金星大気スーパーローテーションの力学（2）

松田佳久

（2020年10月14日）

第３回温故知新ゼミ

研究の歴史：古典的理論

（１） 夜昼間対流を出発点とするメカニズム

Schubert and Whitehead(1969),

Thompson(1970)

（２） 熱潮汐波の運動量鉛直輸送によるメカニズム

Fels and Lindzen(1974)

（３） 子午面循環の運動量鉛直輸送によるメカニズム

Gierasch(1975), Matsuda(1980,82)

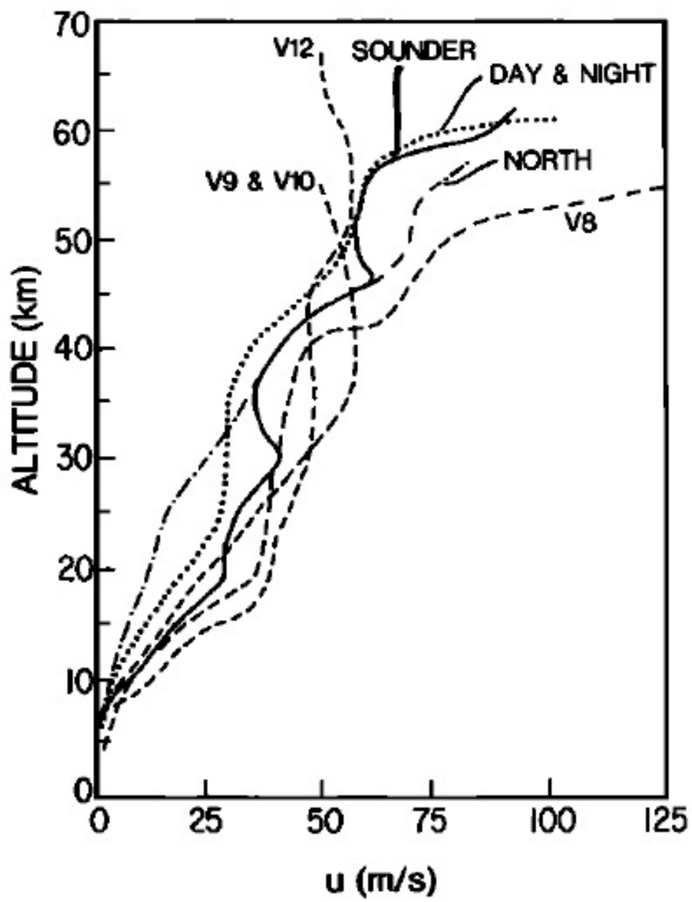
今回の目的

スーパーローテーションを生成するメカニズムのうち、最後に

（3） 子午面循環の運動量鉛直輸送によるメカニズム

を理解する

スーパーローテーション（東風）の実測

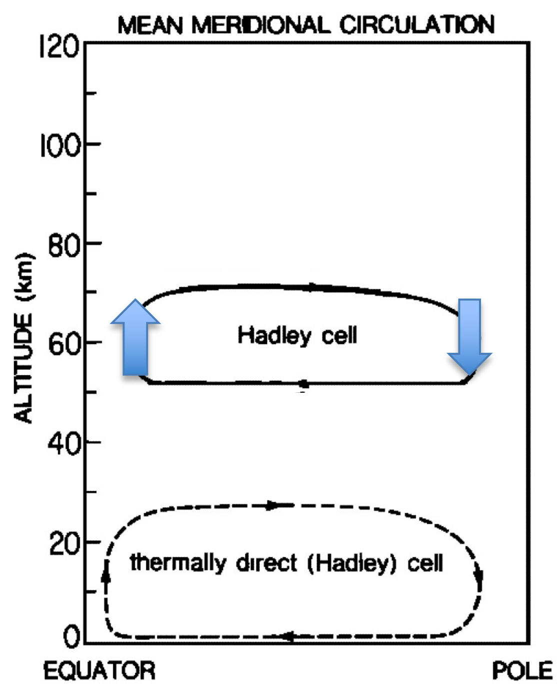


A comparison of zonal wind velocity profiles from Pioneer Venus and Venera probes.

Venera ８号
(1972)

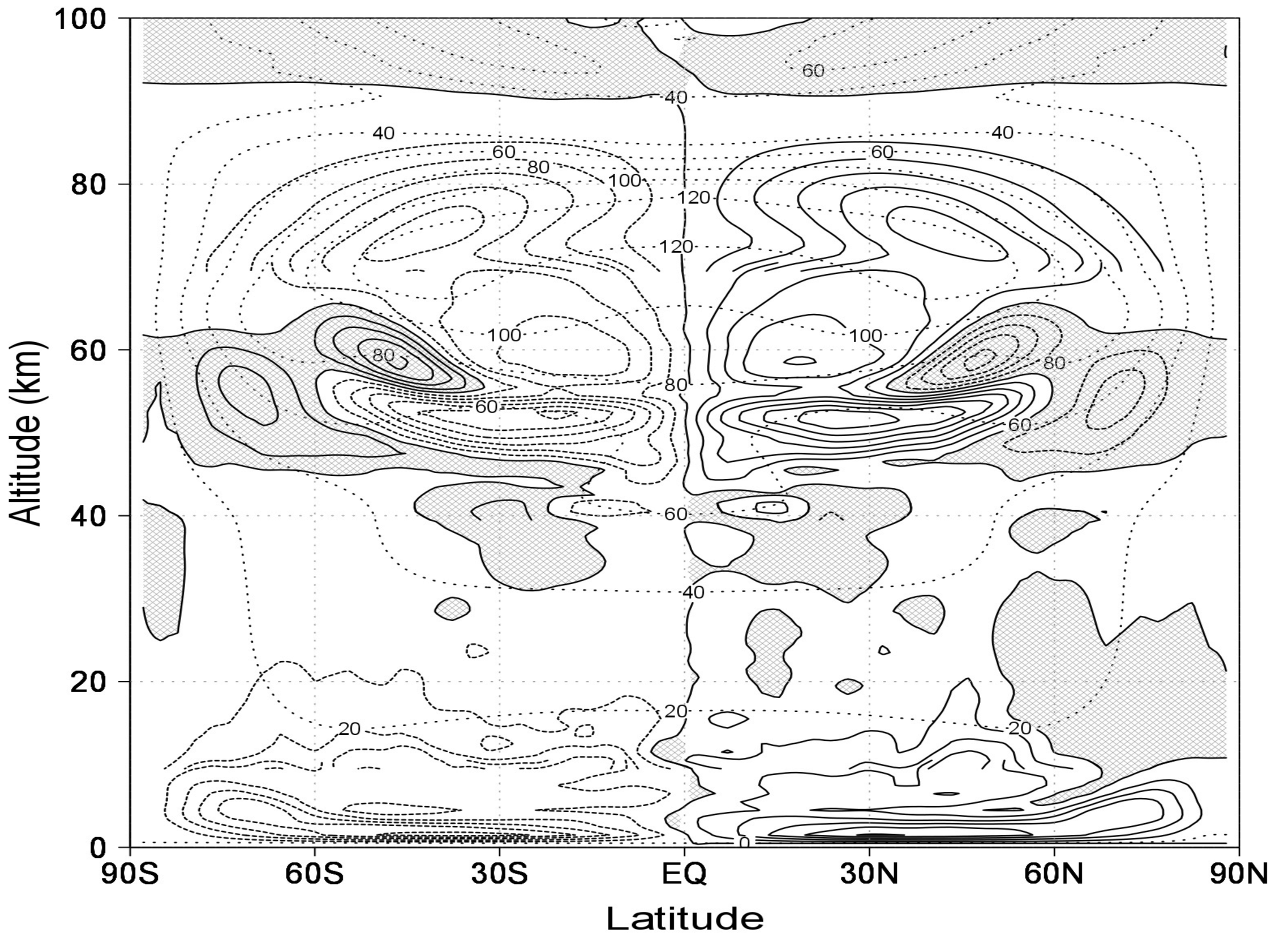
西風は観測されていない

子午面循環の予想図


MEAN MERIDIONAL CIRCULATION
120
100
80
60
40
20
0
ALTITUDE (km)
Hadley cell
thermally direct (Hadley) cell
EQUATOR
POLE

最近の高木の計算(GCM)による時間、東西平均子午面循環

- 黒線は子午面循環の質量流線関数、点線は東西風速(m/s)



子午面循環による角運動量の移流効果

- 子午面循環のスーパーローテーション生成のメカニズムは子午面循環による角運動量の移流効果に着目したもの

子午面循環は鉛直流（低緯度で上昇、高緯度で下降）と南北流（上側で極向き、下側で赤道向き）から成る

（１）鉛直流による移流効果

（２）南北流による移流効果

鉛直流による移流効果

- 低緯度では角運動量を上へ
  高緯度では角運動量を下へ運ぶ

どちらの量のほうが大きいか？

(a)静止大気：大気は自転に伴う角運動量を持つ
その角運動量 $\propto R\Omega\cos\theta \times R\cos\theta$

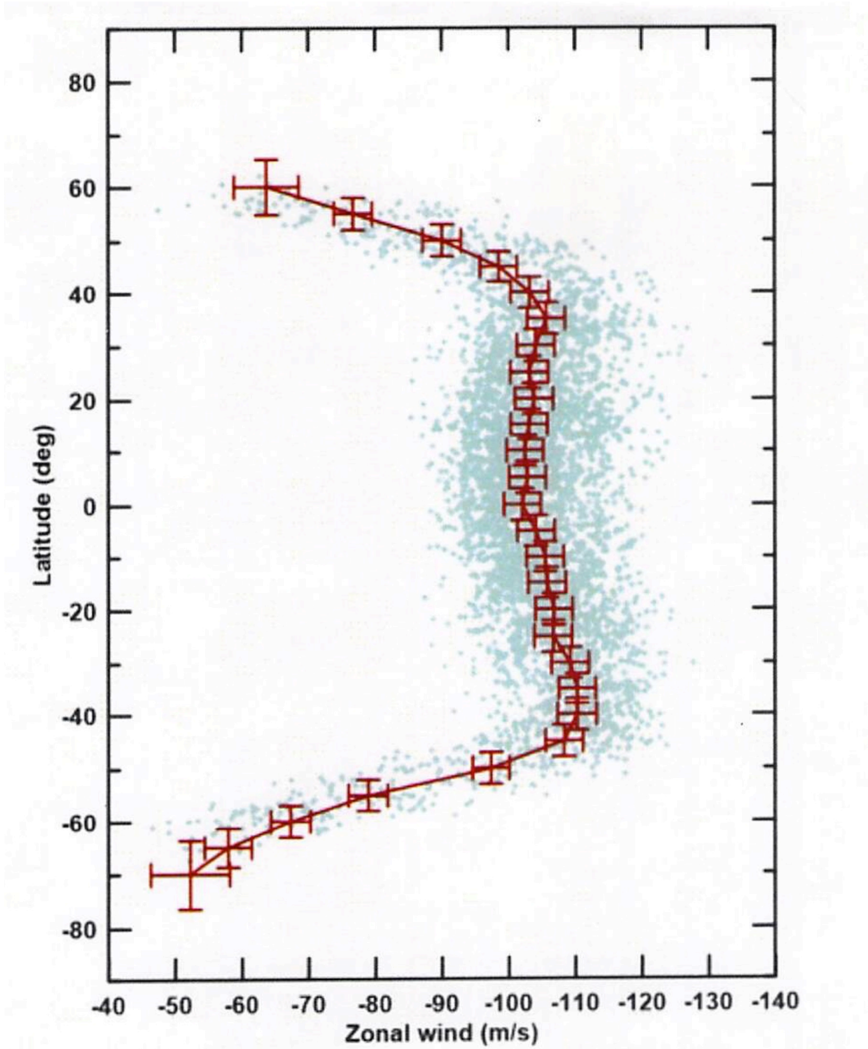
→ 低緯度のほうが大

(b)現実大気（雲頂）：低緯度の方が風速大

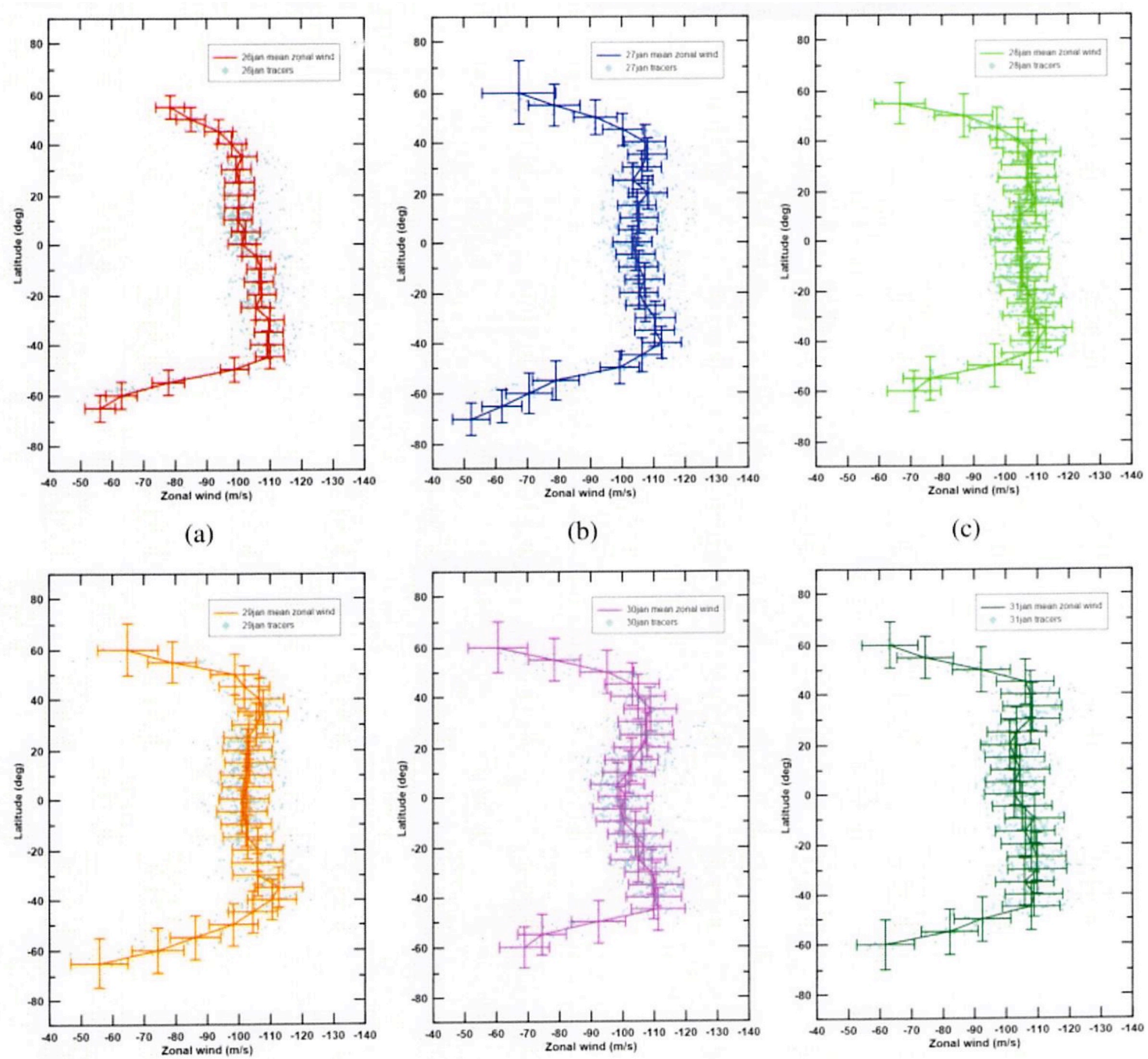
→ 角運動量も低緯度の方が大

故に、差し引き角運動量を上に運ぶ

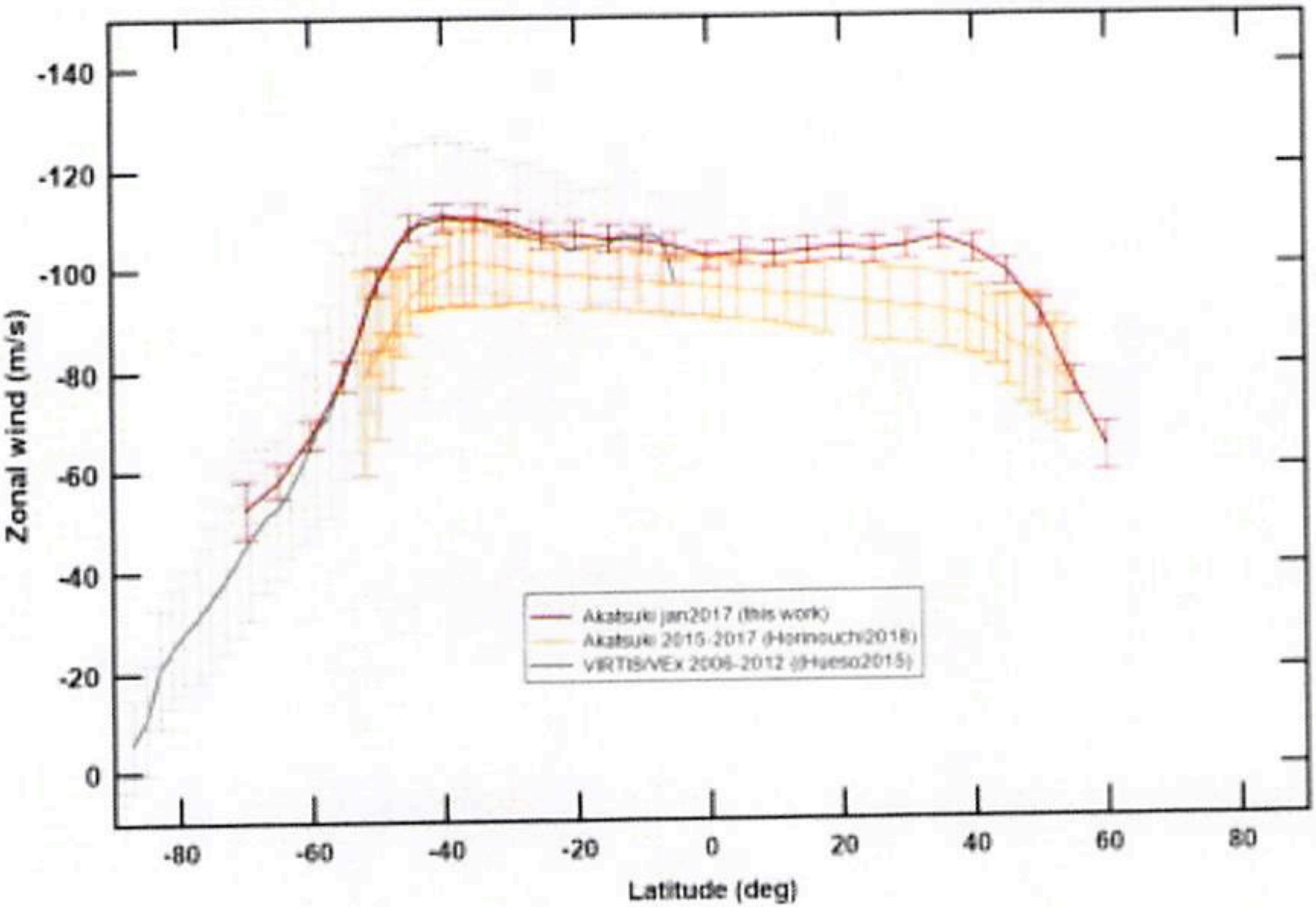
平均東風の緯度分布（「あかつき」UVI）



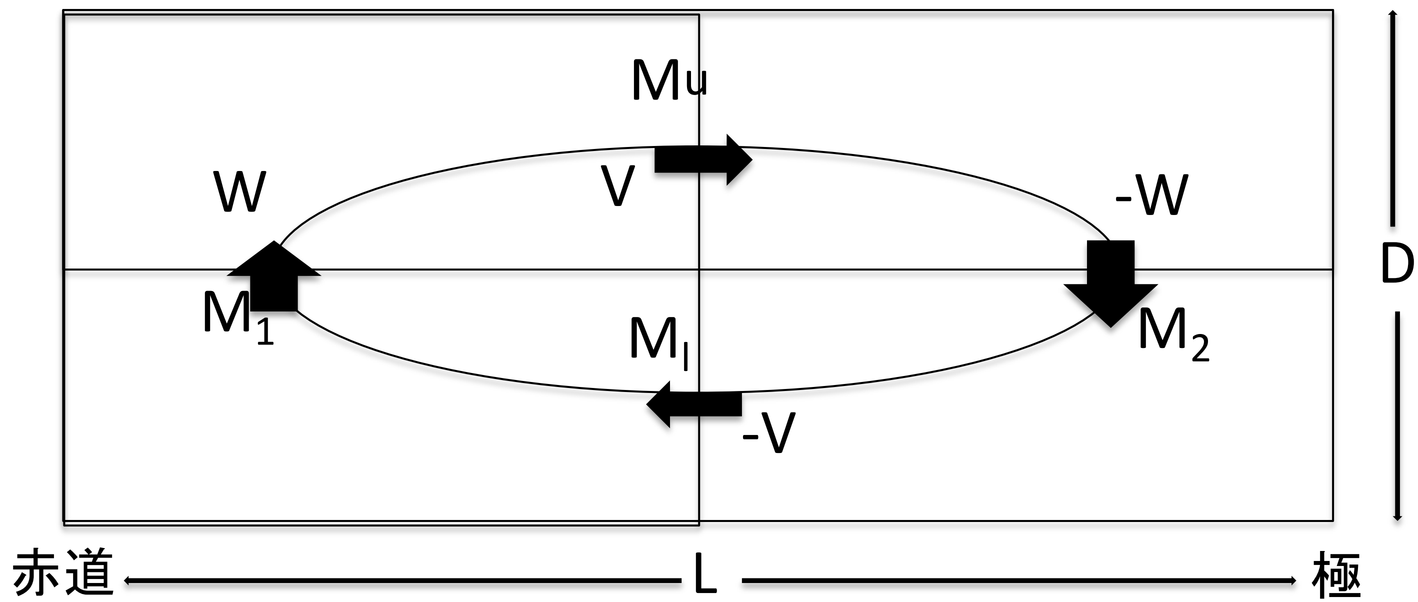
日々の東風（「あかつき」UVI）



平均東風の緯度分布（「あかつき」とVIRTIS）



子午面循環の角運動量輸送効果

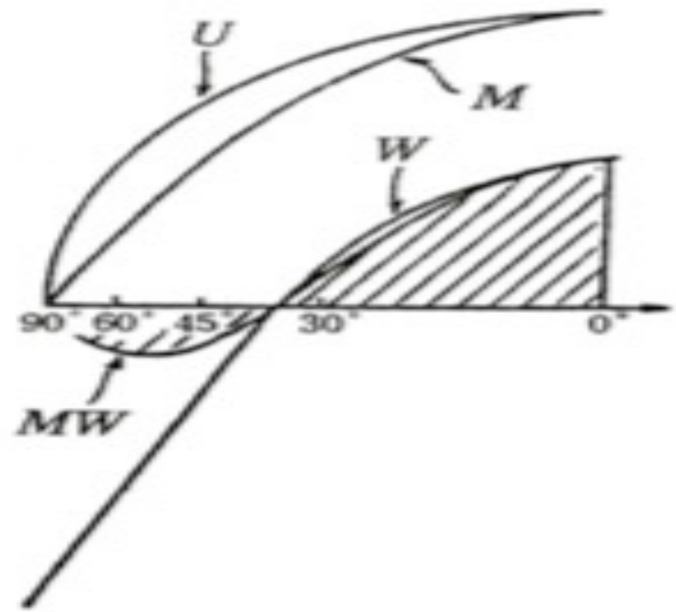


v：代表的南北速度、w：代表的鉛直速度、L：水平間隔、D：層の厚さ

$M_1 W > 0$ （低緯度での角運動量の上方輸送）

$M_2 W < 0$ （高緯度での角運動量の下方輸送）

子午面循環による角運動量の上方輸送



U: 東西風速

M: 東西風速の角運動量

W: 子午面循環の鉛直速度

MW: *W*よる*M*の鉛直輸送

W>0 →*MW*>0: 角運動量は低緯度で上向き

W<0 →*MW*<0: 角運動量は低緯度で下向き

M は低緯度の方が大→ $\overline{MW} > 0$ 全球平均で角運動量の上向き輸送

南北移流の効果

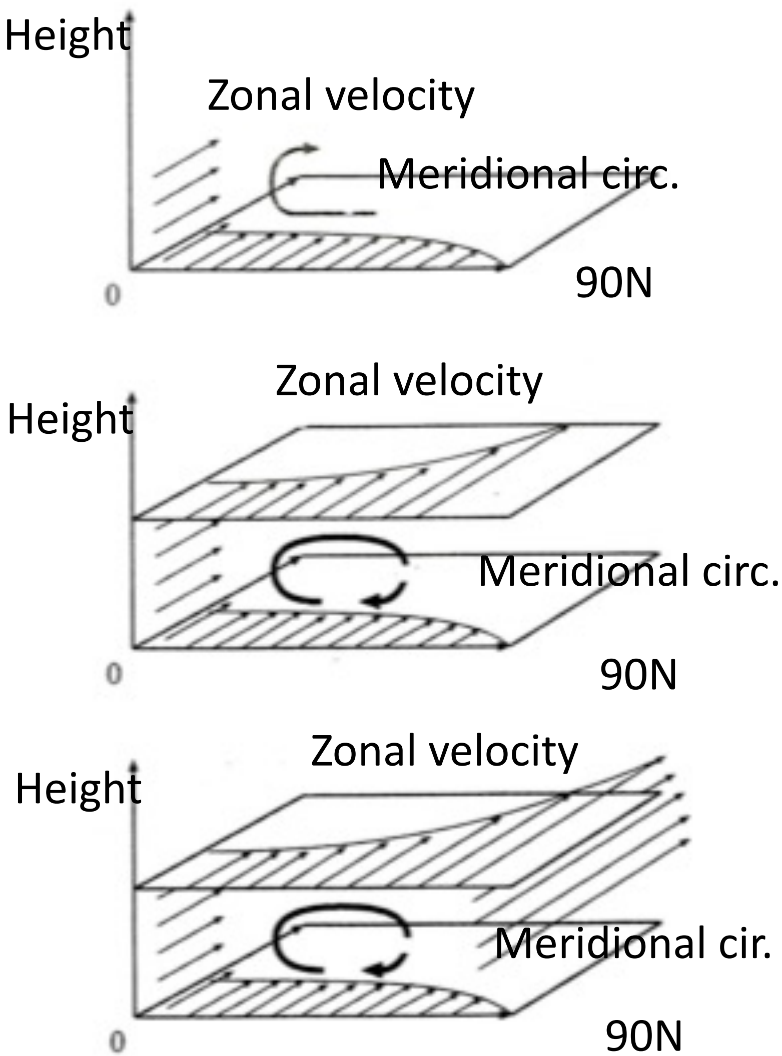
- 角運動量が上方に運ばれる条件：

　　低緯度の方が角運動量が大

(a)、(b) 共にこの条件を満たすが、その後どうなるか？

→ 南北移流の効果が効いてくる

子午面循環による角運動量の極向き移流



子午面循環による極向き移流において角運動量は保存する

→ （角）速度は高緯度に行くに従い増加

このメカニズムが働くための補助メカニズム

子午面循環による極向き移流のため角運動量が（上部の）高緯度で増大

→子午面循環による角運動量上方輸送メカニズムが働かなくなる。

→角運動量を赤道方向に戻す補助的なメカニズムが必要

→Gierasch(1975) はこの未知のメカニズムを ν_H(“渦”水平粘性)として導入した

角運動量が上方に輸送可能の条件

もし ν_H が十分大ならば、東西流は各高さで剛体回転に近似

(1) 第1の条件は東西流の緯度分布が大きく剛体回転からかけ離れないこと:

a^2/ν_H (渦拡散の緩和時間)

< a/V (子午面循環の1周時間)

(2) 第2の条件は鉛直粘性による鉛直シアの破壊よりも子午面循環による鉛直輸送効果が卓越すること

ν_V

H^2/ν_V (鉛直粘性の緩和時間) > a/V

$\nu_H = \infty$ の場合の解析解

$\nu_H = \propto$ → 角速度= const. i.e.

剛体回転（それぞれの高さごとに）

$\bar{U}(\phi, z) = U(z)\cos\phi$ (ϕ : latitude)

$w(\phi, z) = W(z)\cos 2\phi$ ：子午面循環の鉛直流

$w(\phi, z) = W(z)\cos 2\phi$

W(z) は鉛直流の振幅

緯度方向に積分すると、角運動量の保存の式は次のようになる

$$\frac{\partial (U + a\Omega)}{\partial t} + \frac{\partial (U + a\Omega) W(z)}{\partial z} = \nu_V \frac{\partial^2 (U + a\Omega)}{\partial z^2}$$

角運動量上向き輸送フラックス $F_M^{\uparrow}$

- 鉛直移流と粘性の効果

$$F_M^{\uparrow} = (U + a\Omega)W(z) - \nu_V \frac{\partial (U + a\Omega)}{\partial z}$$

- これを使うと、角運動量保存の式は

$$\frac{\partial (U + a\Omega)}{\partial t} = -\frac{\partial F_M^{\uparrow}}{\partial z}$$

- 定常 → $F_M^{\uparrow} = const$
- 地面の条件より $const = 0$

$$(U + a\Omega)W(z) - \nu_V \frac{d(U + a\Omega)}{dz} = 0$$

この方程式の解は

$$U + a\Omega = a\Omega \exp(\frac{1}{\nu_V}\int_0^z W(z)\,dz)$$

超回転: $U / a\Omega > 1$ for *z = H（子午面循環の深さ）*

$\frac{1}{\nu_V}\int_0^H W(z)dz > 1$ が必要条件

$$\frac{1}{\nu_V}\int_0^H W(z)dz \propto \frac{WH}{\nu_V} = \frac{H^2 / \nu_V}{H / W}$$

=(鉛直粘性の緩和時間) /(子午面循環の1周時間) > 1

定常状態における移流と粘性効果のバランス(1)

- 定常では $F_M^{\uparrow}=0$ なので、 $-\dfrac{\partial F_M^{\uparrow}}{\partial z}=0$
- 移流項と粘性項の内訳は

（1） W(z)=W_0(const)の場合（非現実）

$$U+a\Omega=a\Omega\exp\left(\frac{1}{\nu_V}W_0z\right)$$

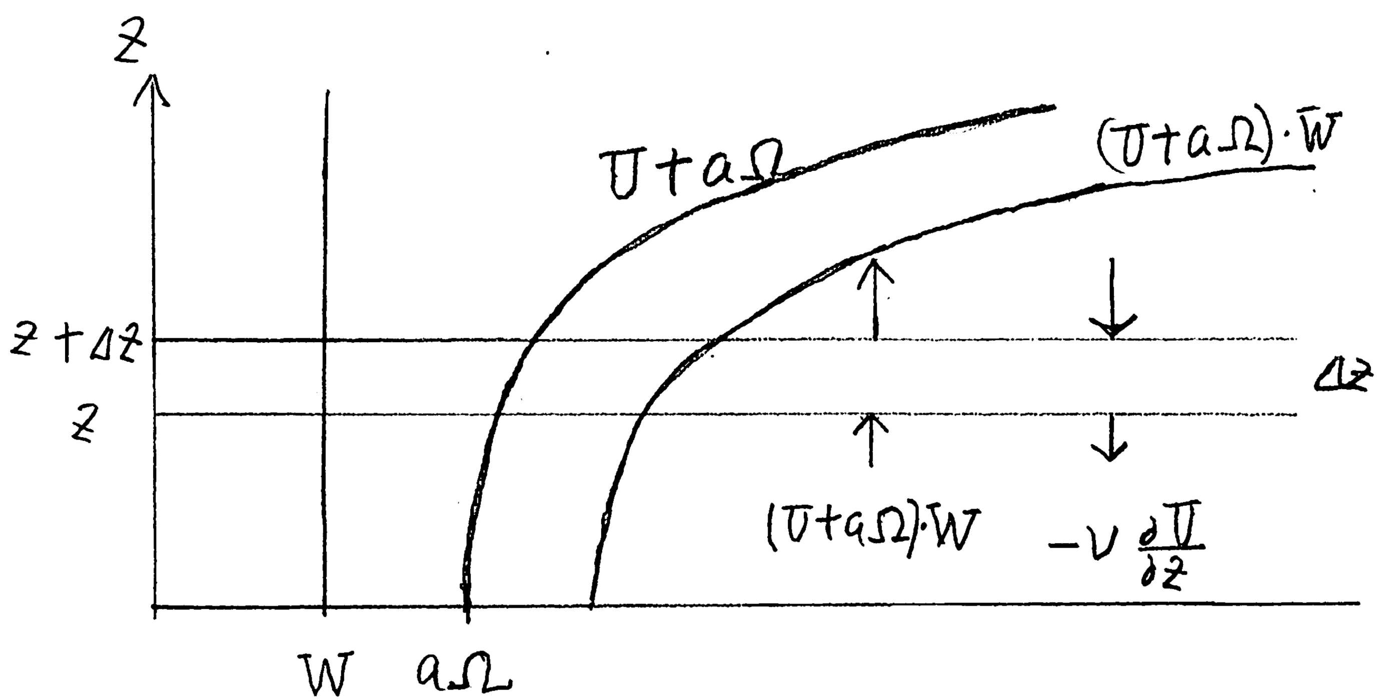
$$F_M^{\uparrow}=(U+a\Omega)W(z)-\nu_V\frac{\partial(U+a\Omega)}{\partial z}$$

$$=a\Omega\exp\left(\frac{W_0}{\nu_V}z\right)W_0-\nu_V a\Omega\frac{W_0}{\nu_V}\exp\left(\frac{W_0}{\nu_V}z\right)$$

（移流項上向き
粘性項下向き）

$$-\frac{\partial F_M^{\uparrow}}{\partial z}=-a\Omega\frac{W_0}{\nu_V}\exp\left(\frac{W_0}{\nu_V}z\right)W_0+\nu_V a\Omega\left(\frac{W_0}{\nu_V}\right)^2\exp\left(\frac{W_0}{\nu_V}z\right)$$

移流項は減速効果、粘性項は加速効果（移流項のフラックスの収束は負、粘性項のフラックスの収束は正）



定常状態における移流と粘性効果のバランス(2)

(2) 現実的な場合：W = W_0 sin (πz/D)

$$U + a\Omega = a\Omega \exp\left(\frac{W_0}{\nu_V}\frac{D}{\pi}\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{D}z\right)\right)\right)$$

$$F_M^{\uparrow} = (U + a\Omega)W(z) - \nu_V \frac{\partial(U + a\Omega)}{\partial z}$$

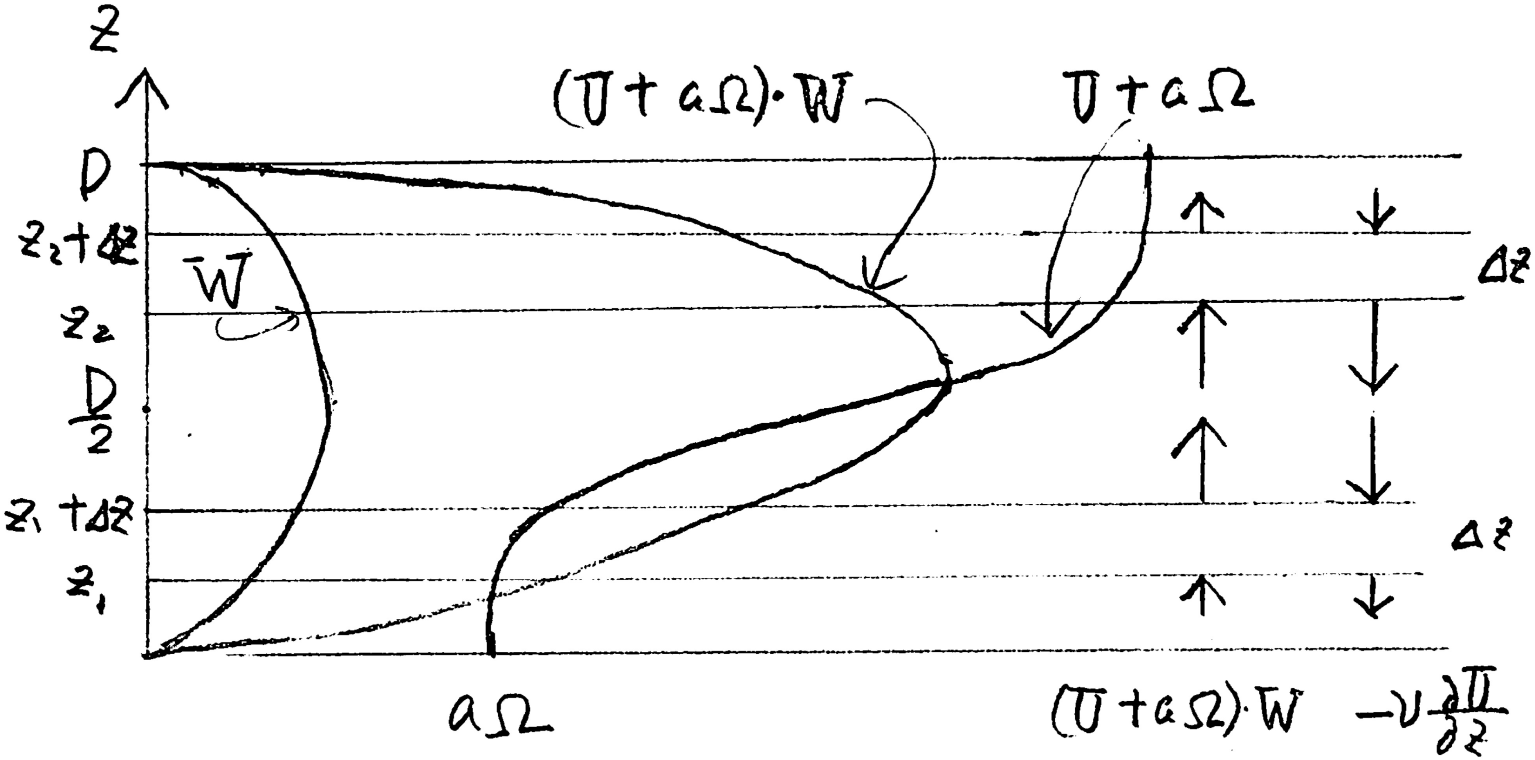
$$= a\Omega \exp\left(\frac{W_0}{\nu_V}\frac{D}{\pi}\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{D}z\right)\right)\right) W_0 \sin\left(\pi\frac{z}{D}\right)$$

$$- a\Omega \exp\left(\frac{W_0}{\nu_V}\frac{D}{\pi}\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{D}z\right)\right)\right) W_0 \sin\left(\pi\frac{z}{D}\right)$$

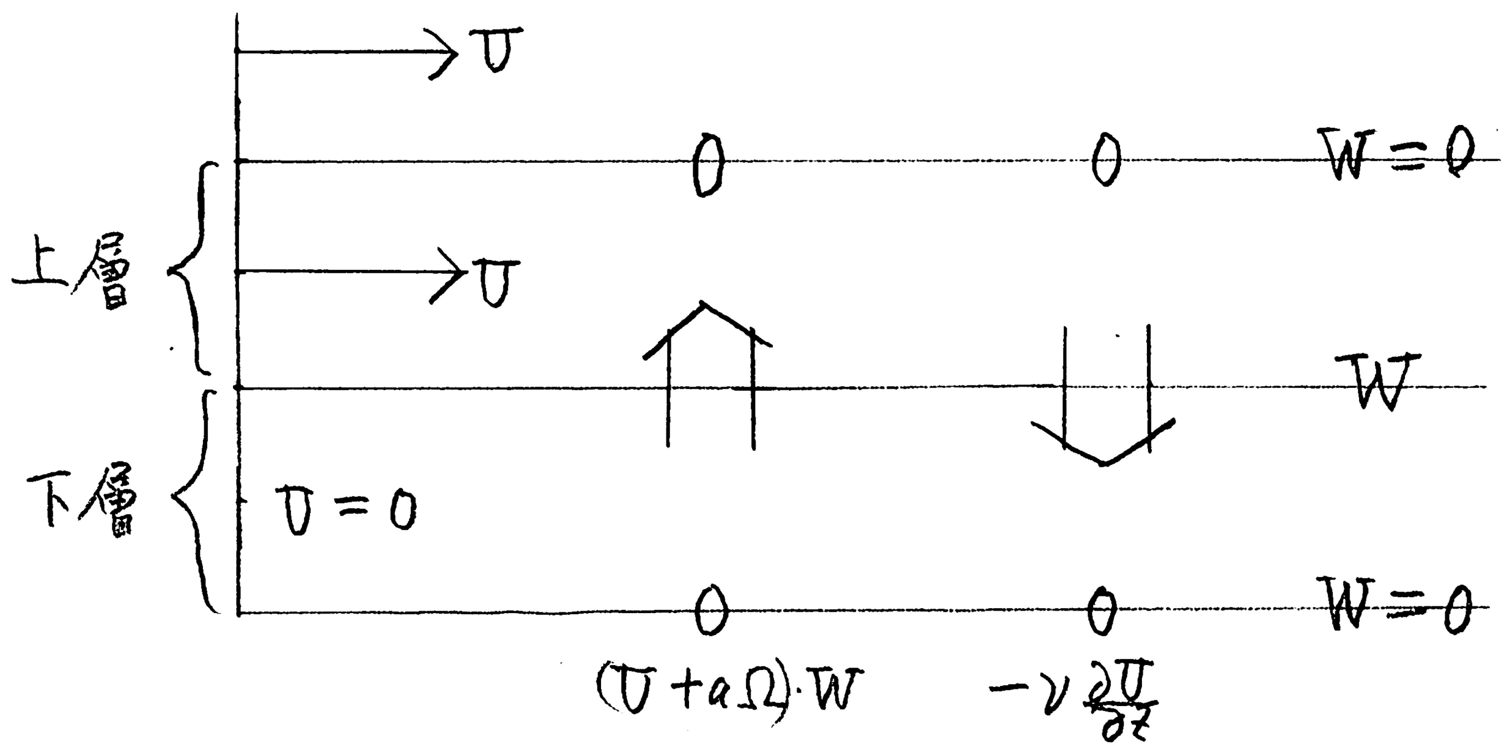
$$-\frac{\partial F_M^{\uparrow}}{\partial z} = -a\Omega W_0 \exp\left(\frac{W_0}{\nu_V}\frac{D}{\pi}\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{D}z\right)\right)\right)\left(\frac{W_0}{\nu}\sin^2\left(\pi\frac{z}{D}\right) + \frac{\pi}{D}\cos\left(\frac{\pi}{D}z\right)\right)$$

$$+ a\Omega W_0 \exp\left(\frac{W_0}{\nu_V}\frac{D}{\pi}\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{D}z\right)\right)\right)\left(\frac{W_0}{\nu}\sin^2\left(\pi\frac{z}{D}\right) + \frac{\pi}{D}\cos\left(\frac{\pi}{D}z\right)\right)$$

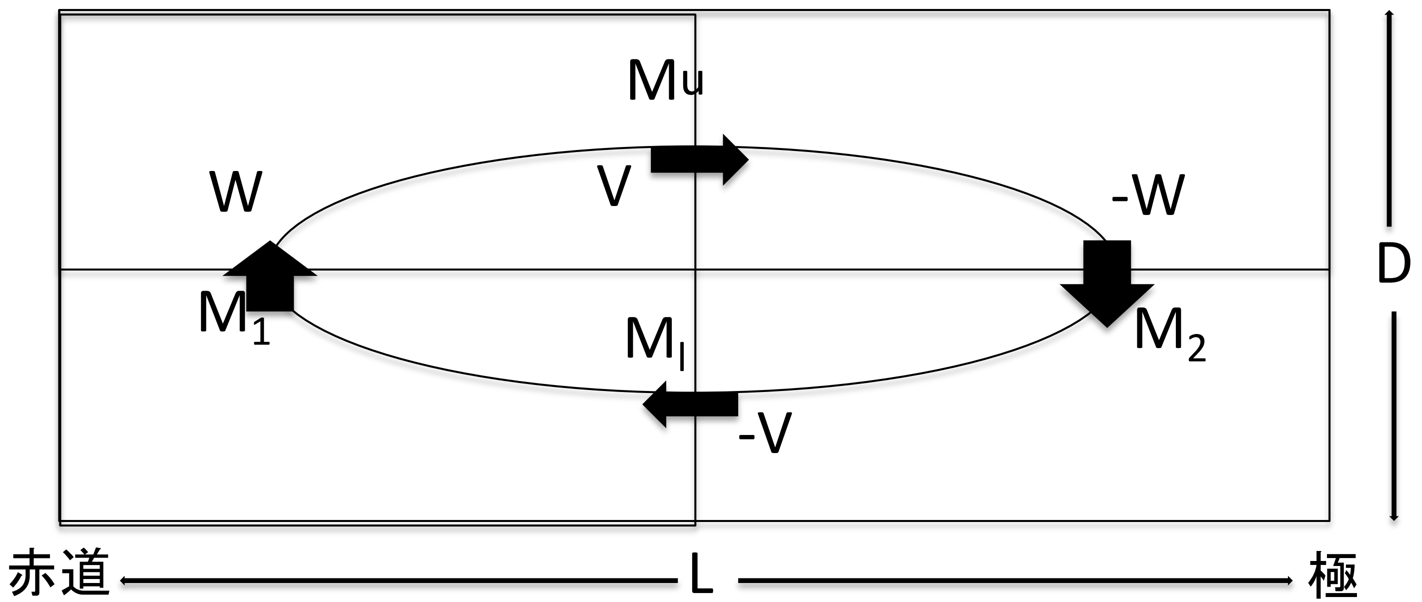
運動量の鉛直移流フラックスがピークを持つので、移流項は上層で加速効果、下層で減速効果（粘性項はその逆）



2層モデルによる解釈



子午面循環の角運動量輸送効果



v: 代表的南北速度、w: 代表的鉛直速度、L: 水平間隔、D: 層の厚さ

$M_1 W > 0$ （低緯度での角運動量の上方輸送）

$M_2 W < 0$ （高緯度での角運動量の下方輸送）

剛体回転モデル($\nu_H = \infty$)の問題点

（1）子午面循環が強くなると、いくらでも速いスーパーローテーションがつくれる

→南北移流による剛体回転からのずれが考慮されない

（2）子午面内の力学的バランスが考慮されていない

→スーパーローテーションが強くなれば cyclostrophic balanceが成立するはず。その時の温度場と子午面循環の整合性は？

→ 運動量保存の式（東西方向の運動方程式）と子午面内のモーメントの式を連立する必要

Matsuda’s study (1980)

この研究の3つの特徴

(1) Gierasch(1975) の $\nu_H \neq \infty$ の場合への拡張

(2) 力学的バランスの観点から惑星大気循環の分類を行った

(3) 多重平衡解の観点から非線型系の振る舞いを考察

この研究の数学的モデル

- A highly truncated system (スペクトルモデル)：Navier-Stokes 方程式を幾つかのモードの振幅から成る連立非線形方程式に書き換えている
- 水平方向には自転軸に対して軸対象な３つのモードによって速度場、２つのモードによって温度場は表現されている

速度場＝剛体回転(T_1^0)+差分回転(T_3^0)+子午面循環(S_2^0)

温度場＝全球平均温度(θ_0^0)＋南北温度差(θ_2^0)

鉛直方向には2層モデル

定常解が求められている

使ったモード方程式系

$$\frac{\partial T_1{}^0}{\partial t} = \frac{6}{5}\frac{1}{R^2}\frac{\partial[S_2{}^0\{T_1{}^0 + R^2\Omega - (18/7)T_3{}^0\}]}{\partial z} + \nu\frac{\partial^2 T_1{}^0}{\partial z^2} \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial T_3{}^0}{\partial t} = \frac{2}{5}\frac{1}{R^2}\left\{-3\frac{\partial[S_2{}^0(T_1{}^0 + T_3{}^0 + R^2\Omega)]}{\partial z} + 5\frac{\partial S_2{}^0}{\partial z}\cdot(T_1{}^0 + T_3{}^0 + R^2\Omega)\right\} + \nu\frac{\partial^2 T_3{}^0}{\partial z^2} - \frac{\nu_H}{R^2}T_3{}^0 \qquad (2.2)$$

$$\frac{\partial S_2{}^0{}^*}{\partial t}=\frac{2}{3}\frac{1}{R^2}(T_1{}^0+R^2\Omega)\ \frac{\partial(T_1{}^0+R^2\Omega)}{\partial z}$$

$$+\frac{8}{7}\frac{1}{R^2}\frac{\partial(T_1{}^0T_0{}^3)}{\partial z}+4\frac{T_3{}^0}{R^2}\frac{\partial T_3{}^0}{\partial z}$$

$$+\nu\frac{\partial^2 S_2{}^0{}^*}{\partial z^2}-\frac{\nu_H{}'}{R^2}S_2{}^0{}^*+\alpha g\Theta_2{}^0 \tag{2. 3}$$

$$\frac{\partial\Theta_0{}^0}{\partial t}=-\frac{6}{5}\frac{1}{R^2}\frac{\partial(S_2{}^0\Theta_2{}^0)}{\partial z}-c_0(\Theta_0{}^0-\bar{\Theta}_0{}^0) \tag{2. 4}$$

$$\frac{\partial\Theta_2{}^0}{\partial t}=-6\frac{1}{R^2}\frac{\partial\Theta_0{}^0}{\partial z}S_2{}^0-\frac{12}{7}\frac{1}{R^2}S_2{}^0\frac{\partial\Theta_2{}^0}{\partial z}$$

$$-\frac{6}{7}\frac{1}{R^2}\frac{\partial S_2{}^0}{\partial z}\Theta_2{}^0-\tilde{c}\Theta_2{}^0-\frac{\kappa_H{}'}{R^2}\Theta_2{}^0$$

$$+\kappa\frac{\partial^2\Theta_2{}^0}{\partial z^2}+Q_2{}^0 \tag{2. 5}$$

where

$$S_2{}^0{}^*=-\frac{\partial^2 S_2{}^0(z)}{\partial z^2}$$

東西流の強さ(T_1^0)と子午面循環の強度(S_2^0)の関係

- 東西流の式から、東西速度が子午面循環の強度の関数として得られる

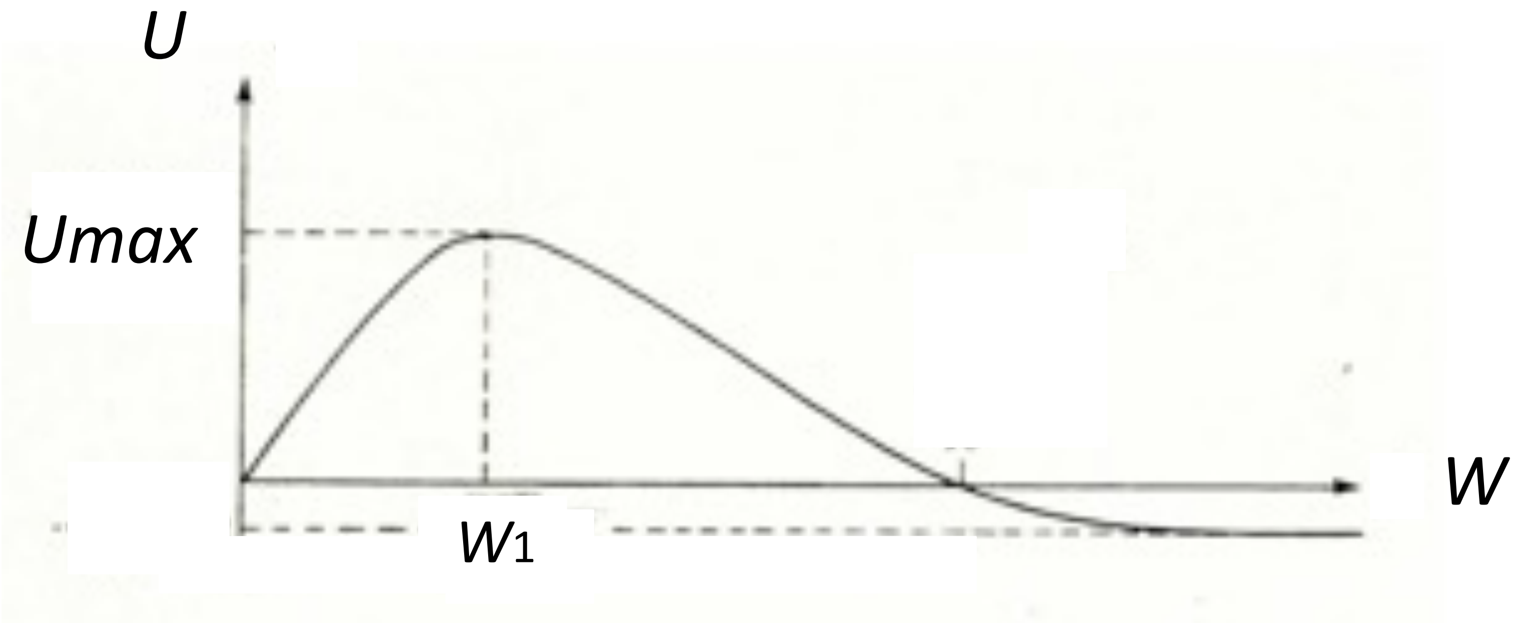
この関係において、次のプロセスが考慮されている

(1)子午面循環による角運動量上方輸送

(2)子午面循環による角運動量の極向き移流による差分回転（剛体回転からのズレ）の生成

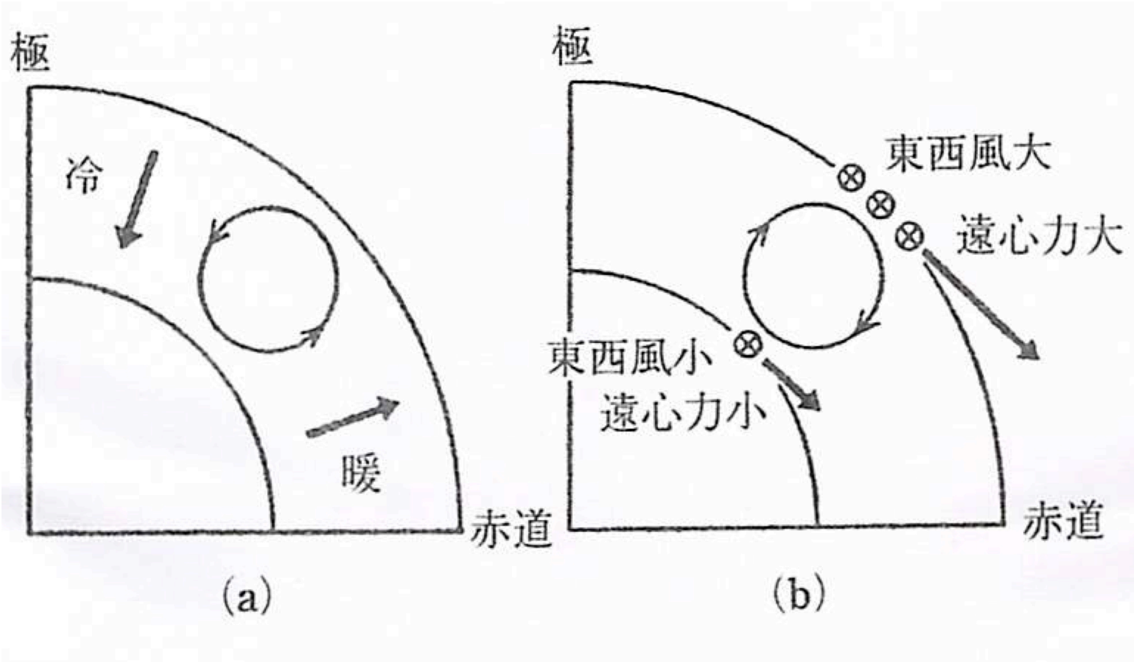
(3)差分回転による(1)の阻害

W (子午面循環の強度、S_2^0)の関数としての東西速度U (剛体回転の強度、T_1^0)



- U はW=W_1で極大値($Umax$)を持つ

子午面内のモーメントのバランス



(a) 浮力によるモーメント　(b) 遠心力によるモーメント

子午面内におけるモーメント（トルク）のバランス(a)

- どの効果が南北温度差による(0)浮力のモーメントとバランスするか?

(1) 子午面循環に作用する摩擦のモーメント

このモーメントはW（子午面循環の強度）に比例する

子午面内におけるモーメント（トルク）のバランス(b)

(2) 鉛直シアを持つ東西風に作用するコリオリ力 ：

このモーメントは $\frac{d(fU)}{dz}$ に比例

(3) 鉛直シアを持つ東西風に作用する遠心力:

このモーメントは $\frac{d(U^2/a)}{dz}$ に比例する

子午面内におけるモーメント（トルク）のバランス(c)

(1) + (2) + (3) のモーメント = (0)(温度差による浮力のモーメント)

$$kW + f\frac{dU}{dz} + \frac{U}{a}\frac{dU}{dz} \propto \Delta T$$

if (2), (3) << (1) → (1) = (0): 子午面循環が卓越 →(D)

if (1), (3) << (2) → (2) = (0): コリオリ力による温度風バランス → (E)

if (1), (2) << (3) → (3) = (0): 遠心力による温度風バランス → (V)

地球と金星の力学バランスの比較

	地球	金星
$a\Omega$	460m/s	1.5m/s
U	30m/s	100m/s

$$a\Omega\frac{dU}{dz} >> U\frac{dU}{dz}$$ → (2)>>(3) →(2)=(0): (E)　地球

(中高緯度の対流圏)

$$a\Omega\frac{dU}{dz} << U\frac{dU}{dz}$$ → (2)<<(3) →(3)=(0): (V)　金星

$$kW + f\frac{dU}{dz} + \frac{U}{a}\frac{dU}{dz} = (0)$$

(1)　(2)　(3)

このモデルの定常解

- 最終的な解を得るために、モーメントの式をU (東西風) とW (子午面循環)の関係式と連立
- 簡単のために、この系に含まれたパラメータを

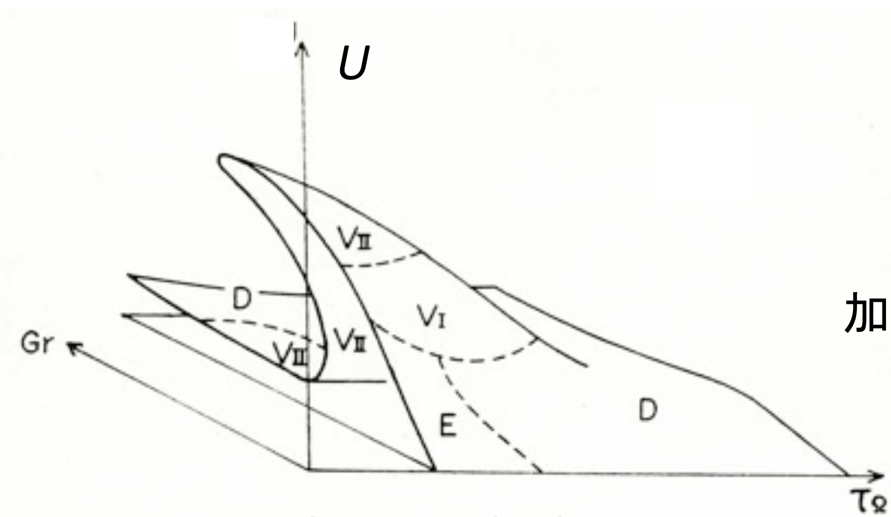
(1) 自転周期(を拡散の緩和時間で割ったもの)と

(2) (無次元化した) 加熱強度Gr

に整理したもので、定常解の性質を表示

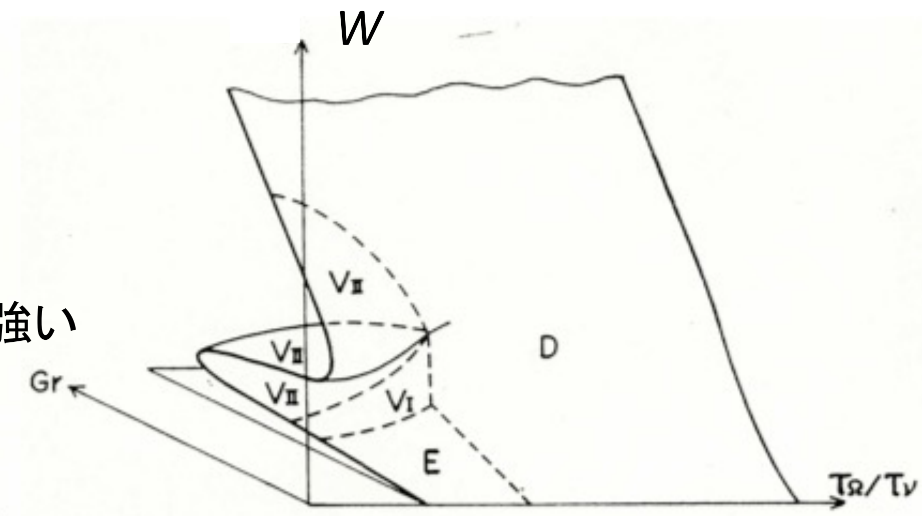
この金星モデルの定常解の東風と子午面循環強度

東風 (U) と子午面循環強度 (W) が惑星の自転速度と太陽光加熱率というパラメータに対して示されている



速い ←自転速度→ 遅い

加熱強い



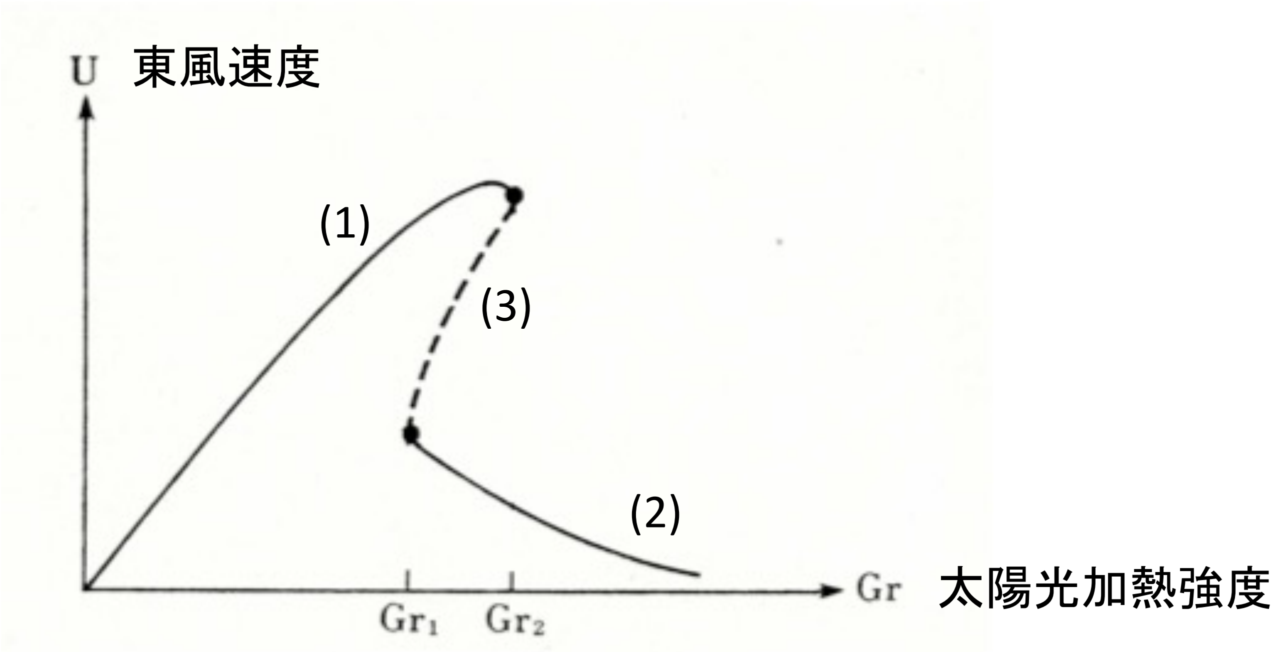
速い ←自転速度→ 遅い

この金星モデルにおける定常解の多重性

(1) 高速東風の安定定常解(スーパーローテーション)

(2) 夜昼間対流を表す安定定常解

(3) (1)と(2)の中間状態を表す不安定な定常解

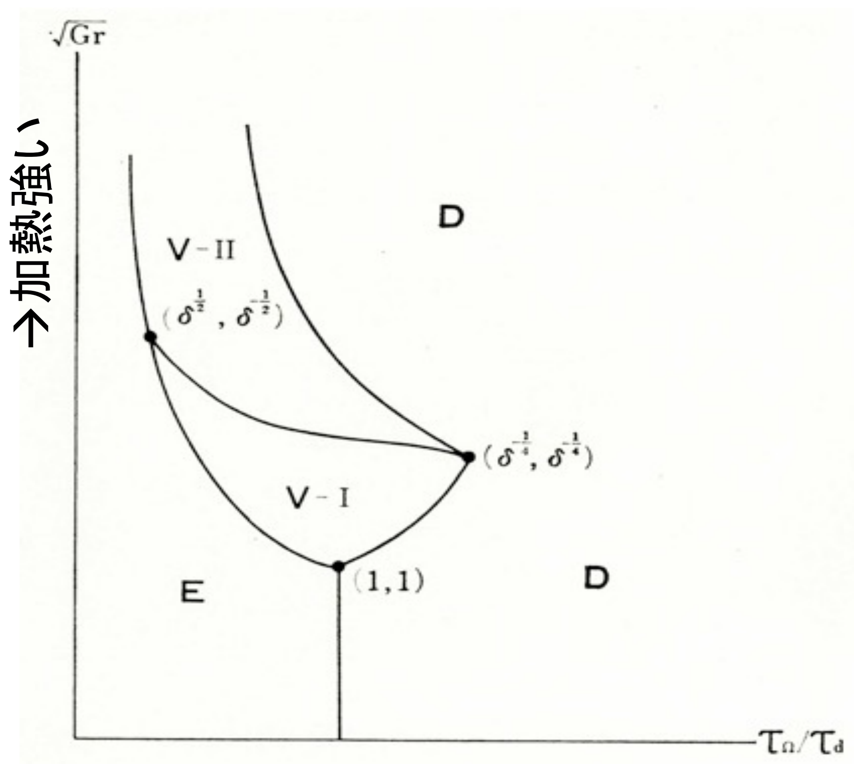


自転速度と加熱強度によって どのような循環が生ずるか

(D) : 直接循環（夜昼間対流に相当）の卓越

(E) : 温度風バランス（geostrophic balance）

(V) : 温度風バランス(cyclostrophic balance)



３つの循環が成立する条件

(D) : 直接循環（夜昼間対流に相当）の卓越

→①自転が非常に遅い、②自転が遅く、加熱が弱い、③加熱が非常に強い場合

(E) : 地衡風バランス(geostrophic balance)

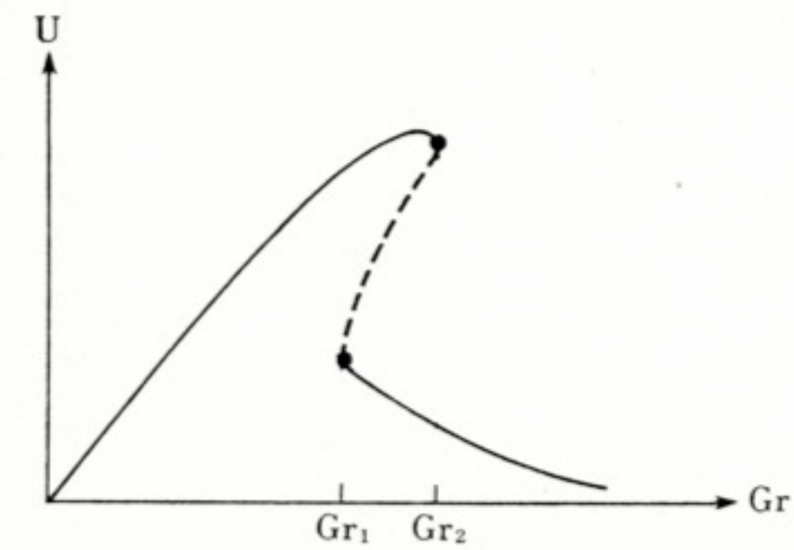
→①自転が非常に速い、②自転が速く、加熱が弱い場合

(V) : 旋衡風バランス(cyclostrophic balance)

→自転も加熱も中程度の場合

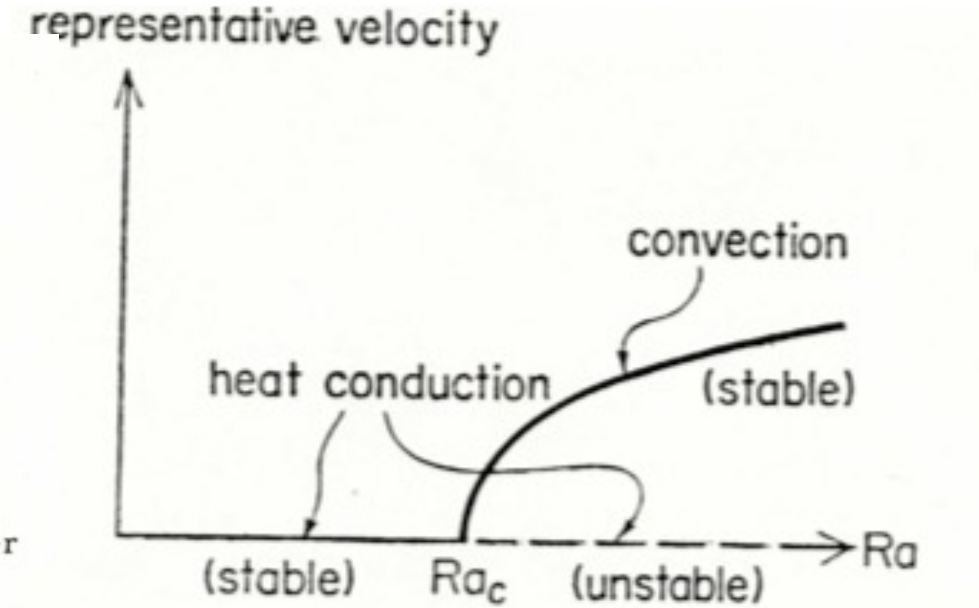
非線型系における臨界点の構造

このモデルでは



極限点

ベナール対流では



分岐点

→ Matsuda(1983) : 対称性による臨界点の分類の研究

その後の子午面循環メカニズム

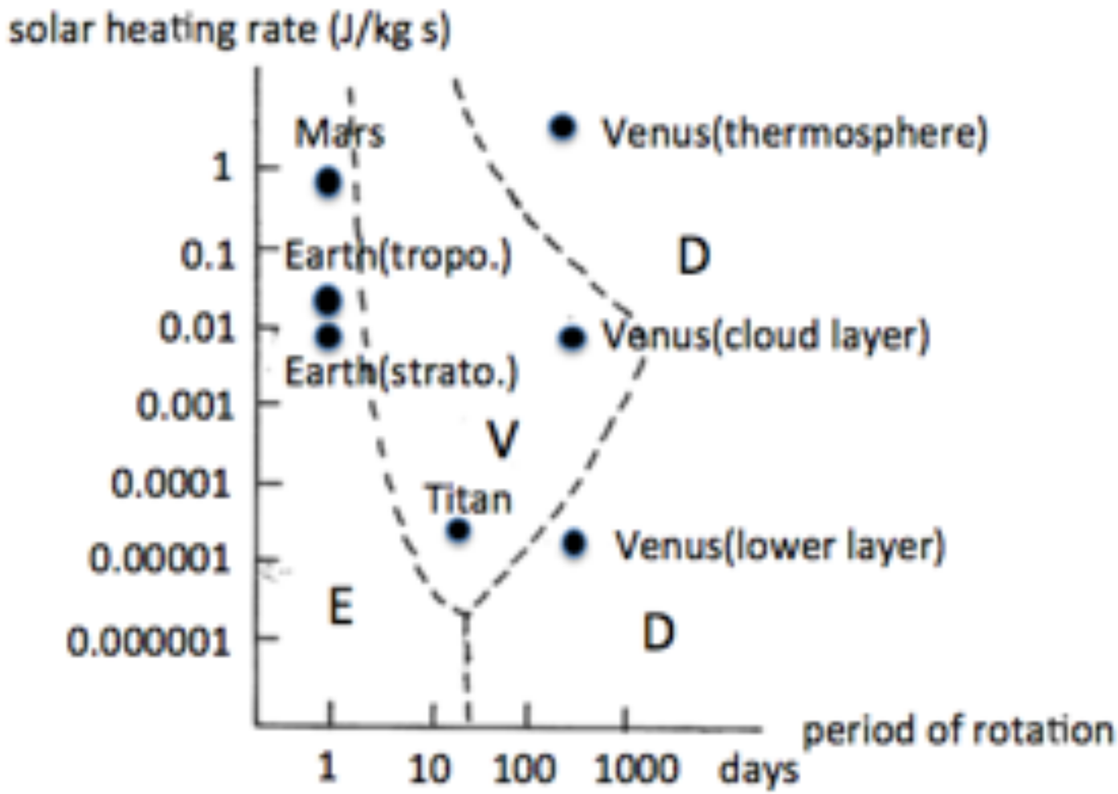
- Matsuda(1982): ５層モデルによる再現
- Yamamoto and Yoden(2013): Matsuda(1980)の拡張
- GCMにおける子午面循環によるスーパーローテーションの再現：Yamamoto and Takahashi(2003) 以来多くのシミュレーションがある → 次回以降紹介？

地球型惑星の大気のパラメータ

（M：質量、F：単位面積当たりの吸収エネルギー）

	M (kg/m^2)	F(J/m^2・s)	F/M(J/kg・s)	自転周期（日）
火星	200	100	0.8	1
地球				
下層	1,0000	200	0.02	1
成層圏	3000		0.01	1
金星				
下層	100,0000	30	0.00005	243
雲層	1,0000	100	0.01	243
熱圏			243	
タイタン	10,0000	3	0.00003	16

惑星大気大循環の分類(経験的)



Matsuda(1980)の再検討:
ニュートン冷却contra成層効果

温度の式（東西一様性を仮定）

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -c(T - T_0) - N^2 w + Q$$

(1) (2)

Q>0（低緯度）

Q<0（高緯度）

ここで $N^2 \equiv \left(\frac{d\overline{T}}{dz} + \frac{g}{C_p} \right)$

この式のバランスの分類

(A) (1)>>(2) → $T - T_0 \approx Q / c$: ニュートン冷却卓越

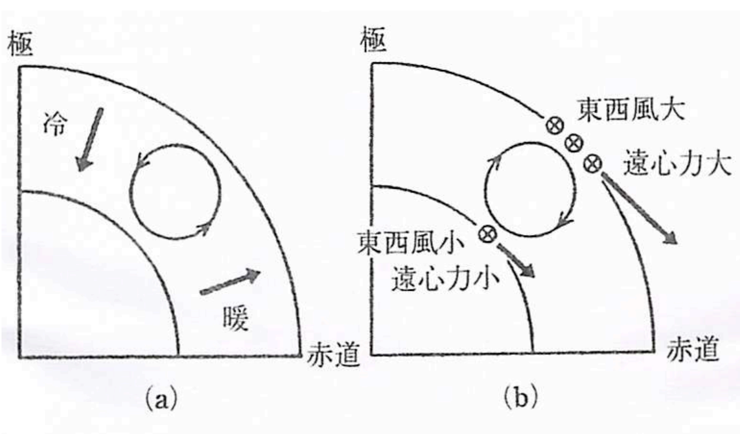
(A) (1)<<(2) → $w \approx Q / N^2$: 成層効果卓越

子午面内のモーメントのバランス

$$\frac{d}{dz}(U^2/a)+\frac{d}{dz}(fU)+\frac{d}{dz}(\nu_v\frac{d^2V}{dz^2})=\alpha g\Delta T/a$$

この式を2層モデルで表現すると、

$$U^2+afU+a\nu_v V/D^2=\alpha gD\Delta T$$



(a) 浮力によるモーメント:
　右辺
(b) 遠心力によるモーメント:
　左辺第1項

子午面内のモーメントのバランス（続き）

Matsuda(1980)では、

$$\Delta T = (\Delta Q - N^2 w)/c$$

を上式に代入して

$$U^2 + afU + \left(a\frac{\nu_v}{D^2} + \frac{\alpha g D^2 N^2}{ac} \right) V = \frac{\alpha g D}{c} \Delta Q$$

の形で議論

→温度の式でのバランスがよく分からない

→ここでは温度の式でのバランスから出発

ニュートン冷却が卓越した場合(A)

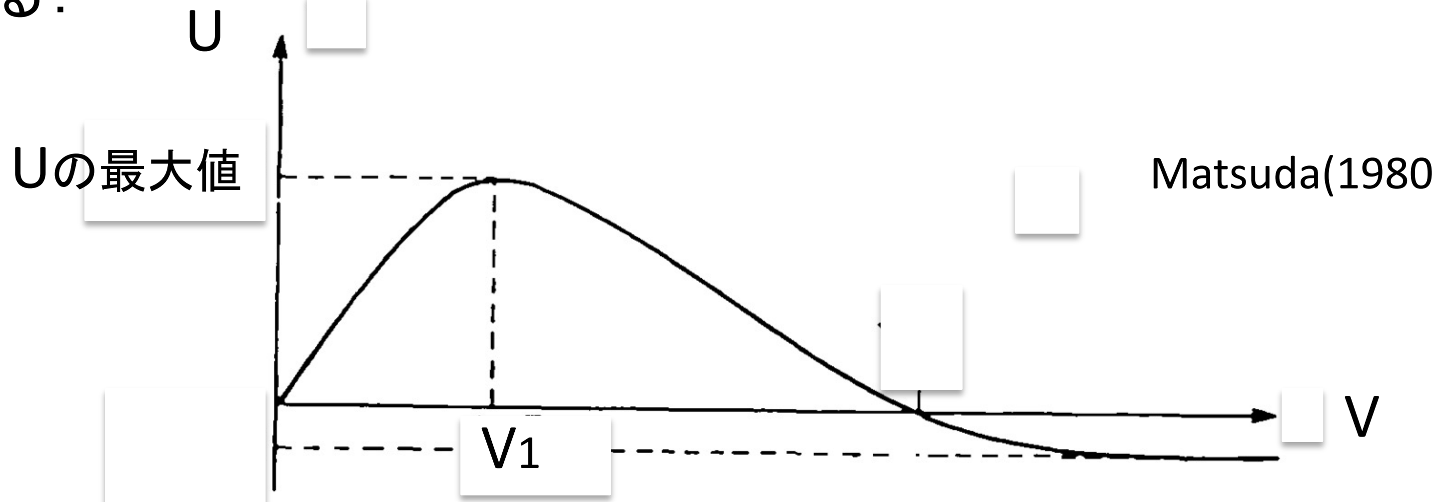
$\Delta T \approx \Delta Q / c$ を　$U^2 + afU + a\nu_v V / D^2 = \alpha g D \Delta T$

に代入すると、

$$U^2 + afU + a\nu_v V / D^2 = \alpha g D(\Delta Q / c)$$

となり、右辺は与えられた物理量

U とV の関係は東西方向の運動方程式（角運動量の式）より決まる:



ニュートン冷却が卓越した場合（続き）

このUとVの関係→ $U = f(V)$

これを前式に代入すると、

$$(f(V))^2 + af(f(V)) + a\nu_v V / D^2 = \alpha g D(\Delta Q / c)$$

左辺はV=V1の付近で極大値を持ち、V:大ではVにほぼ比例

→Qなどの外部パラメータ の値により、多重平衡解を持ちうる

成層効果が卓越した場合(B)

- 成層効果卓越の場合：$c\Delta T << N^2 w \approx \Delta Q$

→ $w \approx Q / N^2$ より子午面循環の強度(V)が決まる

→ $U = f(V)$ より U も一意に決まる: 解の多重性はない

→ $U^2 + afU + a\nu_v V / D^2 = \alpha g D \Delta T$ より ΔT が決まる

（→この ΔT に対し $c\Delta T << N^2 w$ をチェックする必要がある）

全体のまとめ

- スーパーローテーション生成の３つのメカニズムを説明した → 他のメカニズムはないか？
- これらのうち、現実の金星でどれがどの位、どの高度で働いているか、不明 → 金星のスーパーローテーションの原因は未だに不明

（特に、地面付近の循環は全く不明）

- 理論だけでは決められないので、観測やGCMによる研究が重要 → 後の人の発表に期待

（その研究でも理論を念頭に置いてもらいたい）

- 展望（気象力学的問題の）は「天気」に書いた