

木星型惑星大気の縞状構造と赤道ジェットの原因について

竹広 真一

京都大学数理解析研究所

2015 年 2 月 12 日

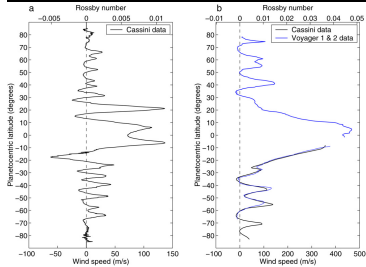
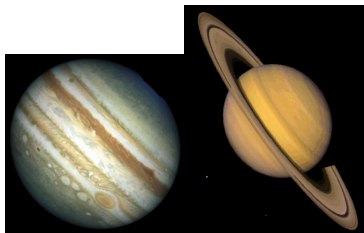
惑星大気研究会 @ JAXA 宇宙科学研究所

- ① はじめに
- ② 「浅い」モデル
 - ① 回転球面 2次元 順圧強制乱流
 - ② 回転球面 2次元 浅水強制乱流
 - ③ 3次元 多層モデル
- ③ 「深い」モデル
 - ① 回転球殻対流
- ④ まとめ

はじめに

木星, 土星の表層の帯状流

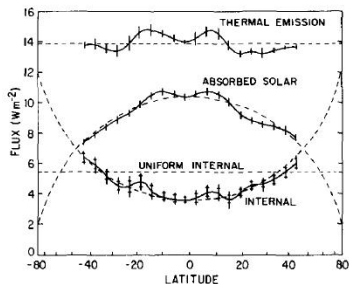
- 赤道域
 - 幅の広い西風 (赤道加速)
- 中高緯度:
 - 縞状パターンに対応した幅の狭い東西流



(Sukoriansky et.al, 2002)

大規模流のエネルギー源

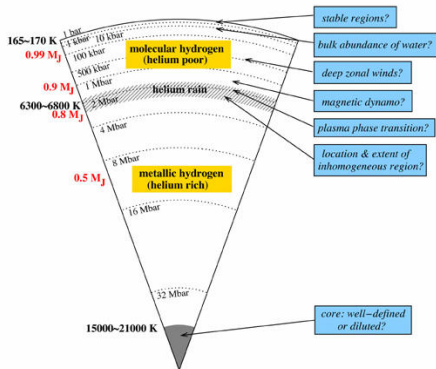
- 入射太陽放射; 外向き熱放射 \Rightarrow 内部熱源の存在
- エネルギー源
 - 入射太陽放射
 - 内部熱源



木星のエネルギー収支 (Pirraglia 1984)

大規模流のエネルギー源

- 表層の流体運動で説明 (浅いモデル)
 - 入射太陽放射
 - 内部熱源 \Rightarrow 表層の対流運動 \Rightarrow 表層の渦を励起
- 深部の対流運動に起源を求める (深いモデル)
 - 内部熱源 \Rightarrow 深部対流 \Rightarrow 表層流

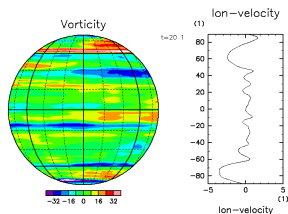


木星の内部構造収支 (Guillot et al. 2004)

「深い」モデルと「浅い」モデル

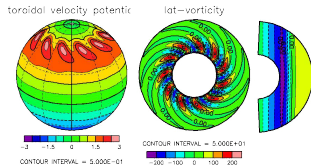
● 「浅い」モデル:

- 回転球面 2次元強制乱流
- 回転球面多層モデル
 - 惑星表層内の (ほぼ)2次元の流体運動
 - 静水圧近似, コリオリ力水平成分のみ
 - ○ : 中高緯度の縞状構造
 - × : 赤道域のジェット



● 「深い」モデル:

- 回転球殻対流モデル
 - 流体層全体の運動
 - 非静水圧, コリオリ力を全て計算
 - ○ : 自転が速い ⇒ 赤道加速
 - × : 中高緯度の縞状構造



浅いモデル

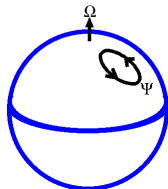
回転球面 2次元順圧強制乱流

回転球面順圧強制乱流問題～定式化

- 回転球面上の2次元流体運動
：渦度方程式 (ポテンシャル渦度保存則)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) q = F - D, \quad q = \nabla^2 \psi + 2\Omega \sin \varphi,$$
$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + 2\Omega \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = F - D.$$

- 小スケールの渦度強制を導入
- 主な実験 (無次元) パラメター
 - ロスビー数 (の逆数)
 - 強制の中心波数
 - 散逸の種類

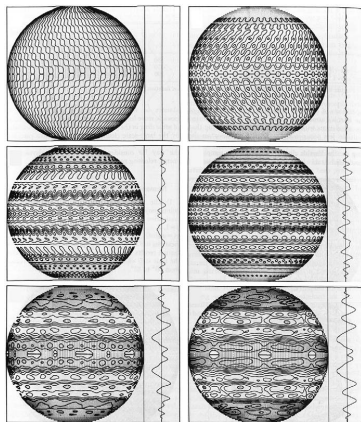


回転球面上ではどうなる？

- 2次元 β 面 (自由減衰) 乱流の知識
 - 小スケールの乱流
 - ⇒ 大スケールへカスケード
 - ⇒ ラインズスケール $L_\beta = \sqrt{U/\beta}$ で止まる
 - ⇒ 縞状構造の出現
- では回転球面上ではどうなる？
 - 極域では $\beta \rightarrow 0, L_\beta \rightarrow \infty$
 - 緯度方向に異方性？
 - 縞状構造は出現する？

先駆的数値実験 (1970 年代)

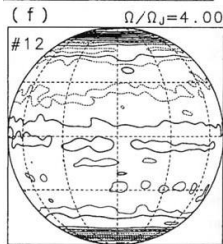
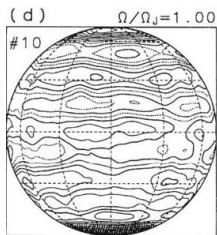
- Williams(1978)
 - 1/8 セクター赤道対称領域
 - 空間非等方な強制
 - 全球に縞状構造
 - ラインズスケール程度の幅



流れ関数と帯状流の時間変化

定番標準数値実験 (1990 年代)

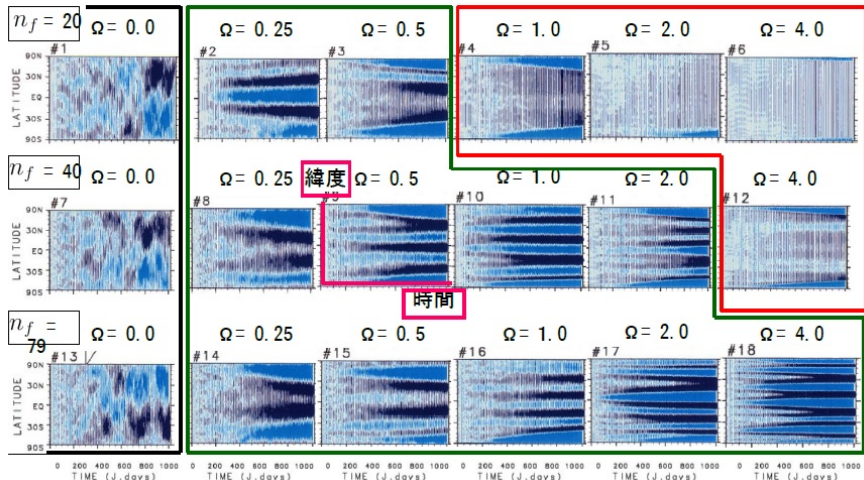
- Nozawa and Yoden (1997)
 - 全球計算, 空間等方的なランダム強制
 - 普通の粘性散逸
 - 系統だった数値実験
 - 異なる回転角速度と強制波数
 - 強制波数 $>$ ラインズ波数
 - ⇒ 縞状構造, ラインズスケール程度
 - β 面での知識と整合的
 - 強制波数 $<$ ラインズ波数
 - ⇒ 縞状構造なし, 周極流形成
 - 弱非線形的状態
 - ロスビー波を直接励起 \Rightarrow 極への運動量輸送



流れ関数

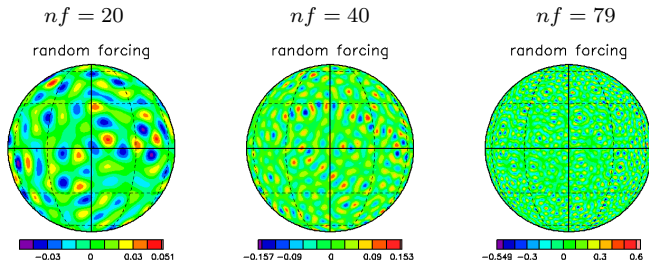
定番標準数値実験 (1990 年代)

- Nozawa and Yoden (1997)



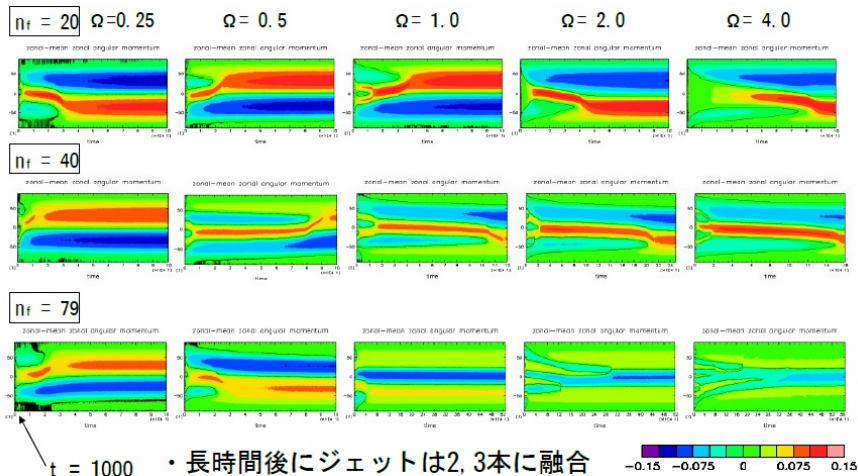
最近の結果：長時間積分

- Obuse, Takehiro and Yamada (2010)
 - Nozawa and Yoden (1998) の長時間積分版
 - 長時間漸近状態はどうなる？
 - 無次元時間 10 万まで計算 \Leftrightarrow NY98 : 無次元時間 1000
 - 空間解像度 全波数 199 まで (格子点数 600 \times 300)
 - 時間積分 4 次のルンゲクッタ法



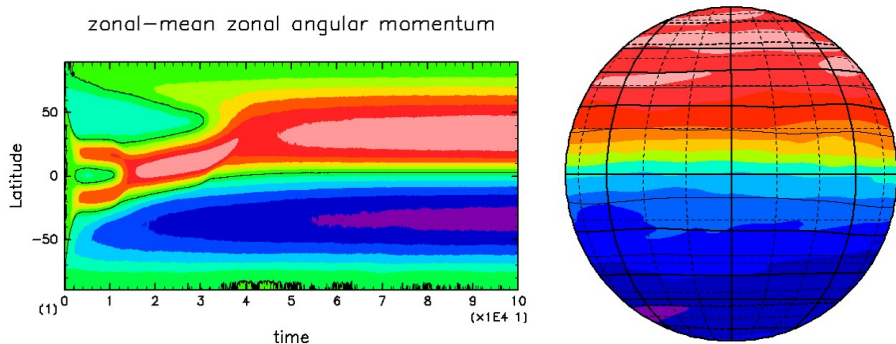
最近の結果：長時間積分すると

- Obuse et al.(2010)



最近の結果：長時間積分すると

- Obuse et al. (2010)
 - ジェットの融合・消滅 ⇒ シマシマが消える！



角運動量の緯度分布時間変化 (左) と帯状流分布最終状態 (右) (Obuse et al. 2010)

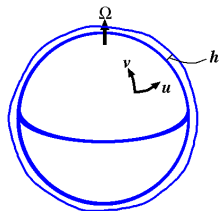
浅いモデル

回転球面 2次元浅水強制乱流

回転球面浅水モデル～定式化

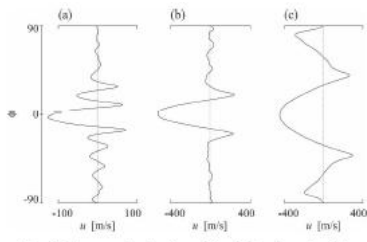
- 回転球面上の薄い流体層, 層の厚さ可変
- 特徴的なスケール
 - ラインズスケール $L_\beta = \sqrt{U/\beta}$
 - 変形半径 $L_D = \sqrt{gh}/f$

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} + \mathbf{f} \times \mathbf{v} = -g\nabla h + \mathbf{F} - D\mathbf{v},$$
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h\mathbf{v}) = Q - D_h.$$

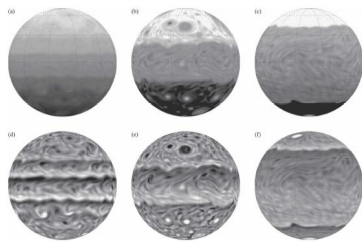


標準的実験：Scott and Polvani (2007)

- 小スケールの渦度強制
- 球半径 $<$ 変形半径 $L_D \Rightarrow$ 順圧的
- 球半径 $>$ 変形半径 L_D
 - 高緯度で $L_D < L_\beta \Rightarrow$ 孤立渦
 - 中緯度で $L_D > L_\beta \Rightarrow$ 縞状構造
 - 赤道で東向き \leftarrow ロスビー波の赤道での運動量集積



帯状流分布

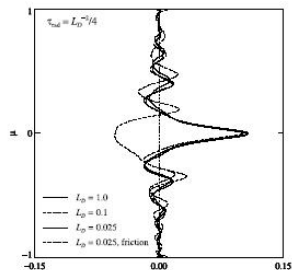


渦度とポテンシャル渦度分布

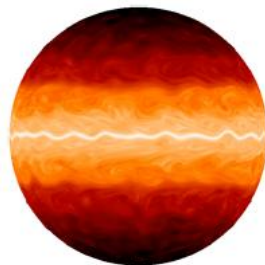
左 L_D, L_β 共に小 (木星), 左 L_D 小, L_β 大 (土星), 右 L_D, L_β 共に大 (天王星・海王星).

高度場への散逸

- Scott and Polvani (2008)
 - 表面変位場へニュートン冷却型散逸
 - 赤道加速流 (prograde) が出現



帯状流分布



ポテンシャル渦度分布

表面変位場の散逸

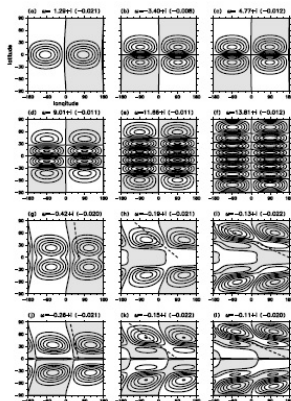
- Saito and Ishioka (2014)
 - Scott and Polvani の力学的解釈
 - Hough 関数への表面変位場散逸の影響
 - Rossby モードで赤道加速の位相傾き
 - ポテンシャル渦度散逸：高緯度で大, 赤道域で小
準地衡流ポテンシャル渦度方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\nabla^2 \eta - \frac{f_0^2}{gH} \eta \right) \sim \gamma \frac{f_0^2}{gH^2} \eta.$$

- 低緯度から高緯度へのエネルギー輸送
- Rossby 波低緯度から高緯度へ伝播
- 東向き運動量を赤道から抜き去る

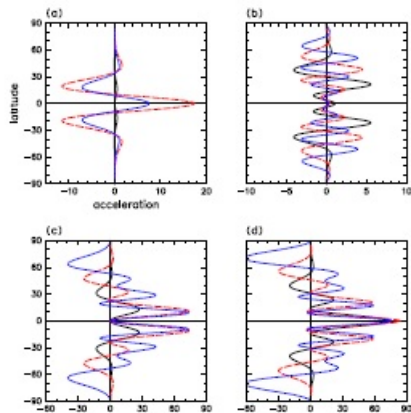
表面変位場の散逸

- Saito and Ishioka (2014)



Hough モード

1 段目 K, MRG, 2 段目 G, 3,4 段目 R



Hough モードによる平均流加速

(a) K, MRG, (b) G, (c,d) R

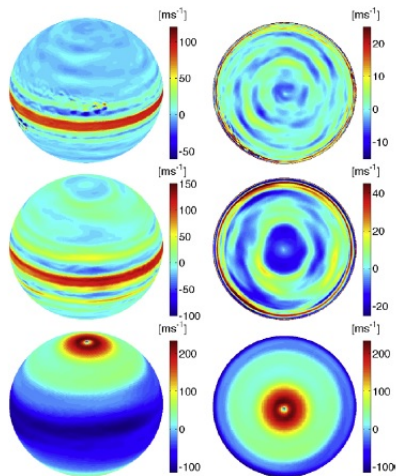
浅いモデル

3 次元球面多層モデル (プリミティブ)

球面多層モデル(湿潤)

Lian and Showman (2010)

- 湿潤大気計算(相変化物質含む)
- 湿潤対流の相変化に伴う加熱が大気循環を支配。
 - 木星土星パラメター(3-5 倍の太陽系組成): 赤道加速, 20 本ジェット
 - 天王星海王星パラメター(30 倍の太陽系組成): 3 本ジェット



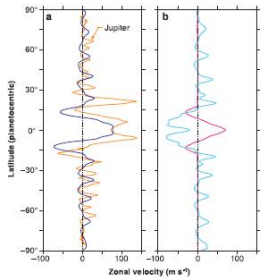
帯状流分布. 上から木星, 土星, 天王星海王星計算

球面多層モデル(乾燥)

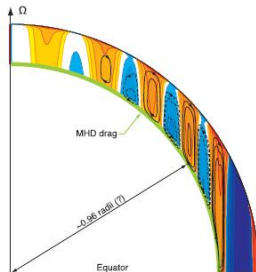
- Schneider and Liu (2009), Liu and Schneider (2011)
 - 乾燥大気計算 (相変化物質含まない)
 - 下面中高緯度にレイリー摩擦 (MHD 抵抗), 赤道域で下面摩擦なし
 - 上からの太陽放射による差分加熱, 下面からの一様な熱流
 - 太陽放射による差分加熱 \Rightarrow 中高緯度の縞状構造
 - 下面からの熱流 \Rightarrow 赤道超回転
 - 対流による加熱 \Rightarrow 赤道で発散流 \Rightarrow ロスビー波を高緯度に射出 \Rightarrow 赤道超回転
 - ジェットの幅は変形半径程度, 逆カスケードは生じていない

球面多層モデル

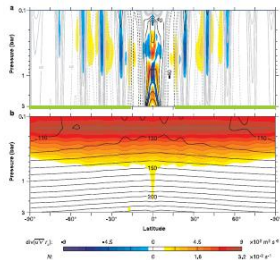
- Schneider and Liu (2009)



帯状流分布



MHD 抵抗と子午面循環



温度場と静的安定度

浅いモデル ~ まとめ

- 回転球面順圧系
 - Rhens 効果で縞状パターンは生成されない
 - 赤道での流れの向きが確率的
- 回転球面浅水系
 - 表面変位場での散逸 \Rightarrow 赤道加速状態の形成
 - 縞状パターンが長時間維持されるかはまだ不明
- 回転球面多層系
 - 赤道加速状態の形成機構
 - \Rightarrow 赤道からのロスビー波の射出
 - 浅水系での表面変位場 (温度場) の選択的散逸ではない
 - 縞状パターン形成 \Rightarrow 差分加熱で傾圧不安定
 - 下面境界条件の取り扱いは微妙

深いモデル

回転球殻対流問題

回転球殻対流問題～定式化

- 運動方程式 (速度の時間変化)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \alpha g T \mathbf{r} + \nu \nabla^2 \mathbf{u},$$

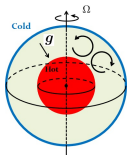
- 熱の式 (温度の時間変化)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \kappa \nabla^2 T + Q,$$

- 質量保存の式

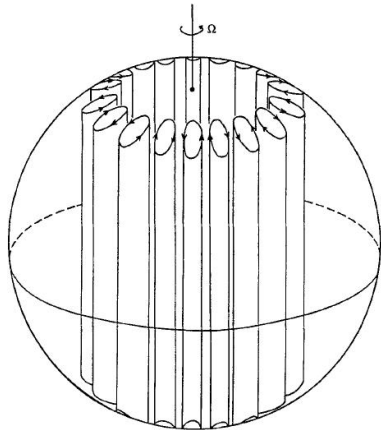
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0.$$

t : 時間, \mathbf{u} : 速度, T : 温度, ρ : 密度, p : 圧力 $\boldsymbol{\Omega}$: 自転角速度,
 α : 熱膨張率, g : 重力加速度 ν : 粘性率, κ : 熱拡散率, Q : 内部熱源



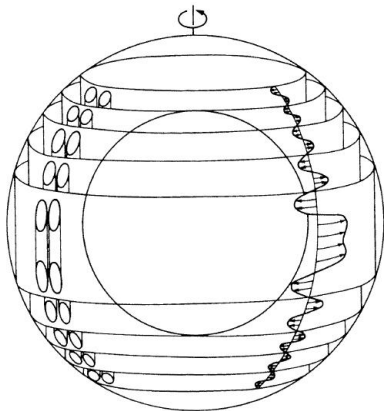
回転球殻内の臨界熱対流

- Busse (1970)
 - 高速回転する球
 - 回転軸方向に一様な運動場を仮定、摂動計算 (テイラー・プラウドマンの定理)
 - 球の中程に対流渦が局所的に発生
 - 対流セルは prograde 方向に伝播

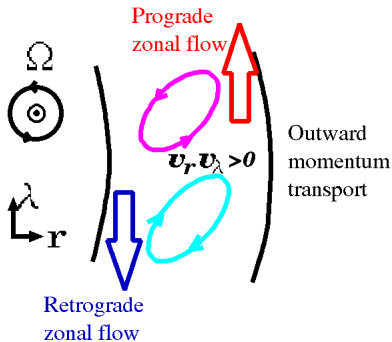
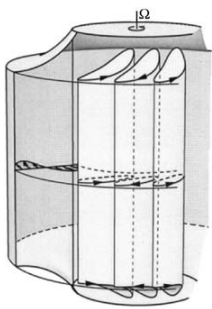
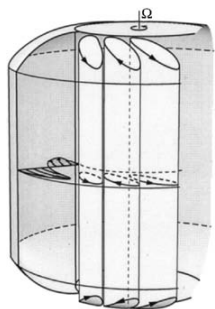


回転球殻対流での縞状構造形成

- Busse(1976,1983)
 - レイリー数大
 - ⇒ 対流渦が動径方向に多数並ぶ
 - ⇒ 縞状パターン形成
 - 平均帯状流生成
 - 外側球面の曲率
 - ⇒ 対流セルの傾き
 - ⇒ 動径方向へ運動量輸送



平均帯状流生成メカニズム



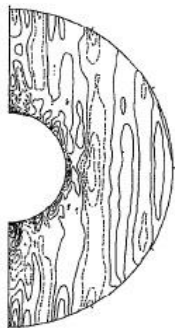
(Busse, 2002)

- 外側境界の曲率 対流渦の傾き 内から外への
運動量輸送 帯状流生成

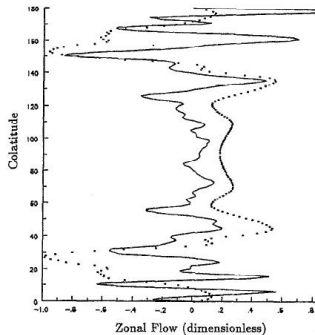
シマシマができた?



動径速度の赤道面分布



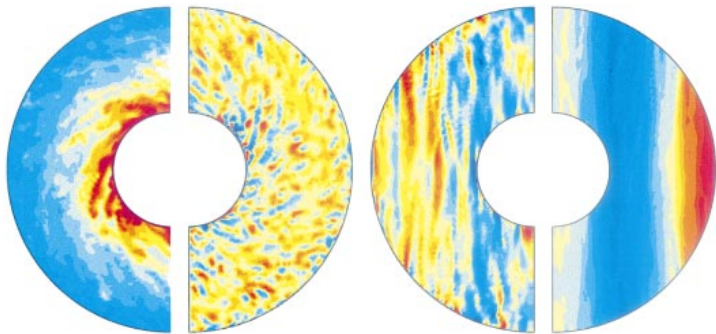
平均帯状流分布



表面帯状流分布

- Sun and Schubert (1995)
 - 高解像度・高レイリー数・低エクマン数での有限振幅対流の時間発展数値計算
 - 縞状パターンの形成?

シマシマは消えた



赤道面温度場

回転軸方向渦度 (赤道面, 子午面)

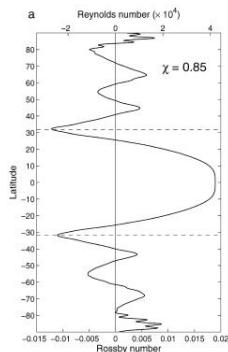
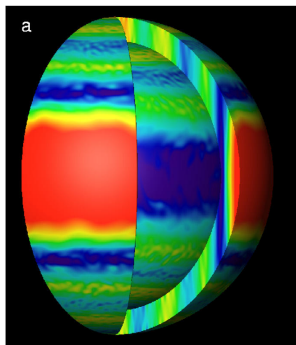
平均帯状流

- Christensen (2002)

- 系統だった高レイリー数対流の有限振幅計算
- 縞状パターンは生成されない。
- Sun and Schubert (1995) の縞状パターンは偽り。初期場が残っただけ。
- 赤道で回転と同方向 (赤道加速状態)

薄くするとシマシマできる？

- Heimpel and Aurnou (2007)
 - 薄い球殻
 - 1/8 セクター計算
 - 超粘性の計算
 - 低エクマン数・高レイリー数計算



帯状流分布

- 赤道付近:強い東風 (赤道加速) \Leftarrow レイノルズ応力による運動量輸送
- 中高緯度:縞状パターンの形成 \Leftarrow 2次元 β 面乱流 + ラインズ効果?

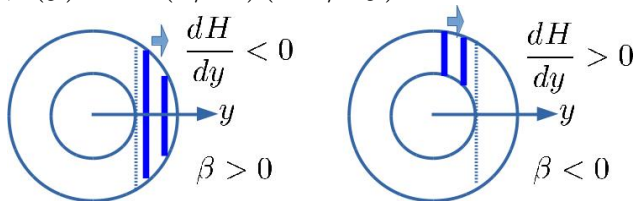
2次元 β 面乱流問題

- ベータ面モデル(ポテンシャル渦度保存則)

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + \beta(y) \frac{\partial \psi}{\partial x} = F - D.$$

- 回転球殻内の2次元流 ~ 地形性 β 効果:

$$\beta(y) = -(1/H)(dH/dy)$$

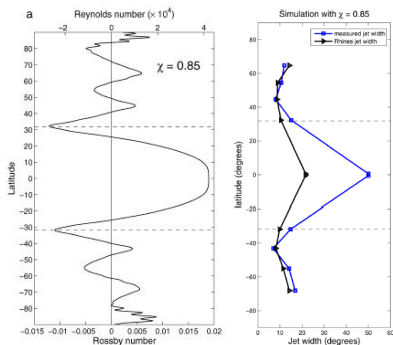


- cf. 回転球面2次元流 ~ 惑星ベータ効果

$$\beta = (df/dy) = (2\Omega/a) \cos \varphi$$

高緯度縞状構造の説明

- Heimpel and Aurnou (2007)
 - 高緯度: 回転系の熱対流 \Rightarrow 2次元的な小スケールの渦生成 \Rightarrow 逆カスケード \Rightarrow ラインズ効果で帯状構造



ラインズスケールとジェット幅の比較

ここで疑問...

- Heimpel and Aurnou (2007) は高緯度シマシマを2次元 β 面強制乱流の結果だと解釈している
- しかしわれわれは Obuse et al. (2010) を知っている。
長時間積分するとシマシマは消える
- Heimpel and Aurnou (2007) の計算も, 長時間積分すればシマシマは消えるんでないの?

そこで...

薄い球殻対流計算をもっと長くやってみよう。
1/8 セクターはやめよう。全球計算。

(共同研究者: 佐々木洋平, 石岡圭一, 中島健介, 林祥介)

全球長時間積分

- 全球計算 HA2007 は 1/8 セクター計算
- 長時間計算 (現状 12800 回転 = 0.2 粘性拡散時間)
HA2007 は 1600 回転 = 0.024 粘性拡散時間)
- パラメータ設定
 - プラントル数: $Pr = \frac{\nu}{\kappa} = 0.1$
 - 修正レイリー数: $Ra^* = \frac{\alpha g_o \Delta T}{\Omega^2 D} = 0.05$
 - エクマン数: $Ek = \frac{\nu}{\Omega D^2} = 3 \times 10^{-6}$
 - 球殻の内径外径比: $\eta = \frac{r_i}{r_o} = 0.85$
- 境界条件: 応力無し条件, 温度固定

数値解法

- 空間微分: スペクトル法

- 速度をトロイダル・ポロイダルポテンシャルで表現
- 水平方向は球面調和関数, 動径方向はチェビシェフ多項式で展開
- 切断波数: 水平 341, 鉛直 48 (格子点数: 経度 1024, 緯度 512, 鉛直 65)

- 時間積分:

- 拡散項は Crank-Nicolson 法, それ以外は 2 次の Adams-Bashforth 法
- 次式の超粘性を使用

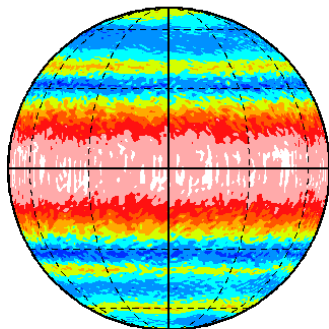
$$\nu = \begin{cases} \nu_0, & \text{for } l \leq l_0, \\ \nu[1 + \varepsilon(l - l_0)^2], & \text{for } l > l_0. \end{cases}$$

- 本研究: $l_0 = 21, 42, 85, 170$, $\varepsilon = 10^{-2}$. (段階的に超粘性の波数を大きくした)

全球長時間積分

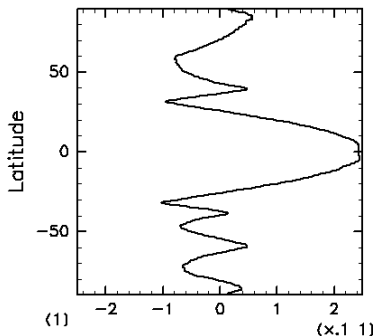
- $t = 47630$ でのスナップショット
 - 中高緯度でシマシマ形成

lon-velocity



東西流分布

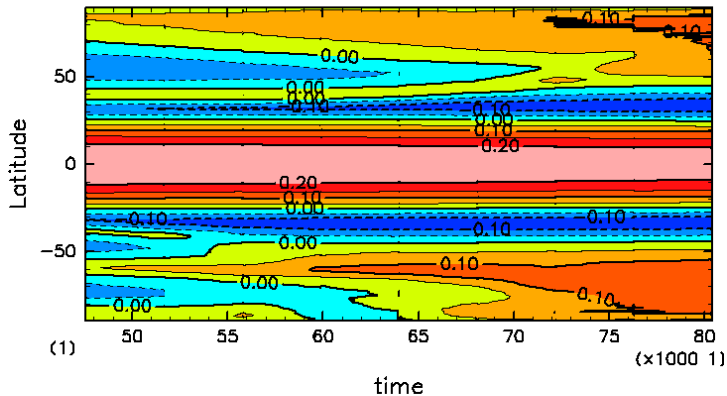
lon-velocity



表面帯状流分布

やっぱりシマシマは消えた!

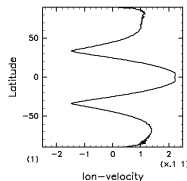
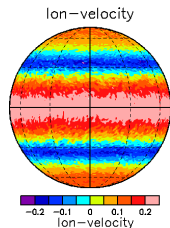
lon-velocity



CONTOUR INTERVAL = 5.000E-02

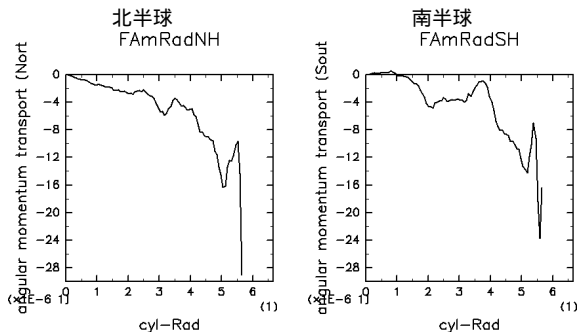


帯状平均角運動量の時間変化と最終状態の東西流分布



角運動量輸送

- 東西・回転軸方向平均角運動量輸送



- 負の角運動量外側へ輸送 \Rightarrow ロスビー波の外側伝播 \Rightarrow 中高緯度を加速, 接円筒附近を減速

まとめ

- 木星・土星の縞状構造を説明できる決定的な流体モデルはまだない
 - これまでの計算結果は時間積分が足りていなかった。過渡的状态での縞状構造
 - 長時間積分すると縞状構造が消える。
- なぜ縞状構造が消えていくのか？
 - 浅いモデル(順圧)：まだ良く分かっていない
 - 深いモデル：ロスビー波による加速？
- 縞状構造を説明できる新たなモデルの提案が必要

謝辞

回転球殻対流計算は海洋研究開発機構の地球シミュレータを使用しました。

- Busse, F. H., 1970 : Thermal instabilities in rapidly rotating systems. *J. Fluid Mech.*, 44, 441–460.
- Busse, F. H., 1976 : A simple model of convection in the Jovian atmosphere. *Icarus*, 29, 255–260.
- Busse, F. H., 1983 : A model of mean zonal flows in the major planets. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, 23, 153–174.
- Busse, F. H., 2002 : Convective flows in rapidly rotating spheres and their dynamo action. *Phys. Fluids*, 14, 1301–1314.
- Christensen, U.R., 2002 : Zonal flow driven by strongly supercritical convection in rotating spherical shells. *J. Fluid Mech.*, 470, 115–133.
- Guillot, T., 2005 : The interiors of giant planets: Models and outstanding questions. *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, 33, 493–530.
- Heimpel, M., Aurnou, J., 2007 : Turbulent convection in rapidly rotating spherical shells: A model for equatorial and high latitude jets on Jupiter and Saturn. *Icarus*, 187, 540–557.
- Lian, Y., Showman, A. P., 2010 : Generation of equatorial jets by large-scale latent heating on the giant planets. *Icarus*, 207, 373–393.
- Liu, J., Schneider, T., 2010 : Mechanisms of jet formation on the giant planets. *J. Atmos. Sci.*, 67, 3652–3672.
- Nozawa, T., Yoden, S., 1997 : Formation of zonal band structure in forced two-dimensional turbulence on a rotating sphere. *Phys. Fluids*, 9, 2081–2093.
- Obuse, K., Takehiro, S., Yamada, M., 2010 : Long-time asymptotic states of forced two-dimensional barotropic incompressible flows on a rotating sphere. *Phys. Fluids*, 22, 056601.
- Pedlosky, J., 1987 : *Geophysical Fluid dynamics*, Springer-Verlag.
- Pirraglia, J. A., 1984 : Meridional energy balance of Jupiter. *Icarus*, 59, 169–76.
- Saito, I., Ishioka, K., 2014 : Mechanism for the formation of equatorial superrotation in forced 2 shallow-water turbulence with Newtonian cooling. *J. Atmos. Sci.*, in press.
- Scott, R. K., Polvani, L. M., 2007 : Forced-dissipative shallow-water turbulence on the sphere and the atmospheric circulation of the giant planets. *J. Atmos. Sci.*, 64, 3158–3176.
- Scott, R. K., Polvani, L. M., 2008 : Equatorial superrotation in shallow water atmospheres. *Geophys. Res. Lett.*, 35, L24202.
- Schneider, T., Liu, J., 2009 : Formation of jets and equatorial superrotation on Jupiter. *J. Atmos. Sci.*, 66, 579–601.
- Sukoriansky, S., Galperin, B., Dikovskaya, N., 2002 : Universal spectrum of two-dimensional turbulence on a rotating sphere and some basic features of atmospheric circulation on giant planets. *Phys. Rev. Lett.*, 89, 124501-1–4.
- Sun, Z.-P., Schubert, G., 1995 : Numerical simulations of thermal convection in a rotating spherical fluid shell at high Taylor and Rayleigh numbers. *Phys. Fluids*, 7, 2686–2699.
- Williams, G. P., 1978 : Planetary circulations: I. Barotropic representation of Jovian and terrestrial turbulence. *J. Atmos. Sci.*, 35, 1399–1426.

付録

球面問題に入る前に...

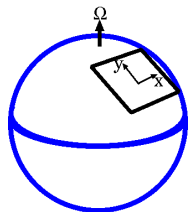
- 2次元 β 平面では?

- 球面上の (中緯度) 一点を中心とした接平面
- コリオリパラメターの緯度微分 (β) の効果
- 支配方程式は2次元渦度方程式 (ポテンシャル渦度保存則)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) q = 0, \quad q = \nabla^2 \psi + f_0 + \beta y,$$

↓

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0.$$



エネルギーの逆カスケード

- エネルギー・エンストロフィー保存

$$E = \int \hat{E}(k) dk = \text{const.}, \quad Z = \int k^2 \hat{E}(k) dk = \text{const.}$$

- エネルギーの中心波数 : $k_e = (1/E) \int k \hat{E}(k) dk$

- スペクトルの広がり : $I = \int (k - k_e)^2 \hat{E}(k) dk = Z - k_e^2 E$

- スペクトルが広がると仮定すると

$$\frac{dI}{dt} > 0, \quad \frac{dk_e^2}{dt} = -\frac{1}{E} \frac{dI}{dt} < 0.$$

2次元順圧系

エネルギーは低波数側へカスケードする。

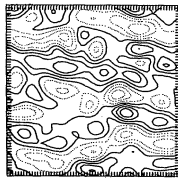
ラインズスケール・波数

Rhines (1975)

- 非線形項と線形項が同程度となるスケール L_β :
ラインズスケール

$$J(\psi, \nabla^2 \psi) \sim \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} \Rightarrow L_\beta = \sqrt{\frac{U}{\beta}}$$

U : 特徴的な速度スケール



(b)

流れ関数

- $L > L_\beta$: β 項卓越 \Rightarrow ロスビー波的
- $L > L_\beta$: 非線形項卓越 \Rightarrow 乱流的, 逆カスケード
- $L = L_\beta$ で逆カスケード止まる \Rightarrow 帯状構造の出現

帯状構造の出現

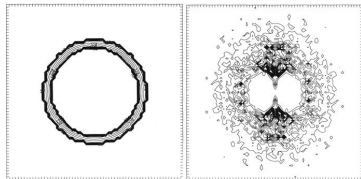
- β 項のスケーリング : x 方向の長さスケールで

$$J(\psi, \nabla^2 \psi) \sim \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} \Rightarrow \frac{|\psi|^2}{L^4} \sim \beta \frac{\psi}{L_x} \Rightarrow \frac{U}{\beta} \sim \frac{L^3}{L_x}.$$

L_x 大きければ逆カスケード可能 $\Rightarrow L_x \rightarrow \infty$

- 波数で表せば

$$\begin{aligned} |\mathbf{k}|^4 |\psi|^2 &\sim \beta k_x |\psi| \\ \Rightarrow |\mathbf{k}_\beta|^2 &= \frac{\beta}{U} \cos \phi \end{aligned}$$

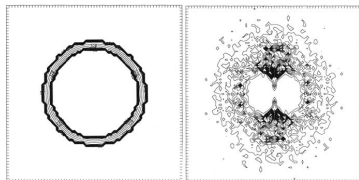


2次元エネルギースペクトルの
時間変化

- cf. Vallis and Martlud (1993)
 - ダンベル領域を避けて逆カスケード

帯状構造の出現

- Pedlosky(1987)
 - ロスビー波の3波共鳴 \Rightarrow 振動数高いのが不安定 \Rightarrow 振動数低いロスビー波へ \Rightarrow 帯状的
- $$\omega = \frac{\beta k}{k^2 + l^2}, \quad \omega \rightarrow 0, \quad k^2 + l^2 = \text{const.} \Rightarrow k \rightarrow 0.$$
- Vallis and Maltrud(1993)
 - 非等方的ラインズ波数：k=0 軸には逆カスケード可能
 - ロスビー波の振動数 ~ 乱流の振動数
 - ダンベル領域を避けて逆カスケード



エネルギースペクトルの時間変化