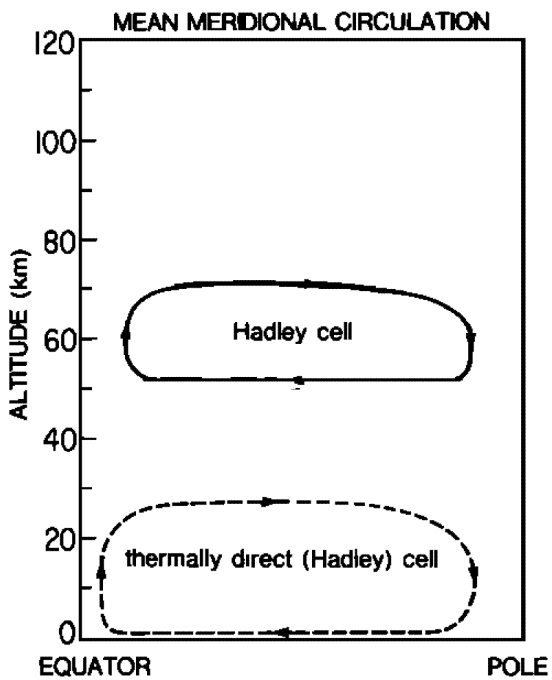
（２）鉛直方向にいくつあるのか？

　これらについて、GCMの結果も必ずしも一致していない？

→簡単モデルにより、（２）の効果を調べる：いろいろな子午面循環の鉛直分布により、どのようなスーパーローテーションができるか？

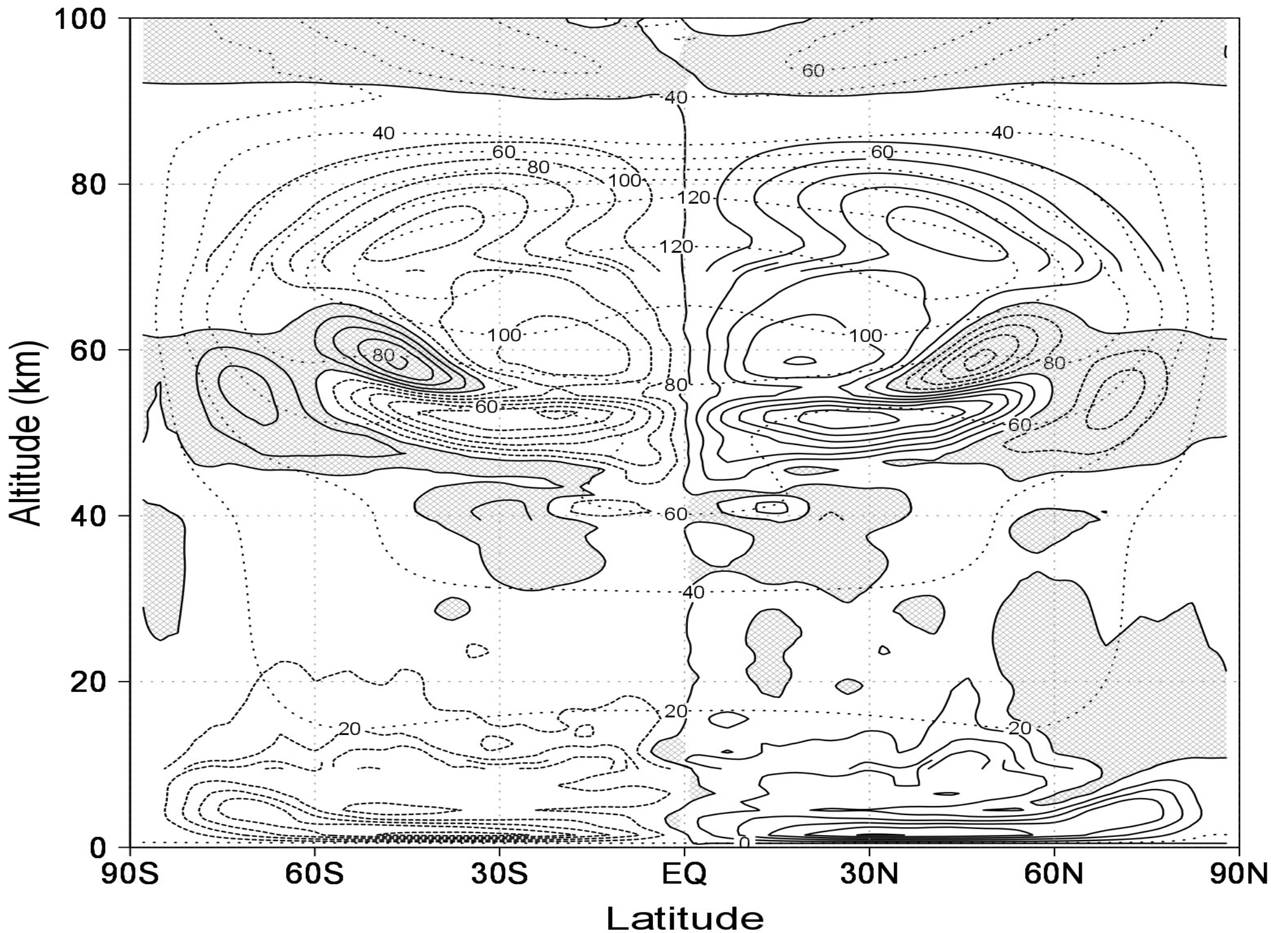
　（南北方向は１セルを仮定）

子午面循環の予想図（太陽光加熱分布からすると）



最近の高木の計算(GCM)による時間、東西平均子午面循環

- 黒線は子午面循環の質量流線関数、点線は東西風速(m/s)



簡単子午面循環の時間積分

$$\frac{\partial \rho (U + a\Omega)}{\partial t} + \frac{\partial \rho (U + a\Omega) W(z)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}(\rho \nu_v \frac{\partial (U + a\Omega)}{\partial z})$$

　この方程式を与えられた子午面循環の鉛直分布に対して、数値積分して定常解を求める。

→以下の計算と図は清水菜々子さん（学芸大）による

1. 方法 [160層モデルにおける各層の計算式]

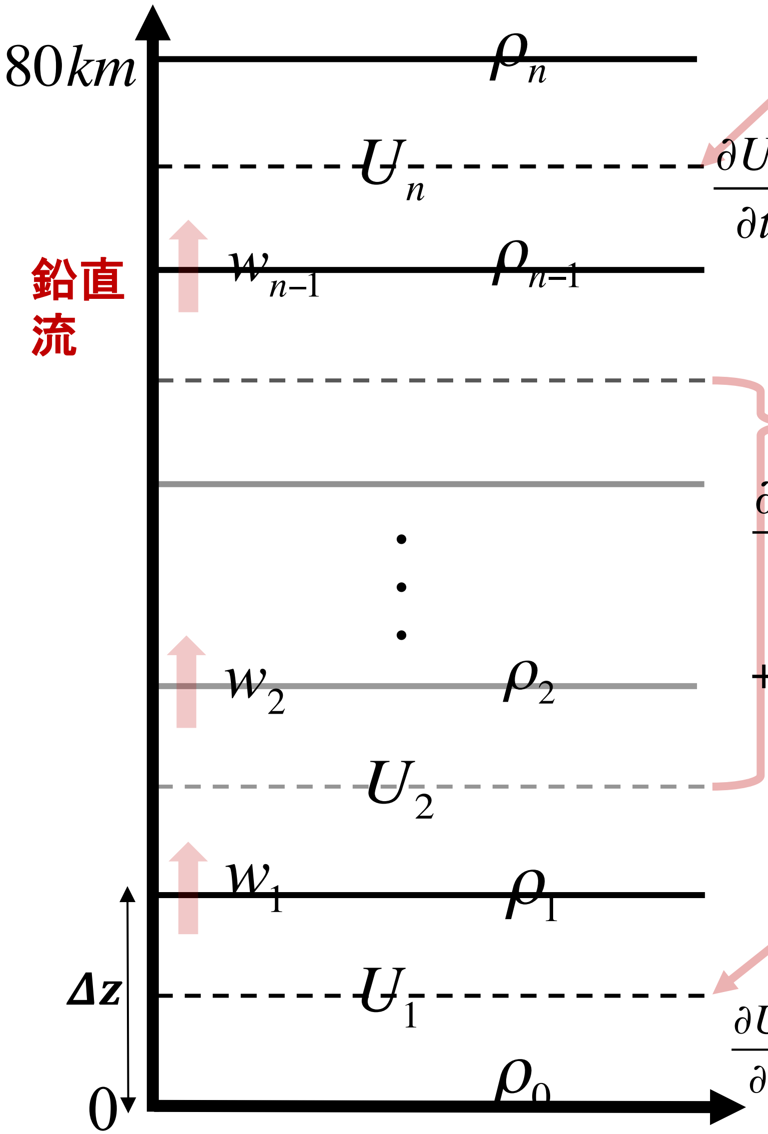


図4. 多層モデル模式図

最上層 (第n層)

$$\frac{\partial U_n}{\partial t}=\frac{1}{\rho_{n-1/2}}\left\{\rho_{n-1}(U_{n-1}+a\Omega)w_{n-1}/\Delta z-\rho_{n-1}\nu_v(U_n-U_{n-1})/\Delta z^2\right\}$$

中間層 (第m層 $2 \le m \le n-1$)

$$\frac{\partial U_m}{\partial t}=\frac{1}{\rho_{m-1/2}}\left\{\rho_{m-1}(U_{m-1}+a\Omega)w_{m-1}-\rho_m(U_m+a\Omega)w_m\right\}/\Delta z$$

$$+\frac{1}{\rho_{m-1/2}}\left\{\rho_m\nu_v(U_{m+1}-U_m)-\rho_{m-1}\nu_v(U_m-U_{m-1})\right\}/\Delta z^2$$

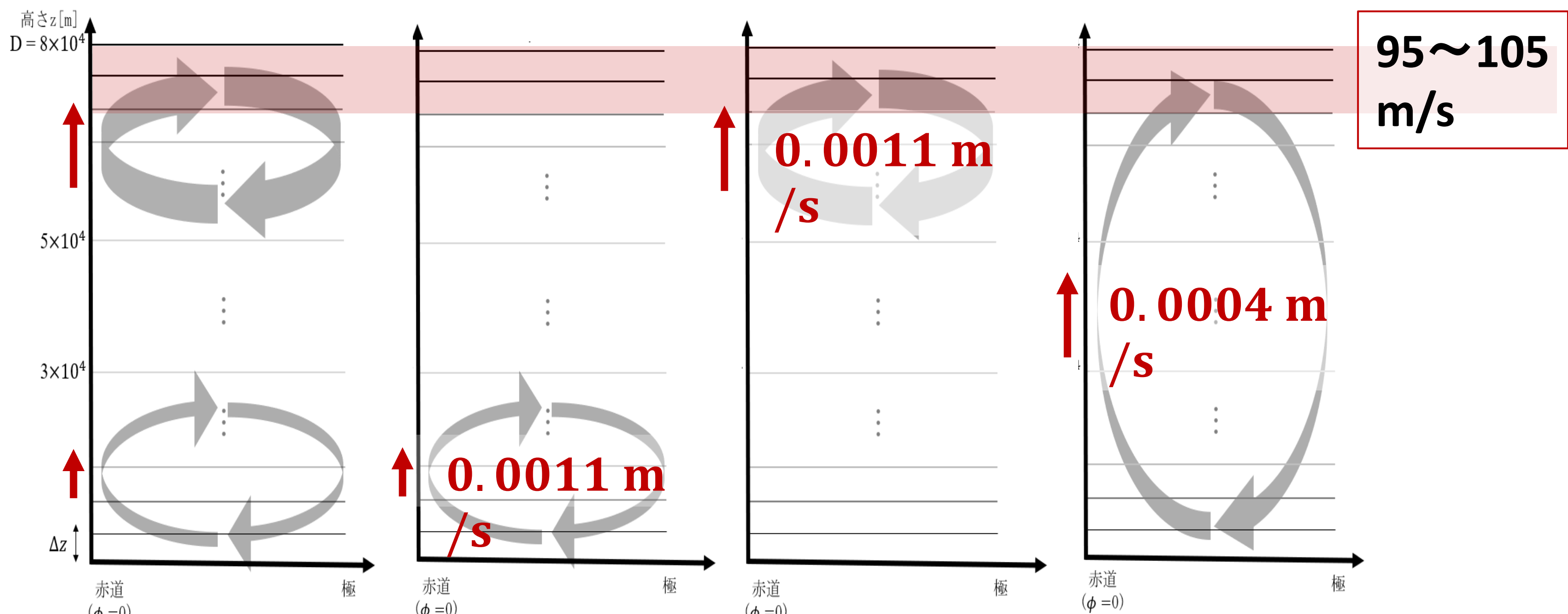
最下層 (第 1 層)

$$\frac{\partial U_1}{\partial t}=\frac{1}{\rho_{1/2}}\left\{-\rho_1(U_1+a\Omega)w_1\right\}/\Delta z+\frac{1}{\rho_{1/2}}\left\{\rho_1\nu_v(U_2-U_1)-2\rho_0\nu_vU_1\right\}/\Delta z^2$$

1. 方法　[使用データ、仮定する子午面循環]

・過去の探査機による観測に基づいた金星標準大気(VIRA)の密度データ（鉛直密度分布）

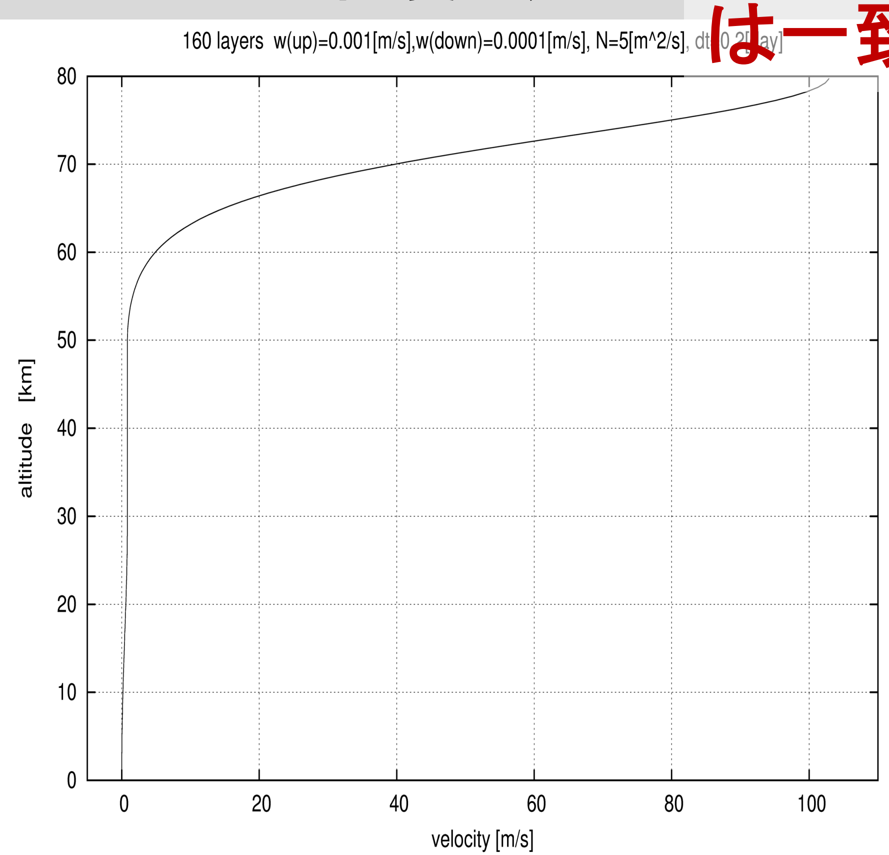
・子午面循環の様相は、以下の4つの型を仮定



①上層・下層型　②下層型　③上層型　④全層型

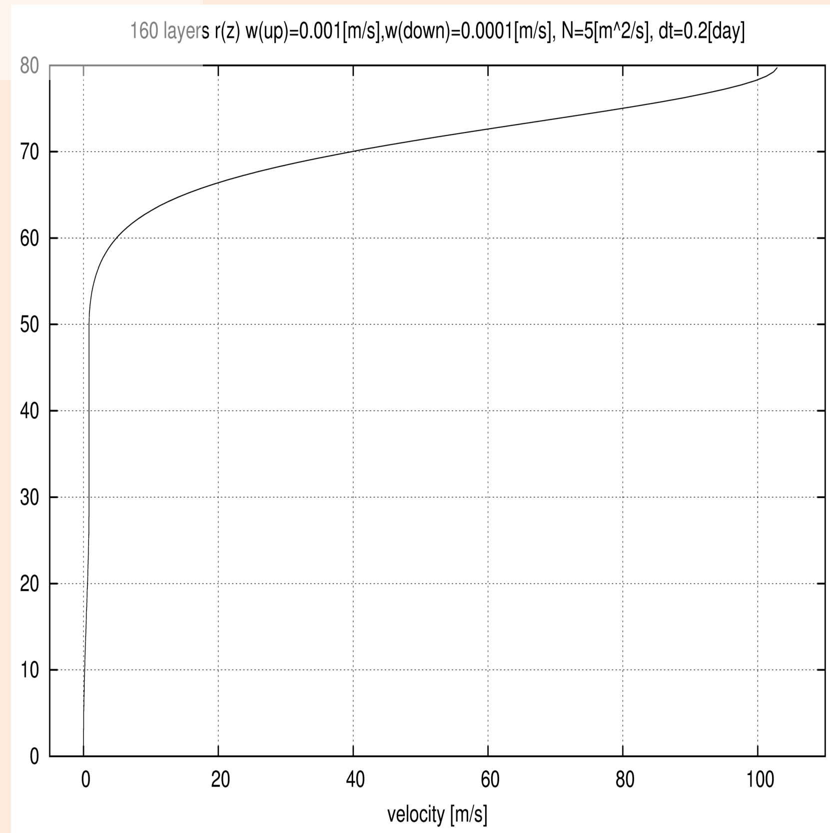
2. 結果

密度一定



定常状態では一致。

密度変化あり

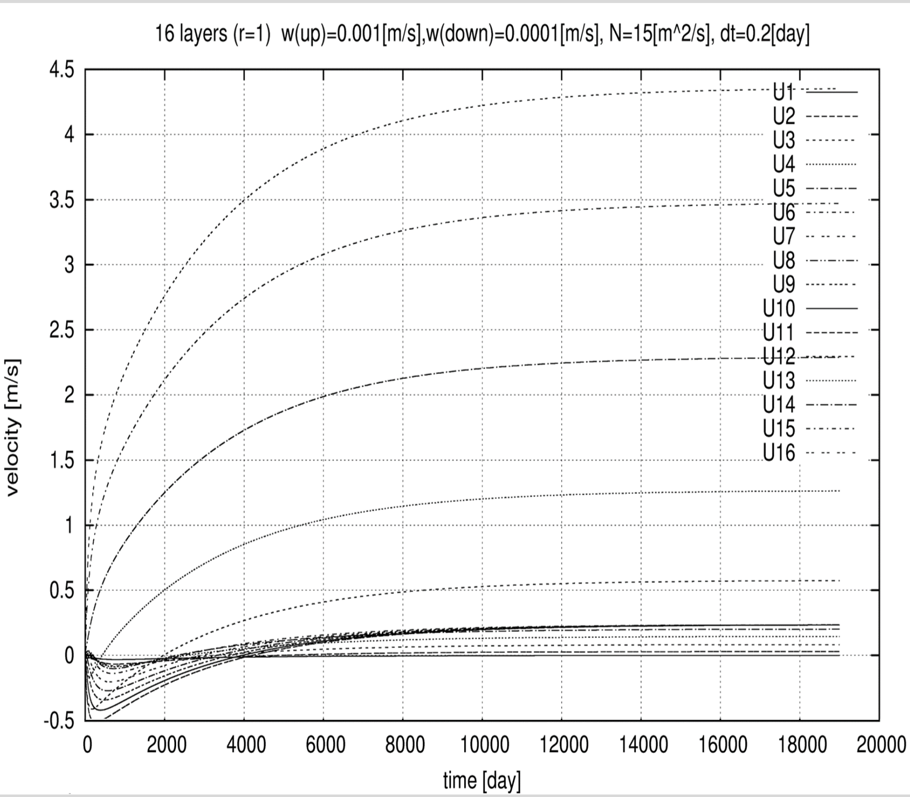


①上層･下層型

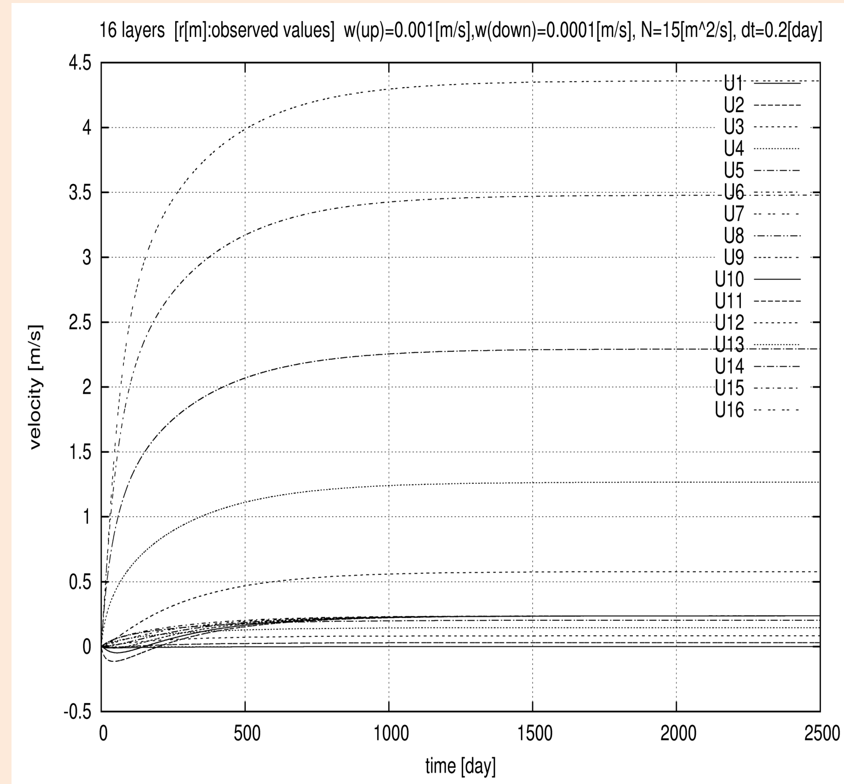
図6(左下：密度一定), 図7(右下：密度変化) ①上層･下層型で、定常状態における東風風速の高度分布。

定常に達する前の下層の風速分布には違いがあった。

密度一定

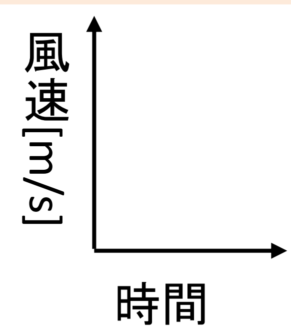


密度変化



①上層・下層型

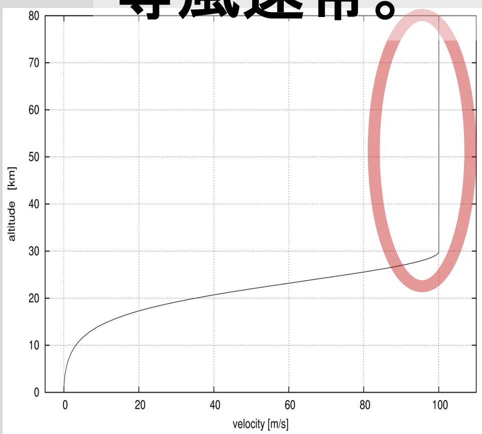
図8(左下：密度一定), 図9(右下：密度変化) ①上層・下層型で、
東風風速の時間変化。

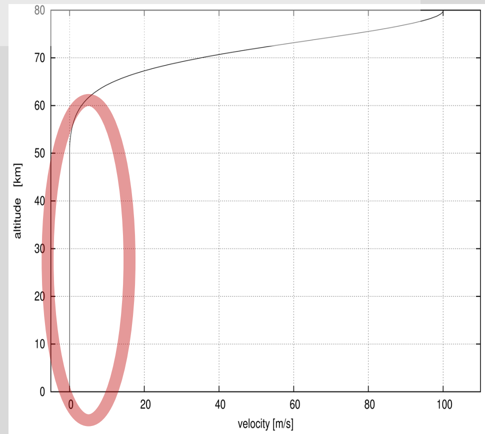


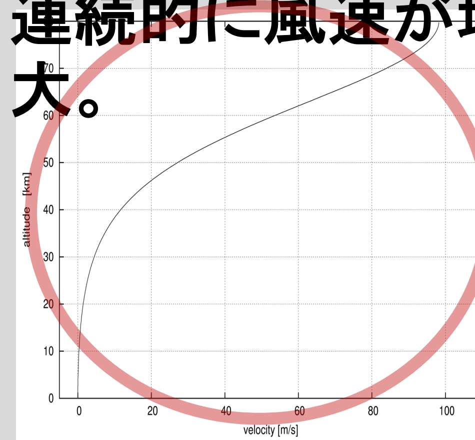
子午面循環が無い(w=0)高度は等風速帯。

下層から上層にかけて連続的に風速が増大。

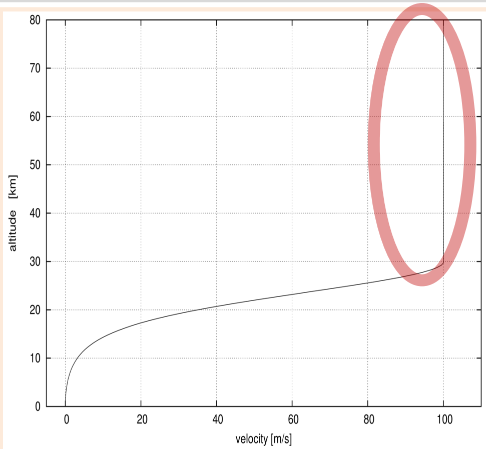
密度一定

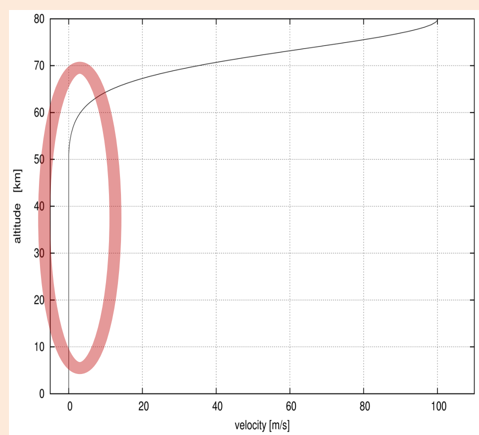


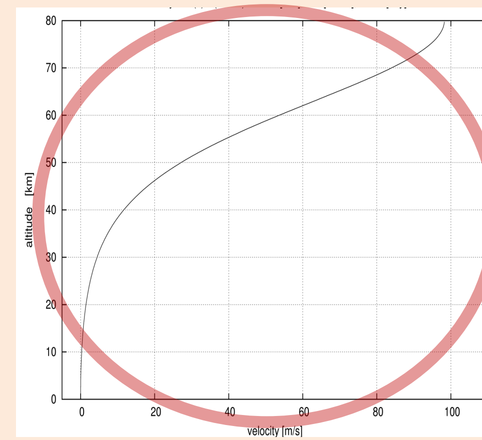




密度変化







②下層型

図8.(左下:密度一定), 図9.(右下:密度変化) ①上層・下層型で、定常状態における東風風速の高度分布。

③上層型

図10.(左下:密度一定), 図11.(右下:密度変化) ①上層・下層型で、定常状態における東風風速の高度分布。

④全層型

図12.(左下:密度一定), 図13.(右下:密度変化) ①上層・下層型で、定常状態における東風風速の高度分布。

等風層の出現

- 子午面循環が存在しない層は等風層となる

$$\frac{\partial \rho (U + a\Omega)}{\partial t} + \left(\frac{\partial \rho (U + a\Omega) W(z)}{\partial z} = 0 \right) = \frac{\partial}{\partial z}(\rho \nu_v \frac{\partial (U + a\Omega)}{\partial z})$$

もし $U = kz + C \longrightarrow \frac{\partial (U + a\Omega)}{\partial z} = k$

故に、ρとν_vの変化が無視できると、右辺＝０

つまり、等風でなくても定常になれそう。

しかし、鉛直フラックスがあるので、上または下の層に運動量が流入（流出）し、定常になれない。

3. 高さ変化する鉛直渦粘性係数の場合

$$\frac{\partial \rho(U+a\Omega)}{\partial t} = -\frac{\partial \rho(U+a\Omega)W(z)}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\rho \nu_v \frac{\partial (U+a\Omega)}{\partial z}\right)$$

風速の時間
変化

子午面循環による
角運動量輸送
(上向き)

鉛直渦粘性による
角運動量輸送
(下向き)

(1) $\nu_v(z) = C / \sqrt{\rho(z)}$

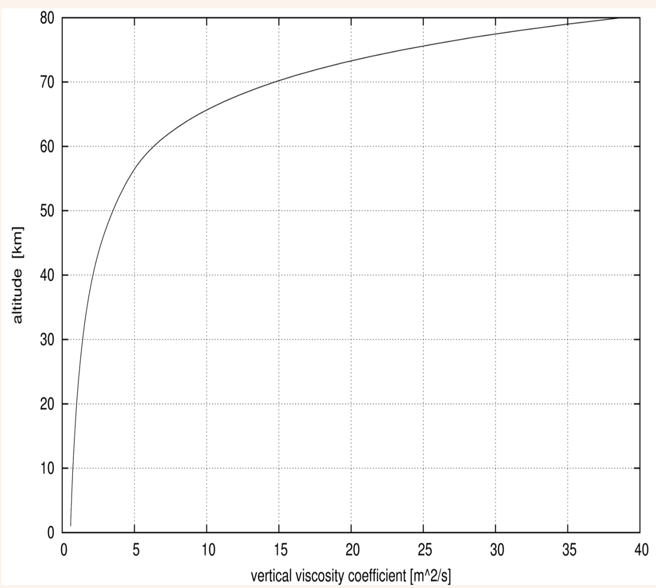


図10. (1)の場合における鉛直流粘性係数の高度分布

(2) $\nu_v(z) = W(z)z + K$

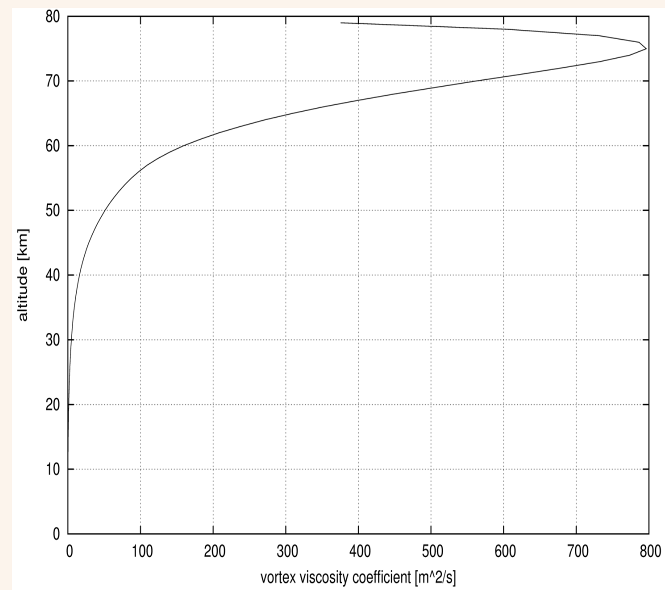


図11. (2)の場合における鉛直流粘性係数の高度分布。

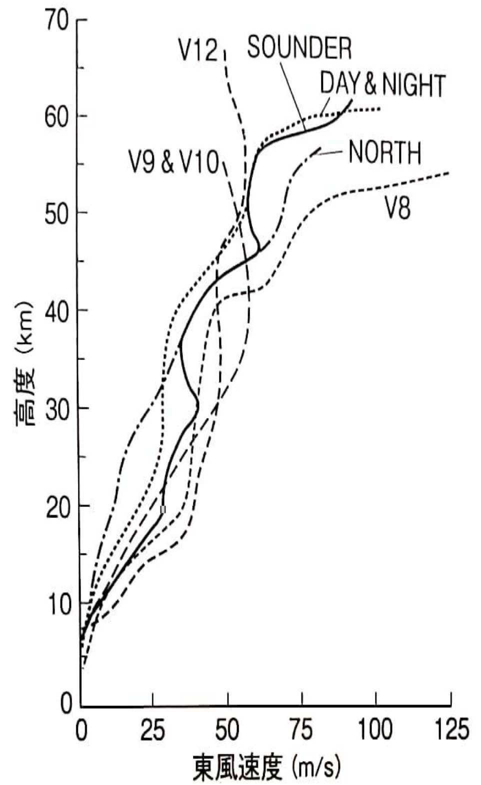


図12. 金星大気の東風高度分布
(Schubert, 1983)

平均

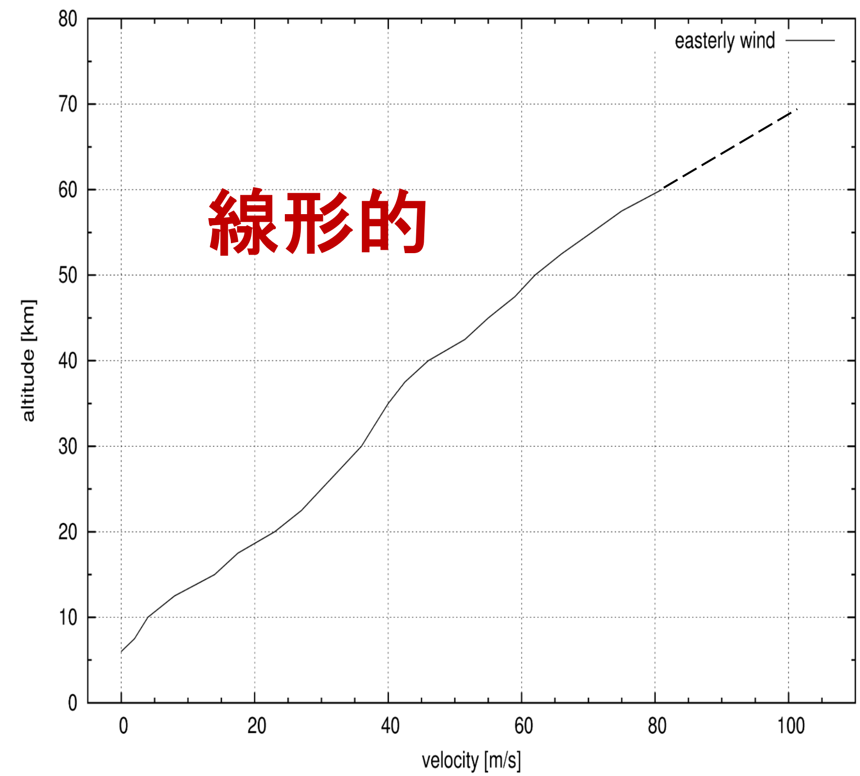


図13. 過去の金星探査衛星の観測による、東風風速の高度分布の平均。

4　鉛直渦粘性係数が高さに依存する場合

(1)　$\nu_v(z) = C / \sqrt{\rho(z)}$　：密度の平方根の逆数に比例

3つ全てにおいて、下層域の子午面循環による加速の効果が強く表れた。

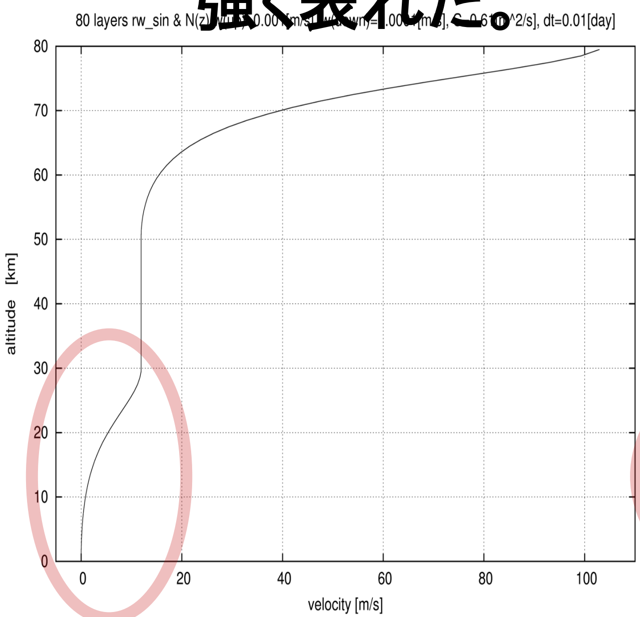


図13. ①上層・下層型(10:1)
で、定常状態における東風風速の高度分布。

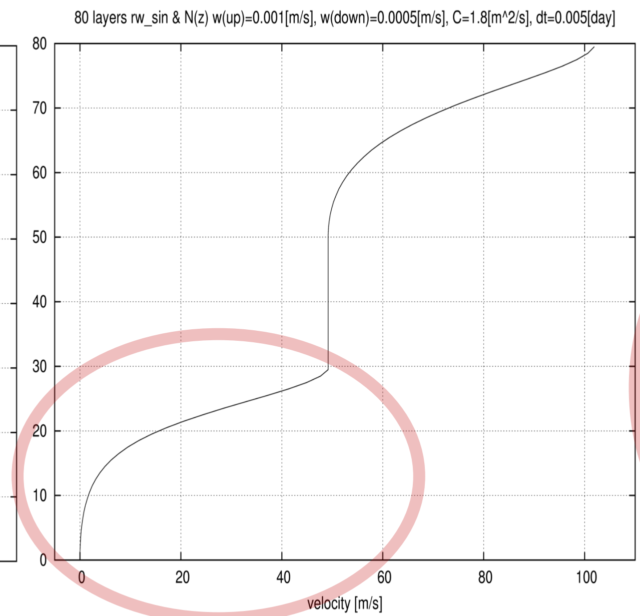


図14. **①上層・下層型(10:5)**で、定常状態における東風風速の高度分布。

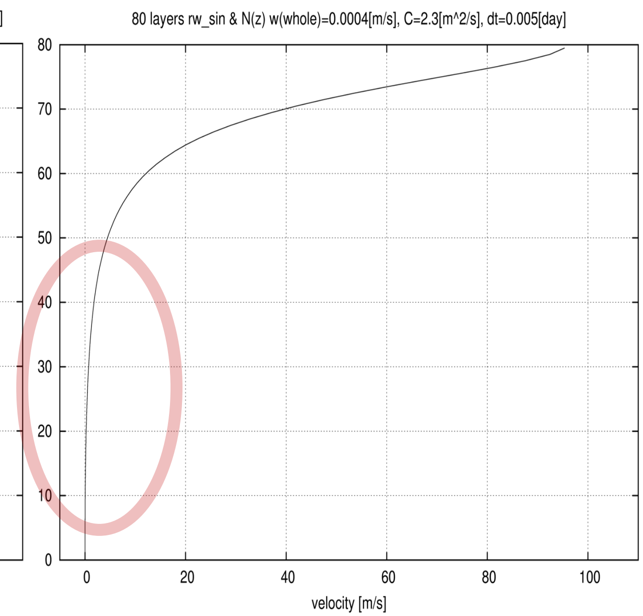


図15. **①全層型**で、定常状態における東風風速の高度分布。

$$(2)\quad v_v(z) = W(z)z + K \quad (K = 0.001)$$

…鉛直流速度と高度の積に依存

実際の金星大気と同様の線形的な
風速の鉛直シアが生成された。

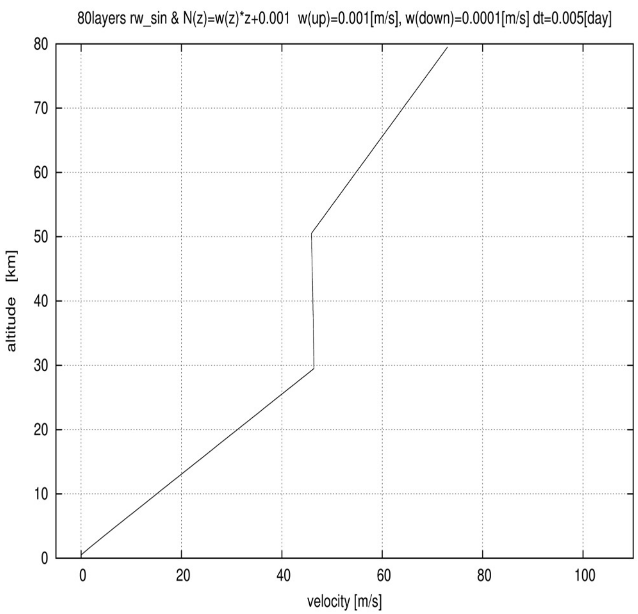


図16. ①上層・下層型(10:1)
で、定常状態における東風風速の高度分布。

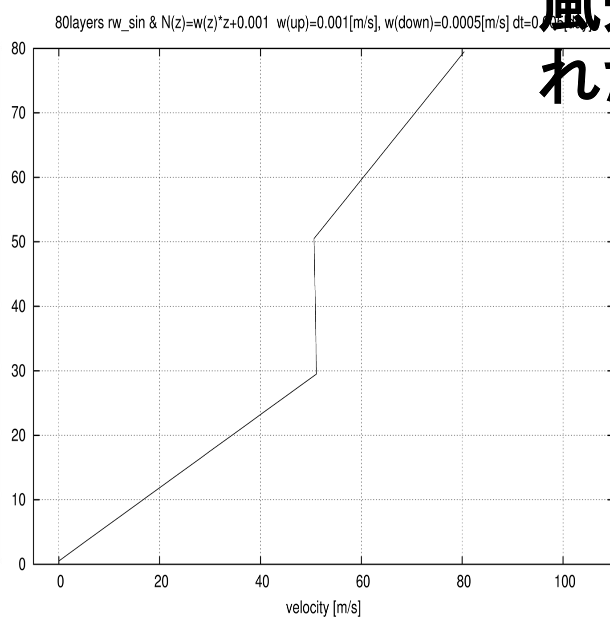


図17. ①上層・下層型(10:5)で、定常状態における東風風速の高度分布。

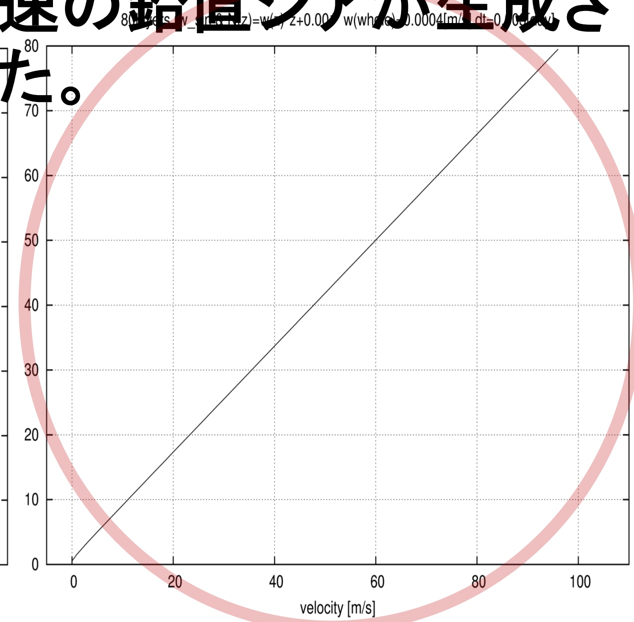


図18. ①全層型で、定常状態における東風風速の高度分布。

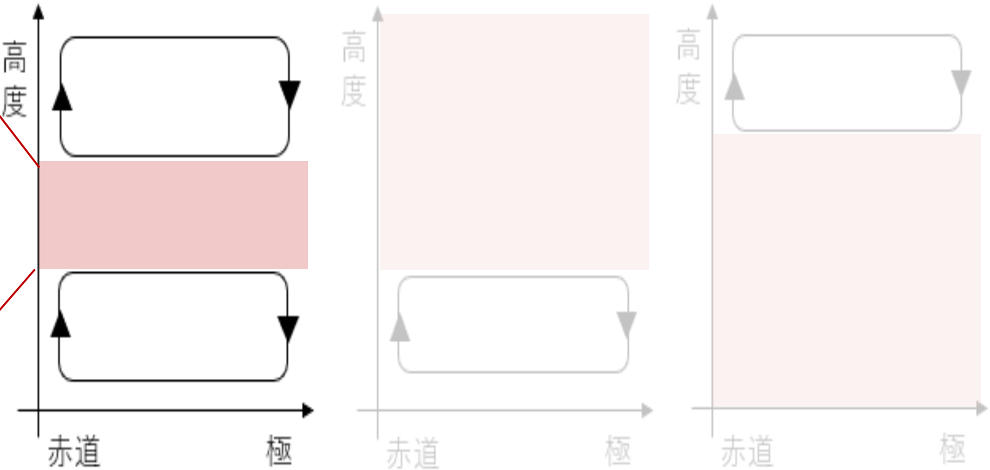
5. 考察　＜各型の子午面循環が現実的なSRを生成するための条件＞

①上層・下層型、②下層型、③上層型

角運動量上方(正味)輸送機構が必要

（等風速帯が解消される）

何らかのメカニズム



①上層・下層型　**②下層型**　**③上層型**

上層ほど鉛直渦粘性係数が増大する大気環境

または

下層に、上層よりも強い子午面循環

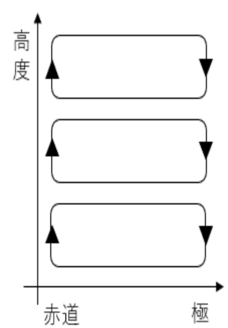
<Fukuya et al. (2021) >

上層子午面循環の存在(①型、③型)

<Horinouchi et al. (2020)の**モデル**>

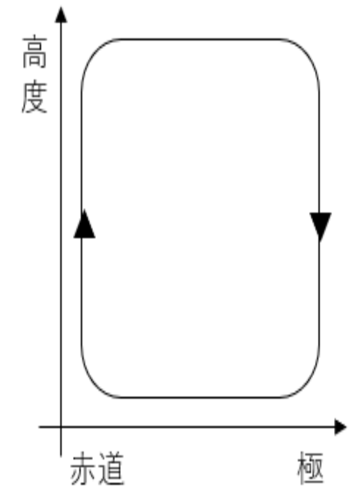
上層・中層・下層

(中層：20〜40 km)

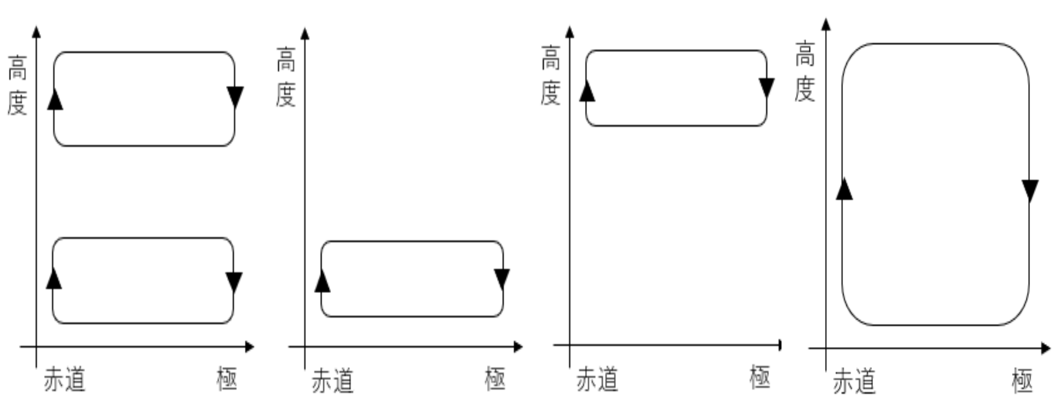


④全層型

✓鉛直渦粘性係数が、上層ほど増大かつ子午面循環も上層で強ければ、実際の観測に近い東風の高度分布が再現可能



④全層型



＜上層部のSR(~100 m/s)＞
4つの子午面循環全てで
生成可能。

<中・下層域のSR強度>
鉛直渦粘性に依存。

簡単モデルからの推察

- 子午面循環メカニズムの場合は平均密度の高さ変化は気にしなくてもよさそう。（定常状態に達したスーパーローテーションにとって）
- 子午面循環メカニズムだけだと、子午面循環がない層は等風層（U=一定）ができてしまう。

→平均的な風速分布は単調増加なので、子午面循環が全層にあるか、または他のメカニズムが働いている。

（但し、個々の観測された鉛直分布は等風層あり）