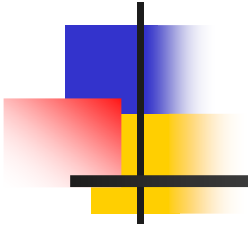


軸対称かつ面对称な
円環形状天体の
外部重力場の
帯円環調和関数展開

もしくは



ドーナツの 重力場計算

福島登志夫 (国立天文台)

[ResearchGate Fukushima](#)

検索

Submitted to AJ in Re-revised Form

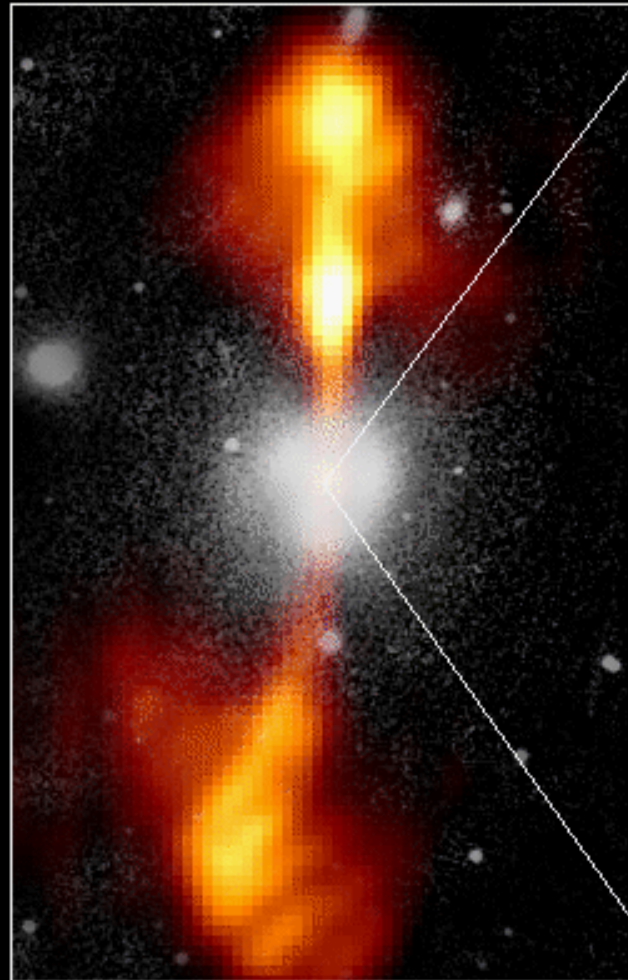


Core of Galaxy NGC 4261

Hubble Space Telescope

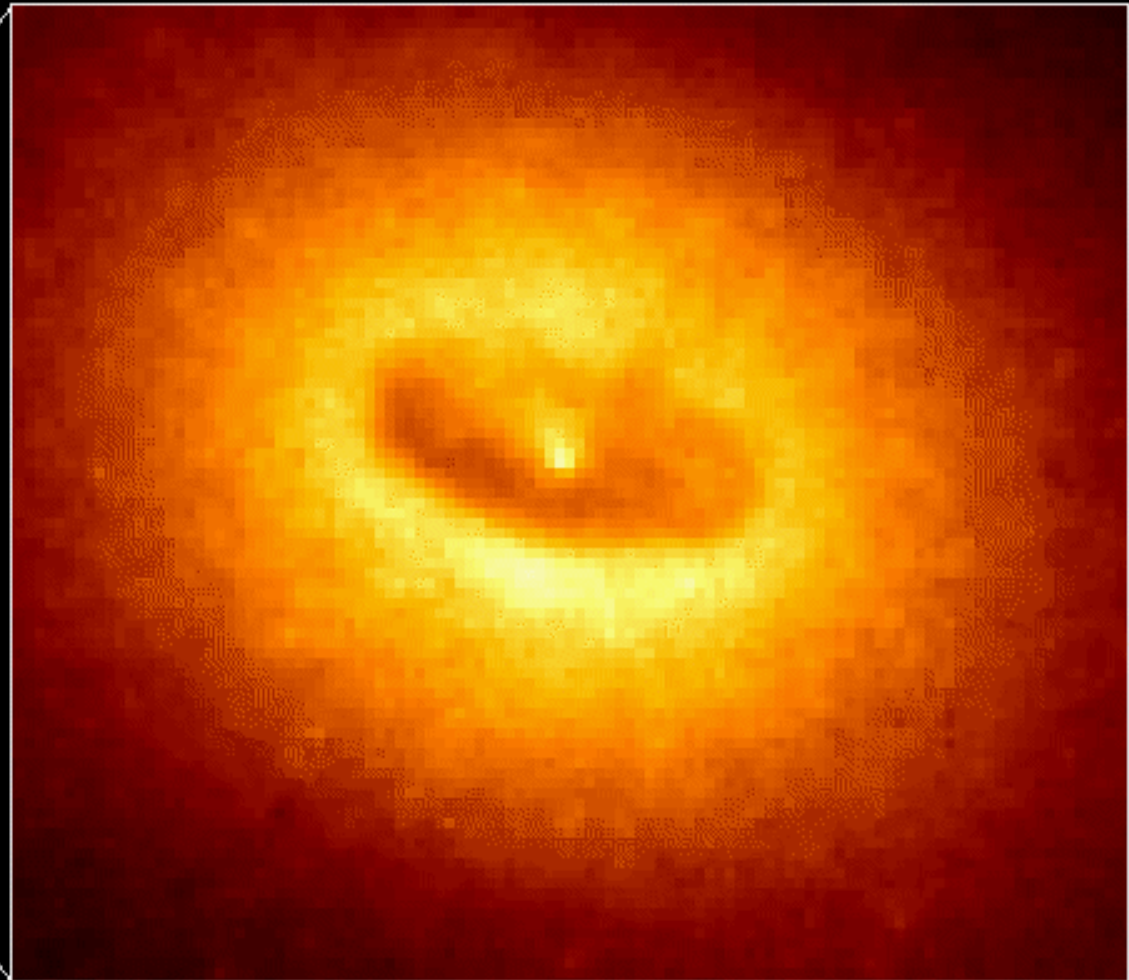
Wide Field / Planetary Camera

Ground-Based Optical/Radio Image



200 Arc Seconds

HST Image of a Gas and Dust Disk



17 Arc Seconds

ドーナツ形状天体の 外部重力場計算法

■ 積分表現

- 長所：汎用
- 短所：計算時間が膨大

$$\Phi = \int_V \frac{\rho(\mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d\mathbf{x}'$$

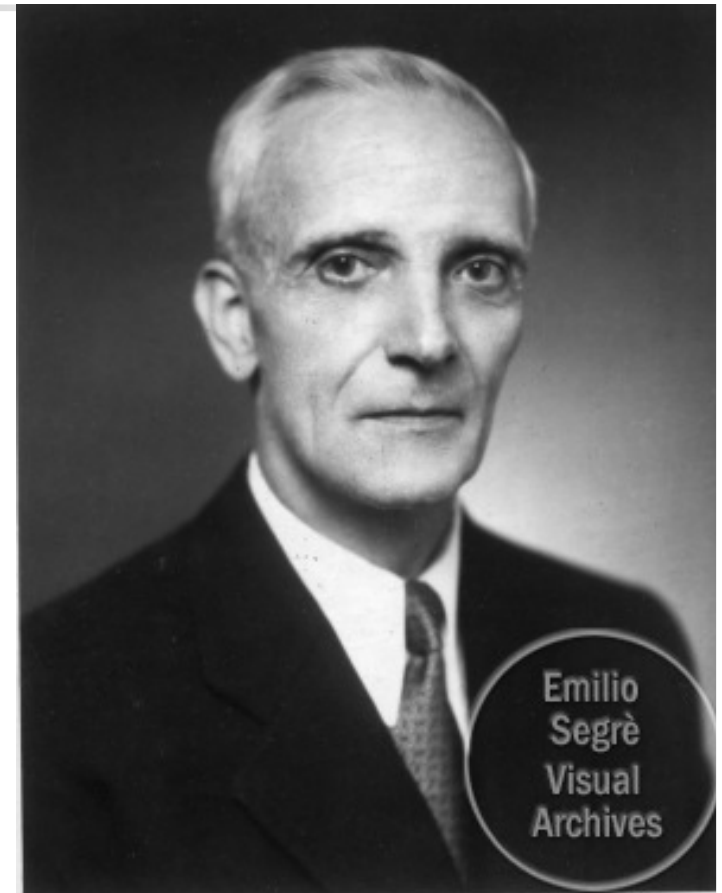
■ 調和関数展開

- 長所：高速計算
- 短所：適切な展開法が欠如
- 注意：ブリラン多様体の呪い

$$\Phi = \sum_n \Phi_n$$

ブリラン多様体

- Brillouin (1933)
 - ブリラン散乱、WKB近似のB
- ブリラン多様体
 - = 物体を囲む最小多様体
- 調和関数展開の収束限界
 - ブリラン球
 - ブリラン楕円体
 - ブリラン円環体



円環調和関数展開の 新理論

- ラプラス方程式の軸対称解 (Hobson 1931)

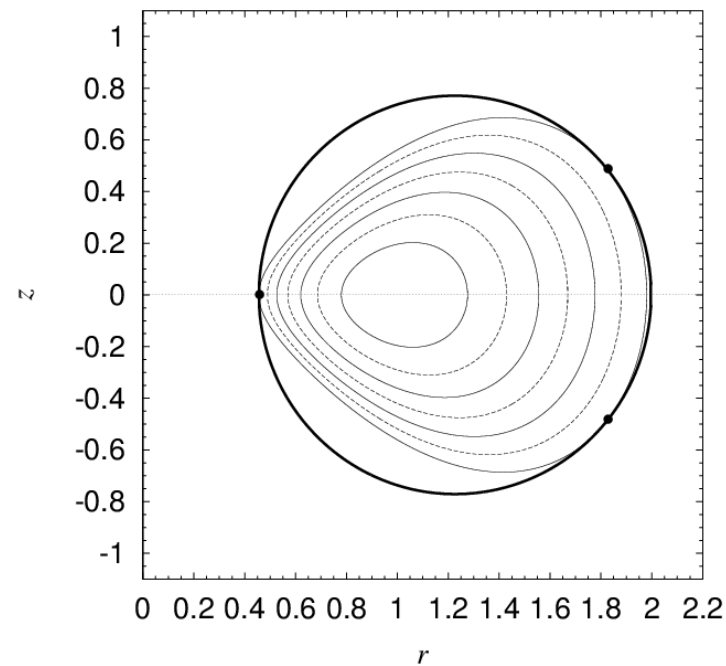
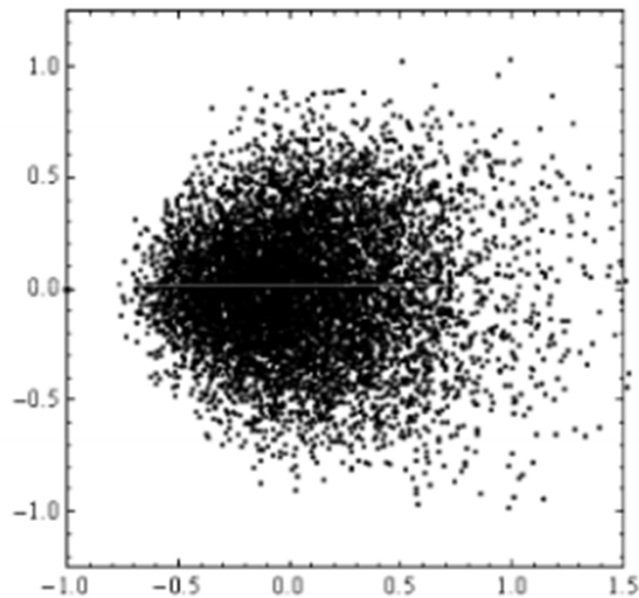
$$\Phi = \frac{GM}{a} \sqrt{u - \cos \theta} \sum_{n=0}^{\infty} C_n p_n(u) \cos n\theta$$

- **新発見**: 第0項 = 円輪ポテンシャル ($r=a$)
- **重要**: 漸化式による動径関数の高速計算

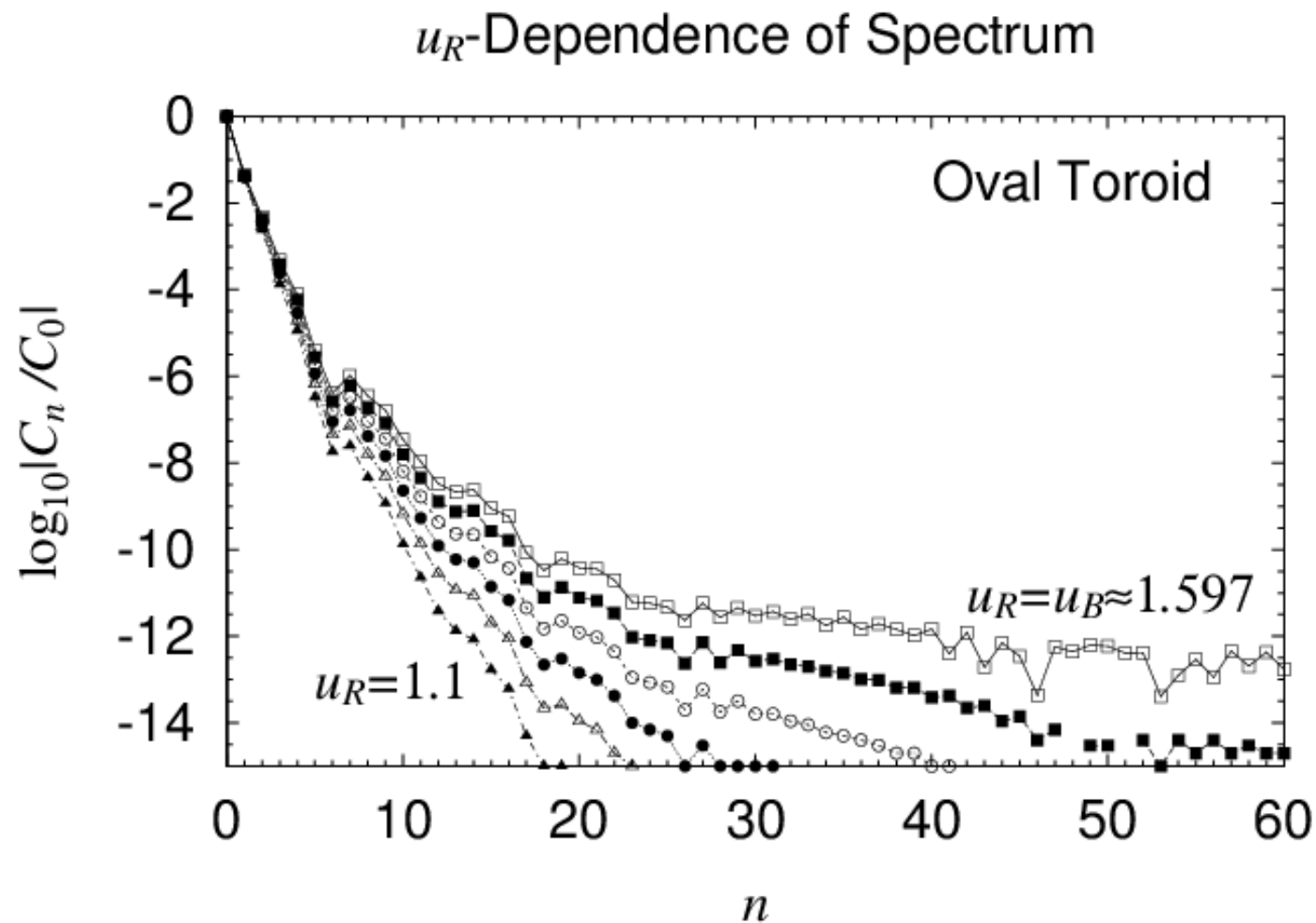
$$p_n(u) \equiv \frac{P_{n-1/2}(u)}{P_{n-1/2}(u_R)} = \left(\frac{u}{u_R} \right)^{n+1/2} \frac{F_n(u)}{F_n(u_R)}$$

数值例：卵形円環

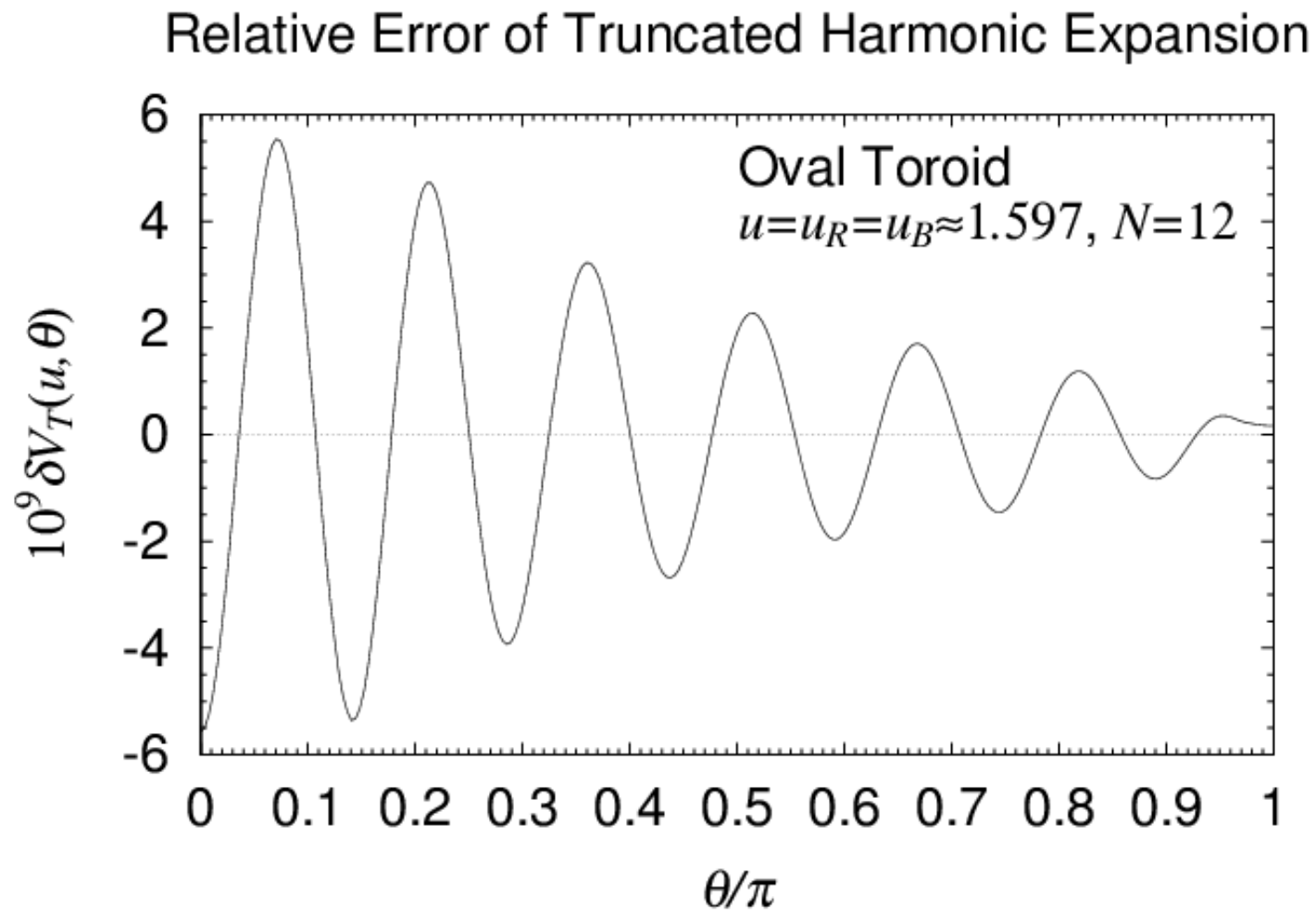
- N体シミュレーション (Bannikova et al., 2012, MNRAS)



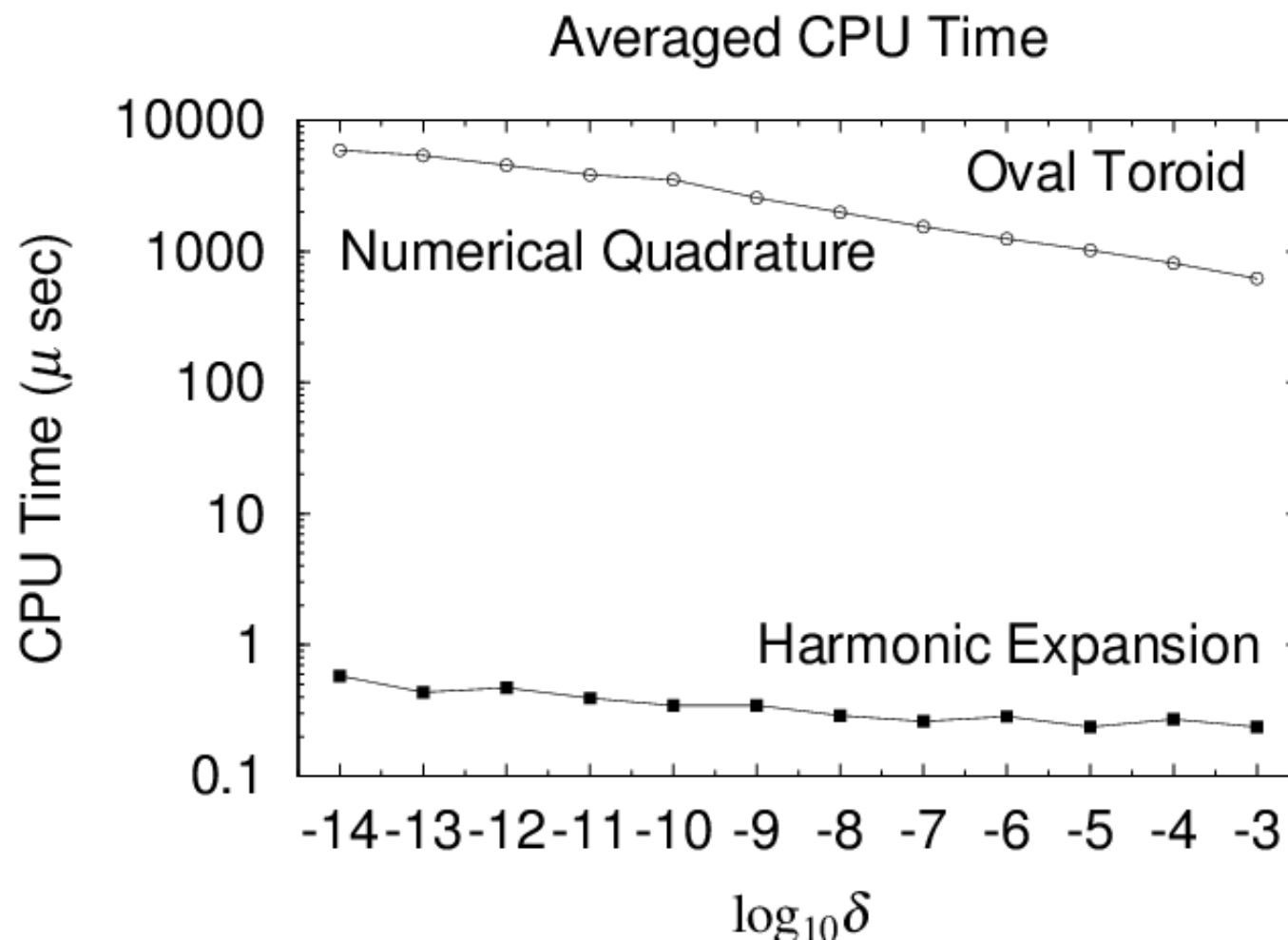
円環調和スペクトル



相對計算誤差曲線



計算時間の比較





結論

- 円環調和関数展開の**新**理論
- カギは動径関数の漸化式計算
- 初期値は完全楕円積分で
- 高速計算: 数値積分の3000-10000倍
- ブリラン円環体の外なら収束
- ブリラン円環体の中だと発散(残念ながら)

お楽しみは
これからだ



Spiral Galaxy M33 (Messier 33)

Subaru Telescope, National Astronomical Observatory of Japan

Suprime-Cam (B, V, H α)
January 22, 2009