

# 私の超簡単履歴

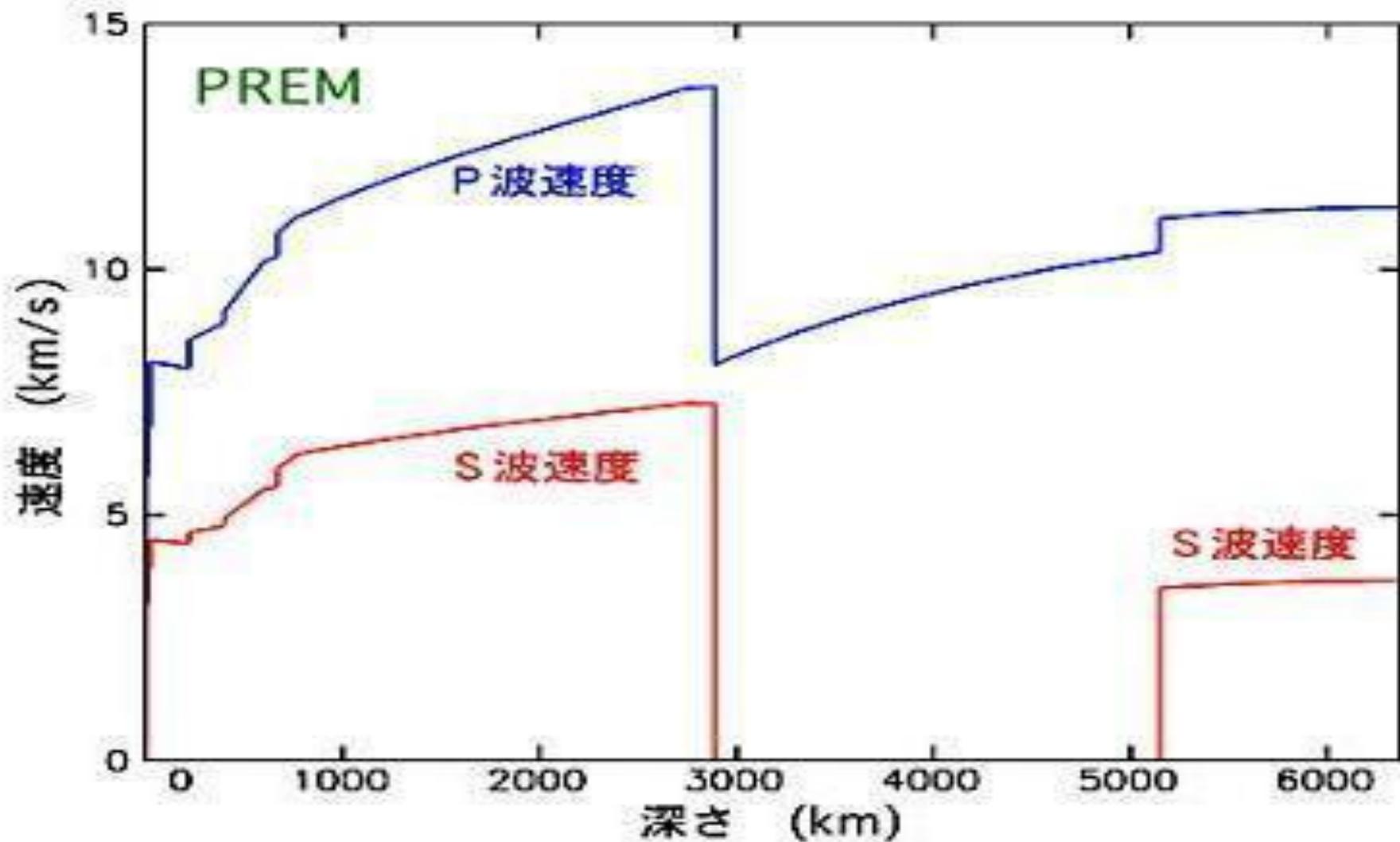
- 1942年 生まれ
- 1964年 東大地球物理学科卒業
- 1966年 東大修士課程卒業
- 1967～1978年 東大地球物理助手  
(竹内 均研、この間、Caltech PostDoc)
- 1978～1987年 名古屋大学地球科学教室
- 1987～2005年 宇宙科学研究所
- 2005年～現在 雑誌「ニュートン」編集長  
(この間 パリ大学客員教授)

# 惑星内部構造論 事始

0. 現在の標準モデルの不満
1. 1960年代初頭の地球内部構造論
2. 私のD論紹介
3. 将来の惑星内部構造論

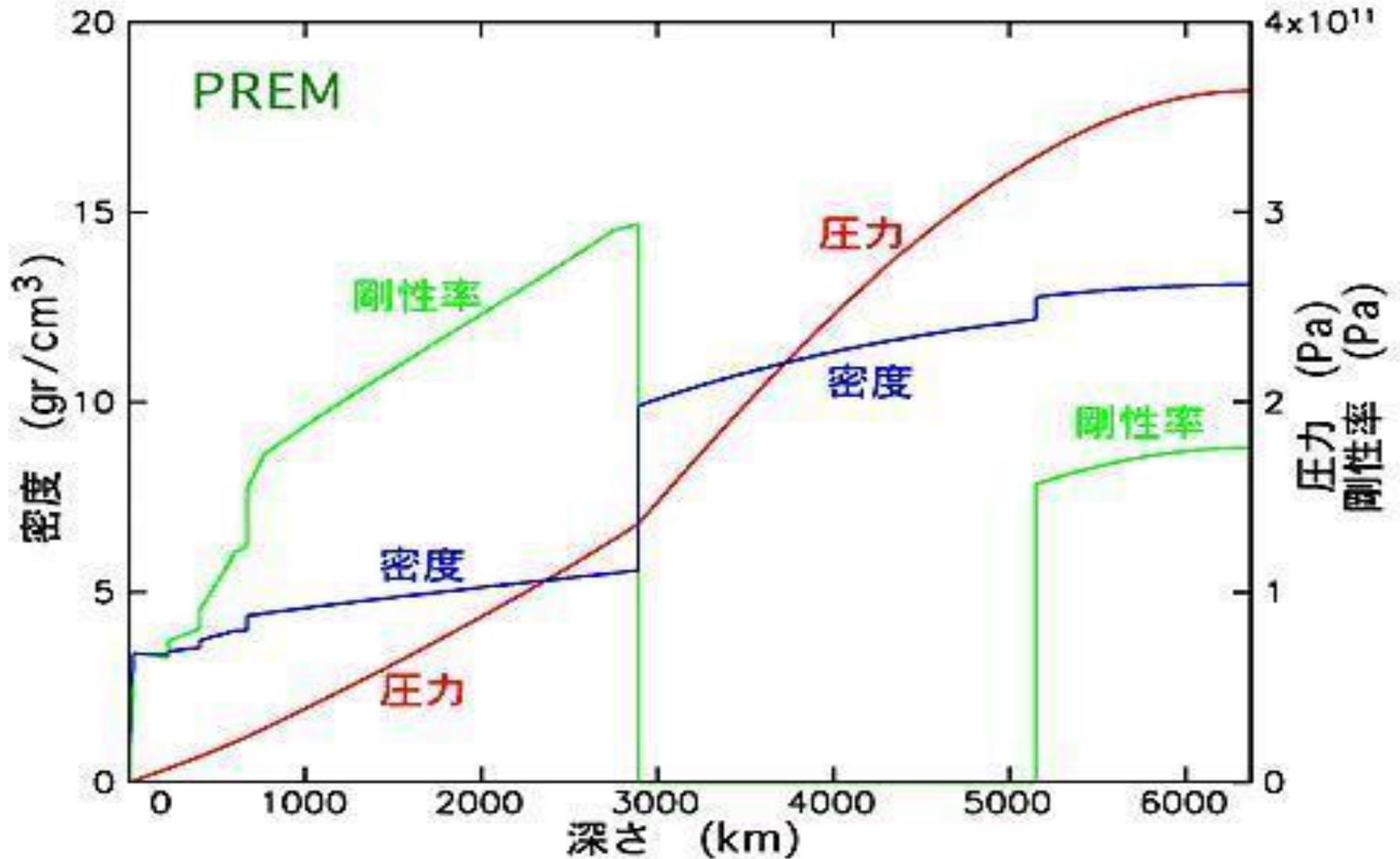
# 現在の地球モデル PREM地震波速度構造

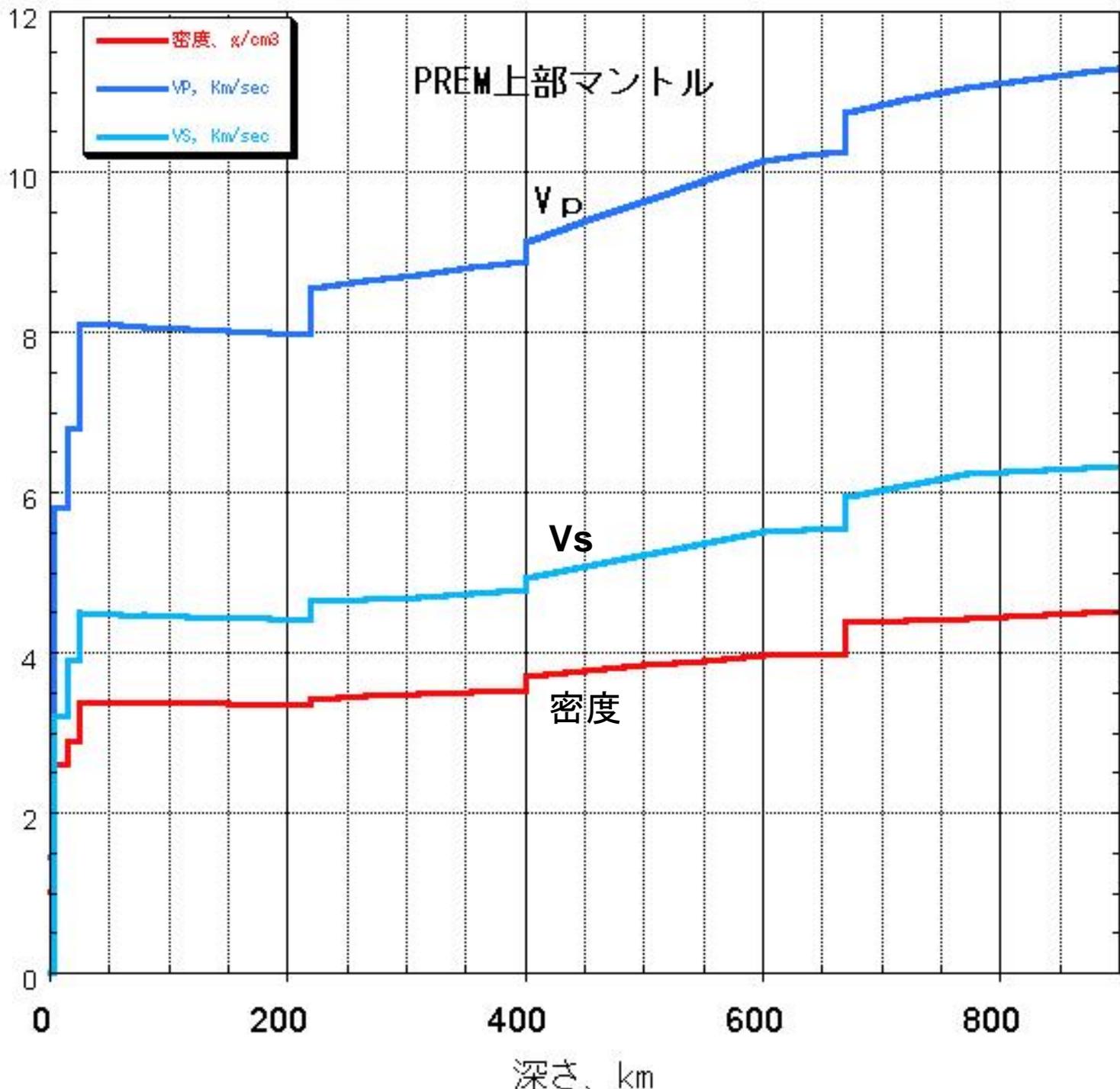
Dziewonski and Anderson (1981)



# PREM密度構造

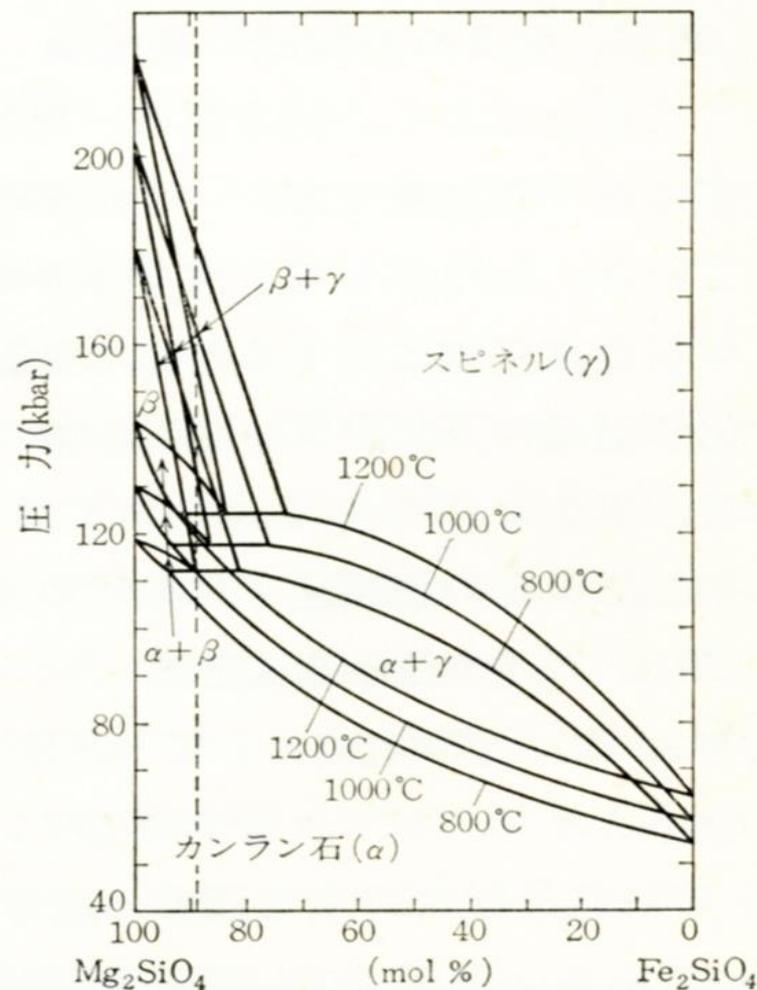
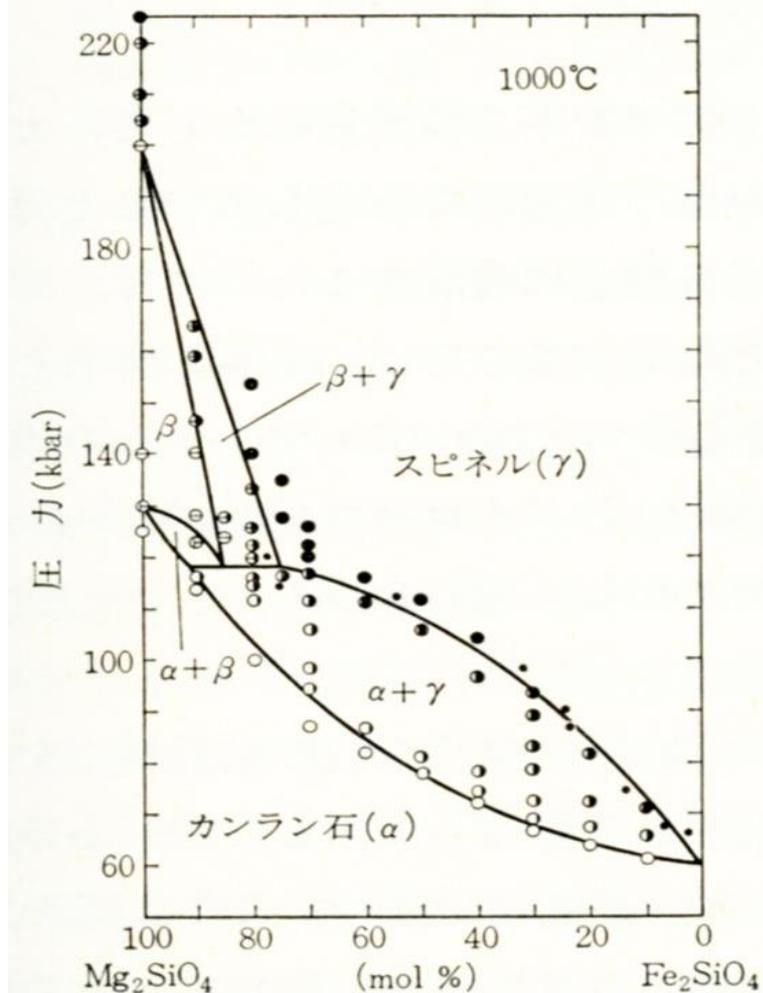
Dziewonski and Anderson (1981)



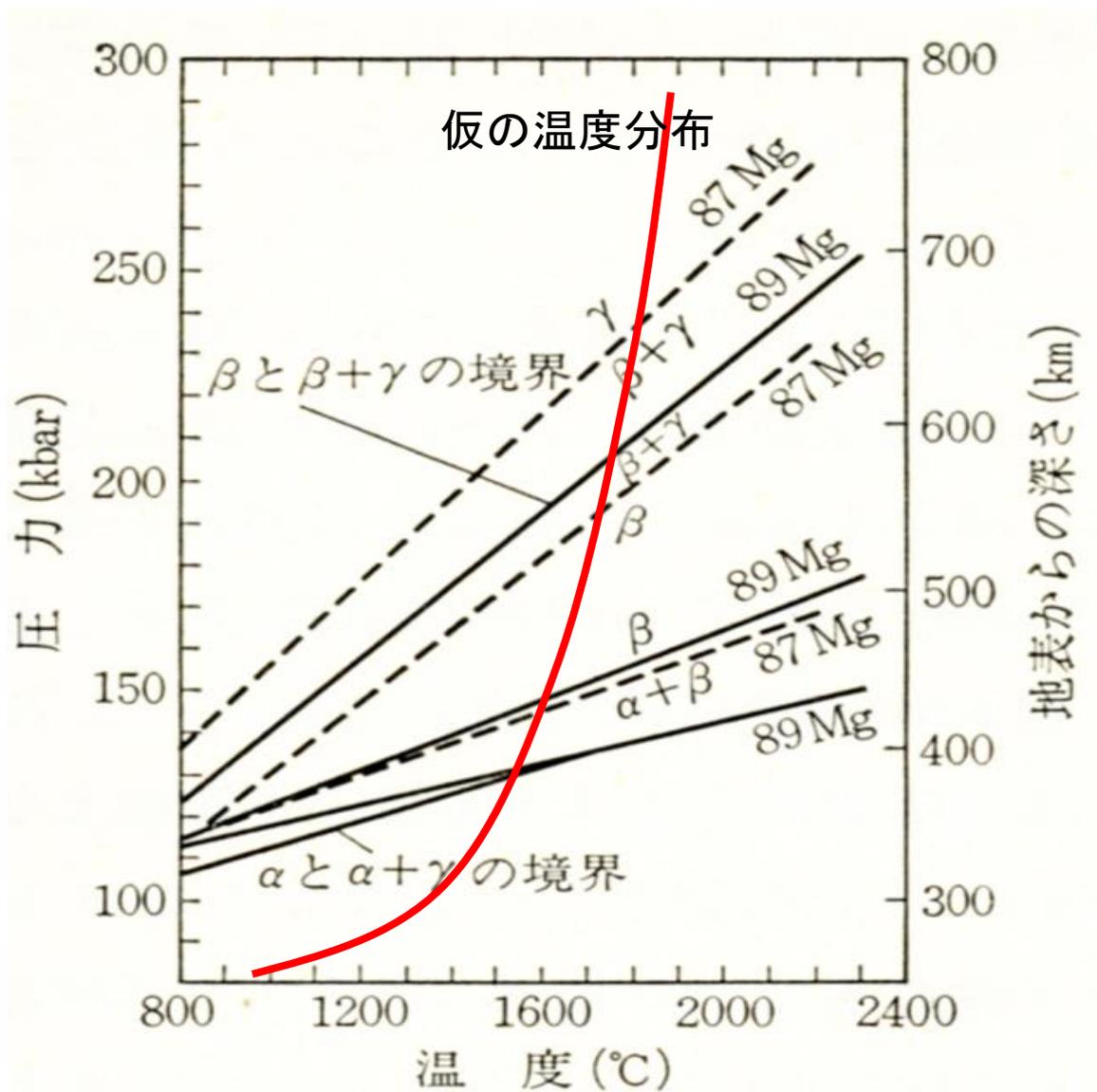


# 鉱物の相平衡図

- 固溶体をなす鉱物はかならず相転移にP, Tの幅がある。

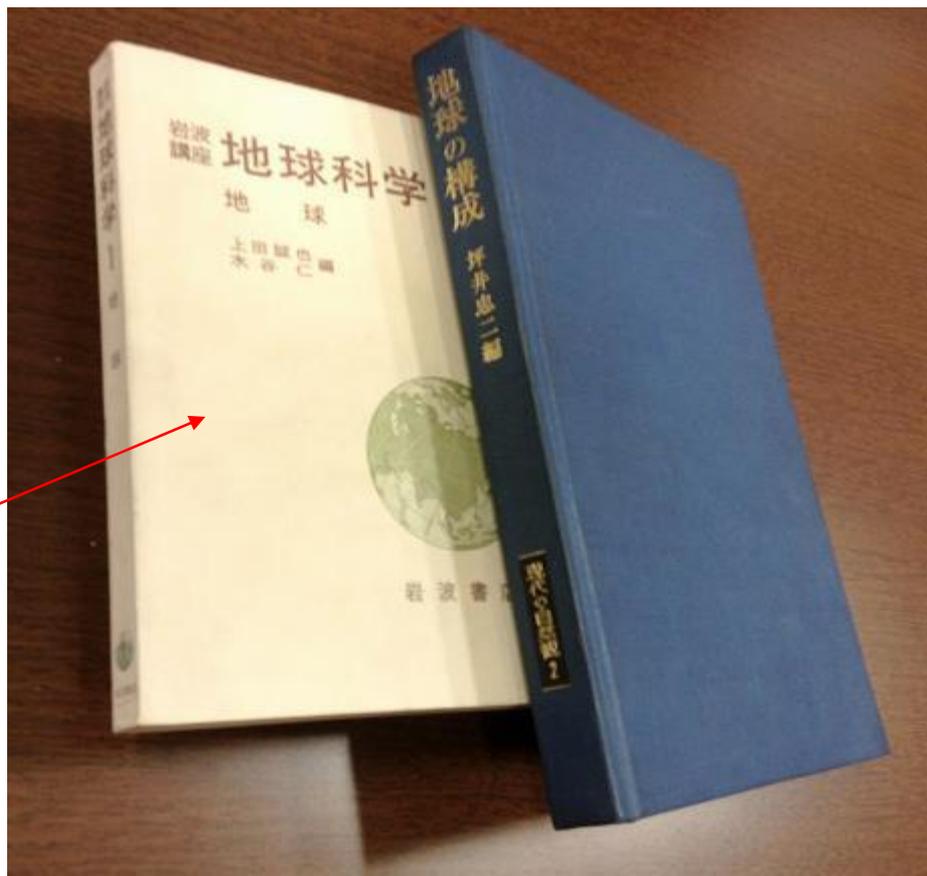


# 相平衡図をPTダイアグラム上に描く



# 1. 1960年代初頭の地球内部構造論

- 私が大学院に入ったのは1964年
- その頃地球科学の啓蒙書として坪井忠二編「現代の自然観、2. 地球の構成」があった。

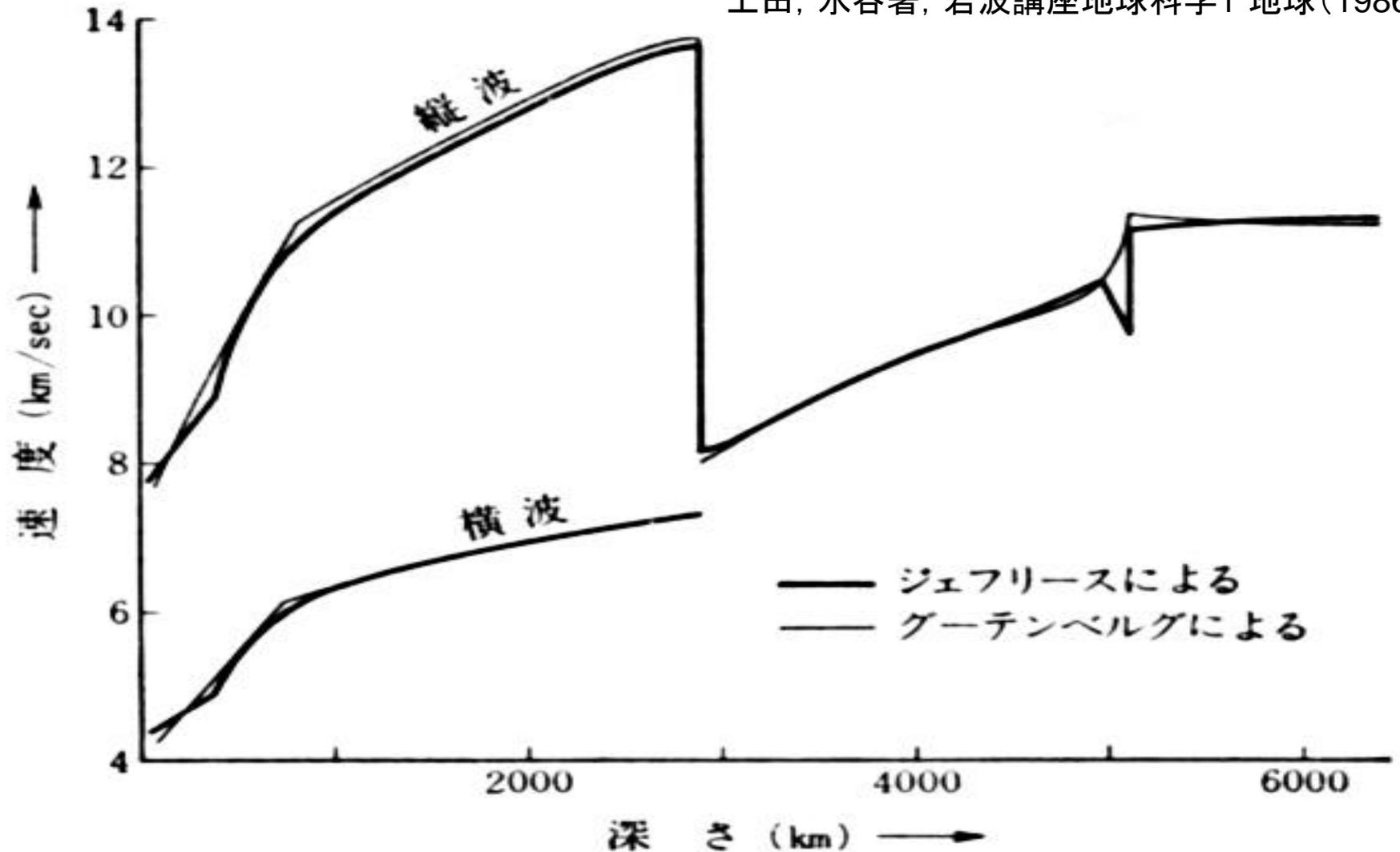


これは1978年に出版された

# ジェフリース・グーテンベルグモデル

- 地震波の走時曲線から求められたモデル

上田, 水谷著, 岩波講座地球科学1 地球(1986)



# 地震学の復習

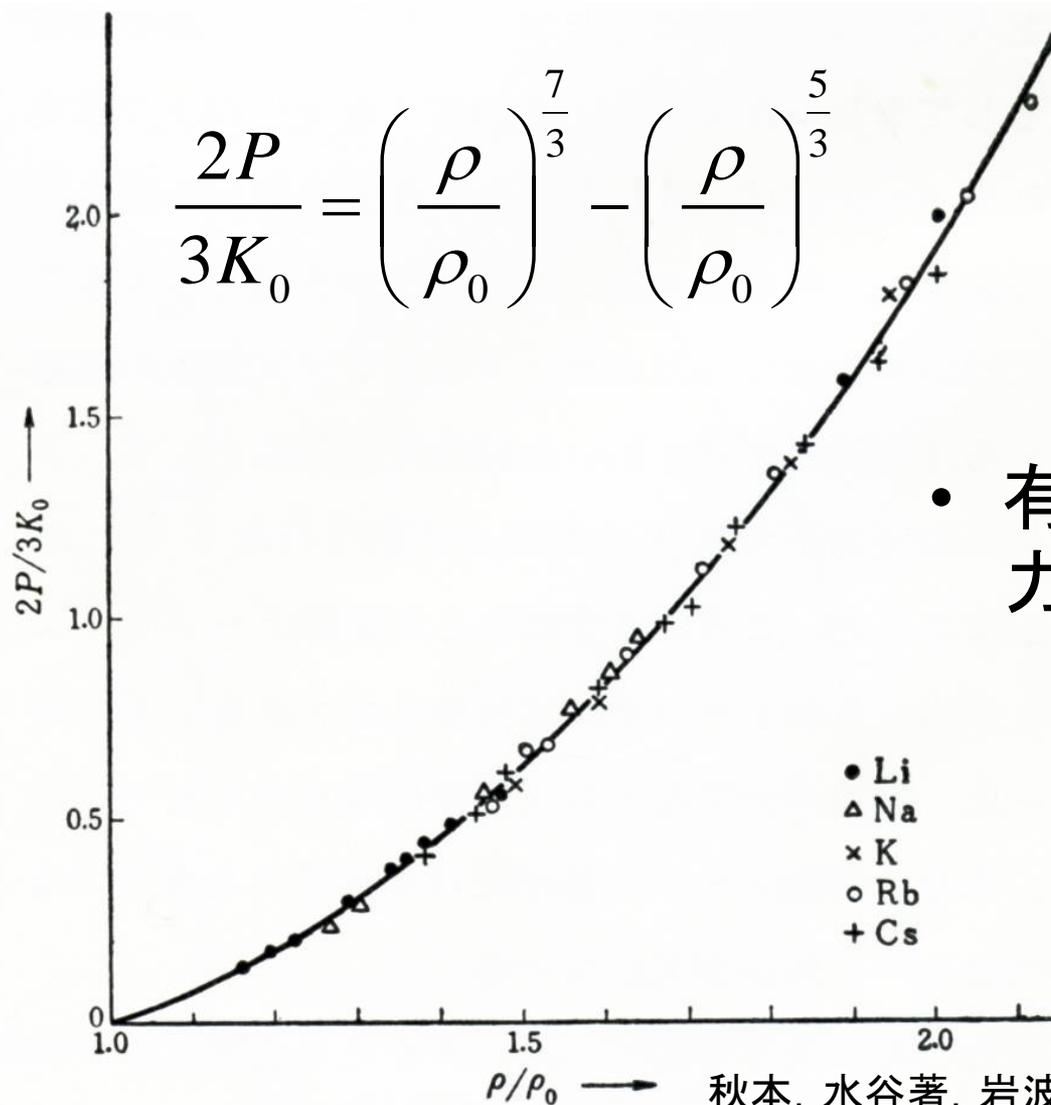
$$V_p = \sqrt{\frac{K_s + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

$$V_p^2 - \frac{4}{3}V_s^2 = K_s$$

$$K_s = \rho \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s$$

# Birch-Murnaghanの状態方程式

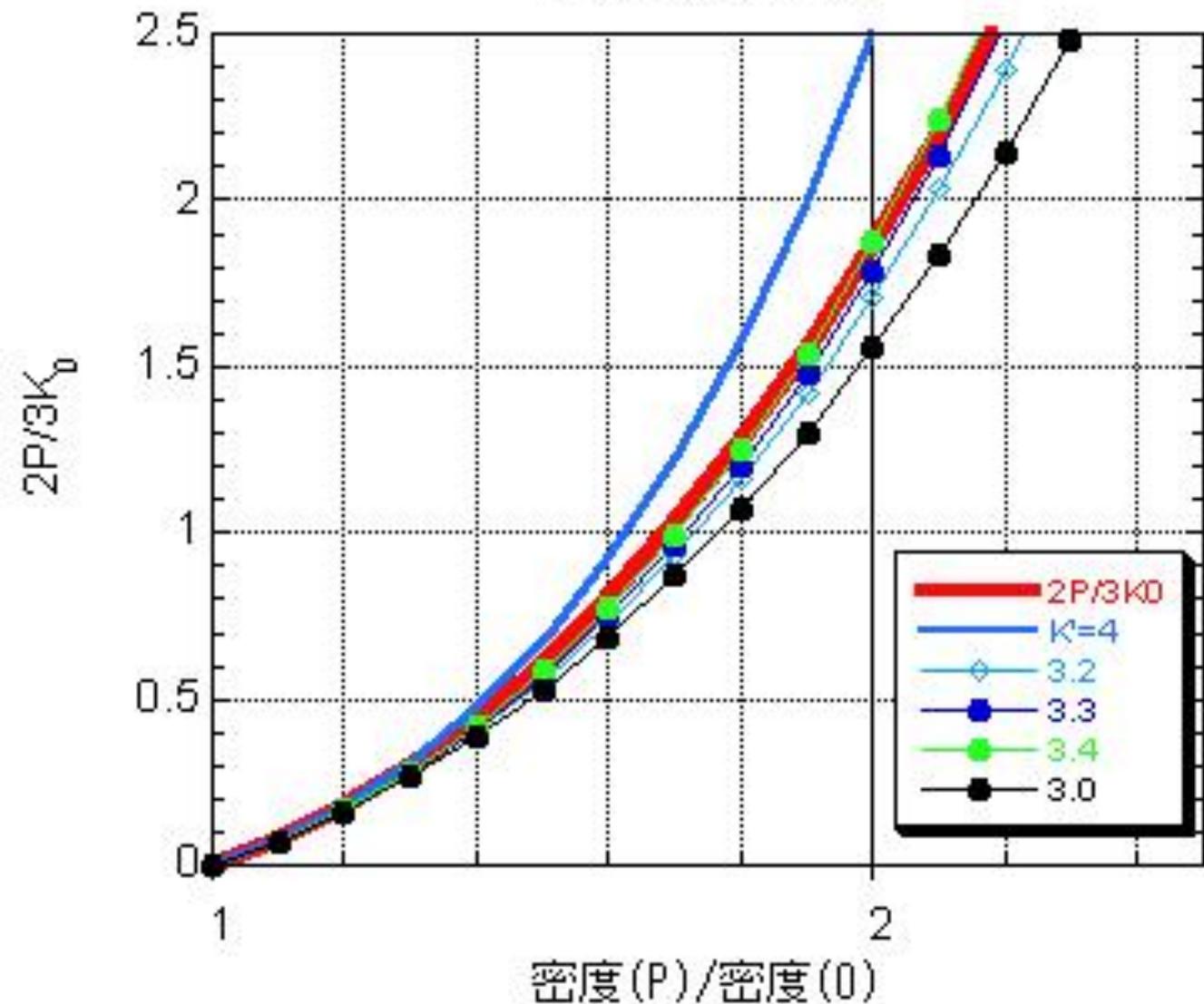


- 有限歪の理論はこんな力があるのか？

図I・9 アルカリ金属の圧縮実験.

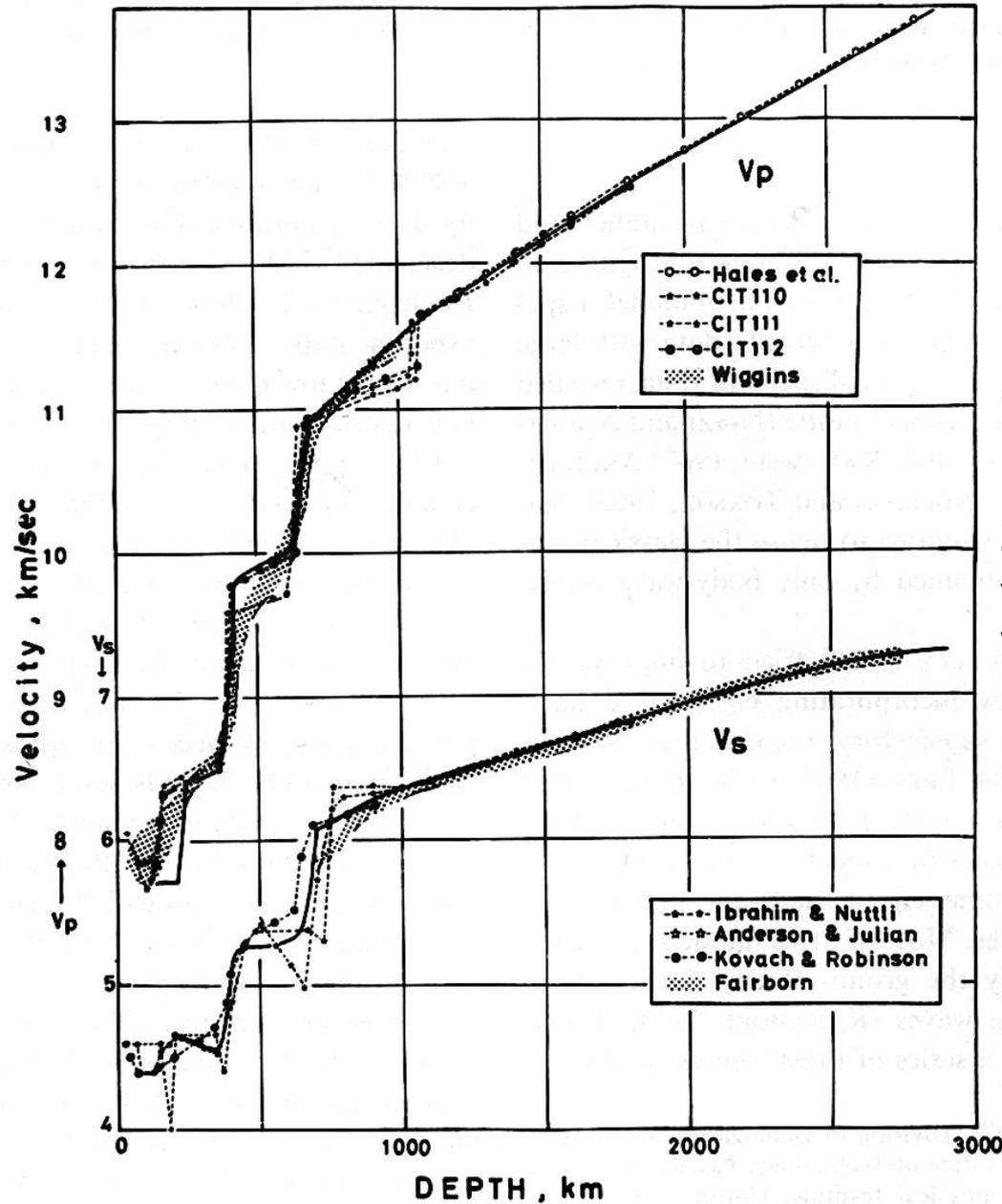
# 私の考えた状態方程式

## 密度と圧力



- $K'=3.4$ でもアルカリ金属のShock Waveの状態方程式を説明できる。

# 1965年頃の モデル



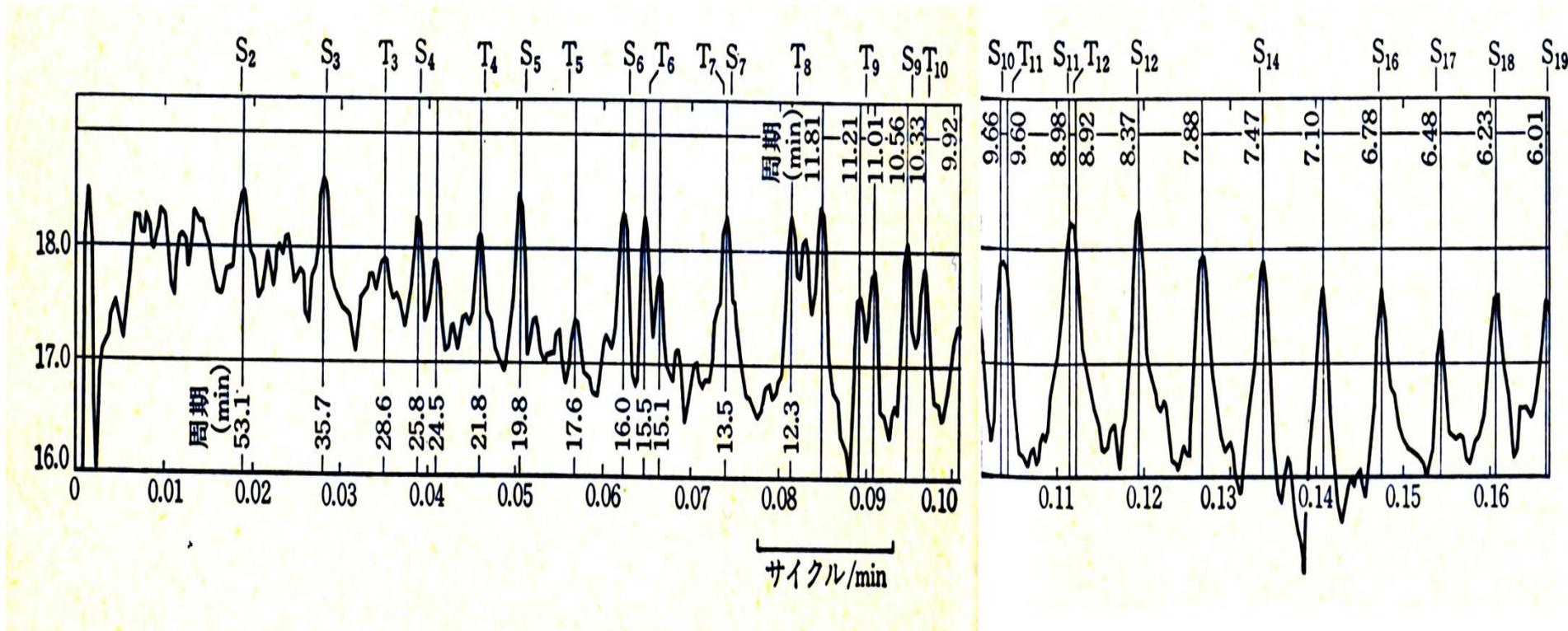
1. 低速度層がありそうだ。

2. C層と言われていた領域が、ふたつの不連続層から成ることが分かってきた。

Fig. 1. Starting seismic-wave velocity distribution (solid line) with various body-wave solutions.

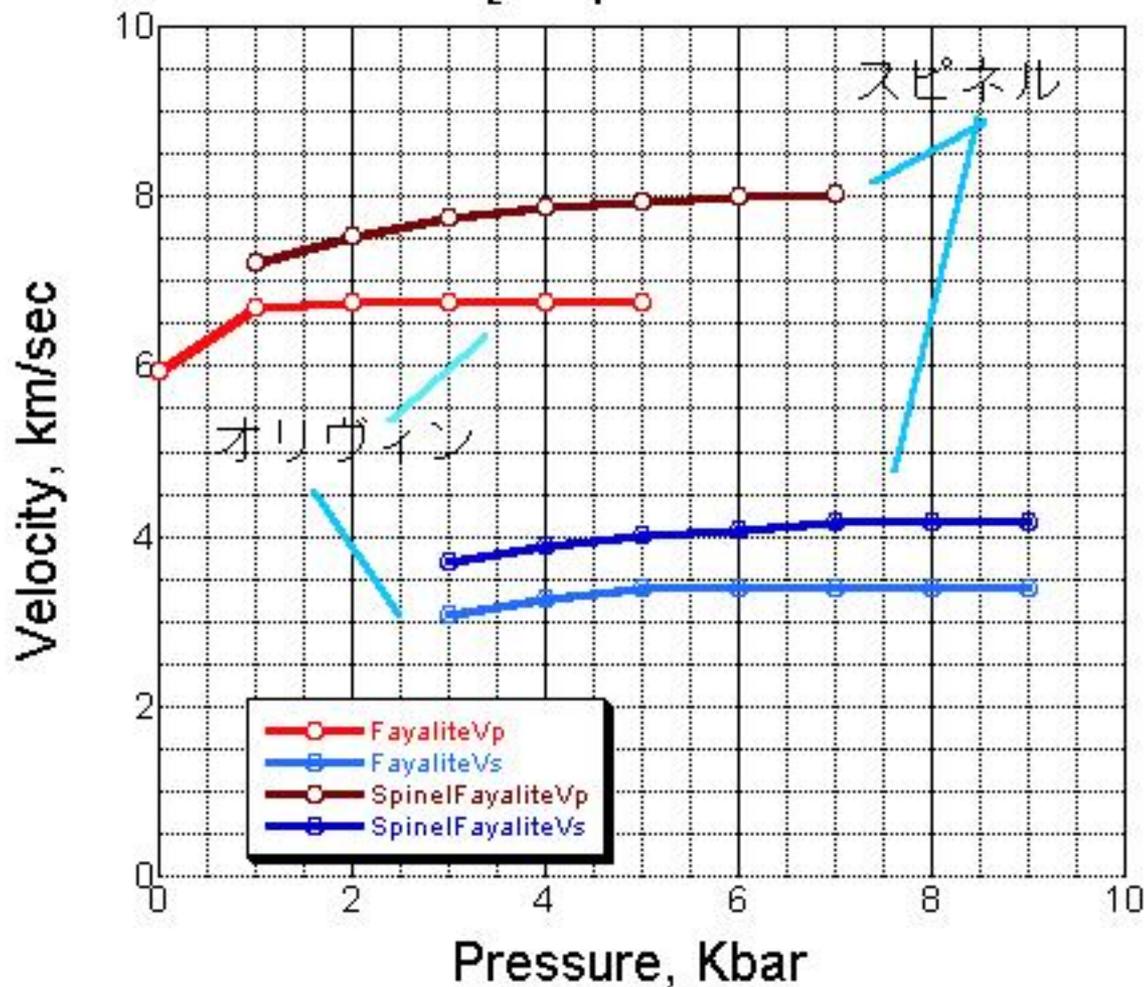
# 地球の自由振動が 観測されるようになった

- 自由振動のデータと状態方程式を使えば地球内部構造はさらに詳細に分かるはず！



# 高圧鉱物を合成して、 それを高圧下で測定する

$\text{Fe}_2\text{SiO}_4$  弾性波速度



・ こういうデータを取るのが  
私のD論の大半だった  
・ 物性研の秋本先生に深謝

# マントル鉱物のデータ

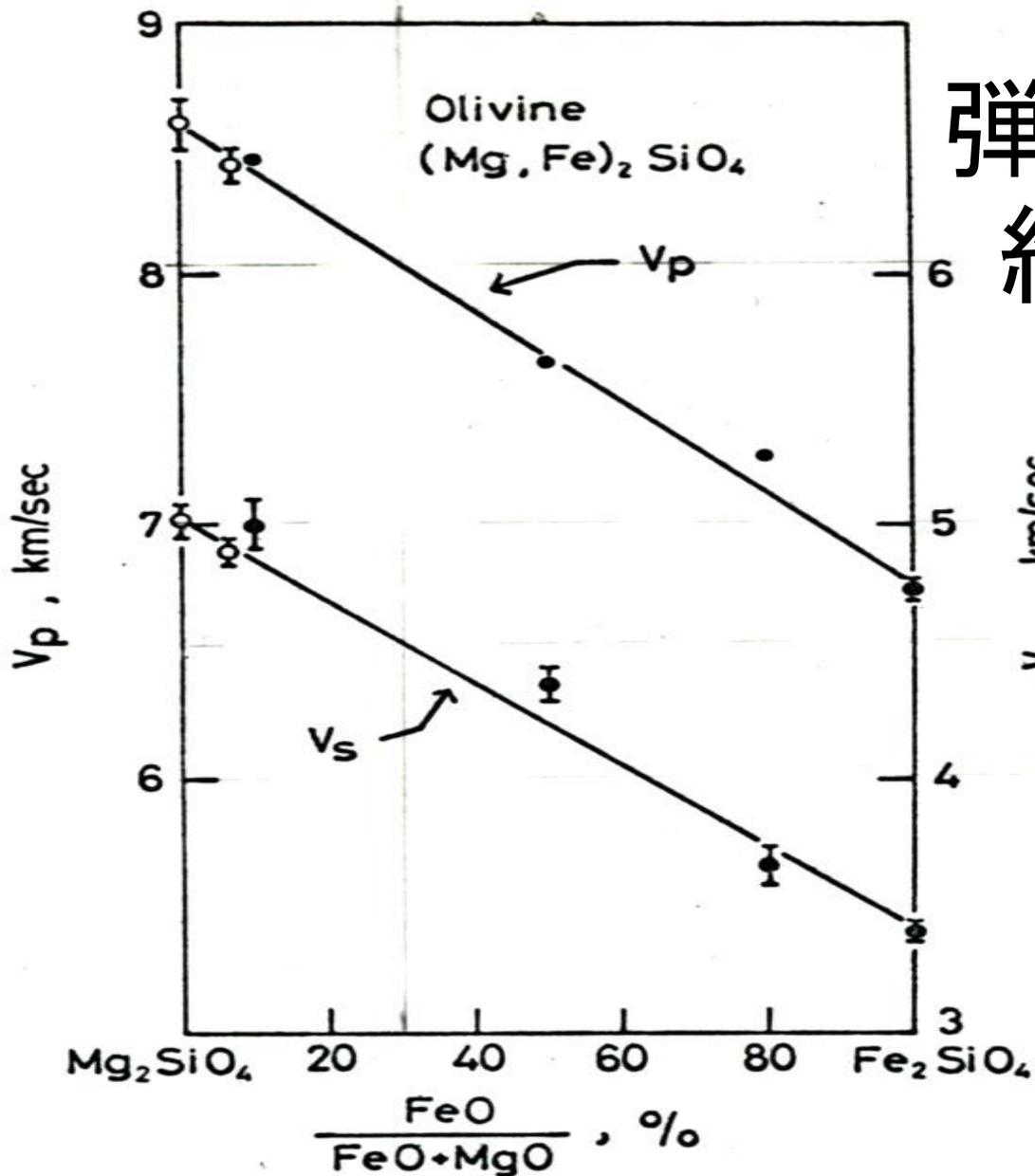
- 世界で初めてのスピネル構造の珪酸塩のデータ

Table 5. Elastic properties of four silicate minerals of spinel structure.

	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$\bar{M}$ (g/N)	$\bar{M}/\rho$ (cm <sup>3</sup> /N)	$V_p$ (km/S)	$V_s$ (km/S)	$K_s$ (Mb)	$K_T^*$ (Mb)	$\mu$ (Mb)	$\sigma$
Ni <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	5.35	29.9	5.59	8.47	4.80	2.20±0.08	2.14±	1.23±0.04	0.26
Co <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	5.17	30.0	5.80	7.72	3.80	2.09±0.10	- - - - -	0.75±0.03	0.34
Fe <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	4.85	29.1	6.01	8.05	4.10	2.05±0.08	2.12±0.10	0.81±0.03	0.32
Mg <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub>	3.55	20.1	5.66	(10.15)	(5.80)	(2.05±0.15)	- - - - -	(1.20±0.06)	(0.25)

\* Data by Mao et al. (1969, 1970)

# 弾性波速度の 組成依存性



# マントルの代表的鉱物の物性表

- オリビンの高圧相の物性が分かってきた

Elastic properties of mantle candidate minerals

	Mg <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub> <sup>a)</sup> (olivine)	Fe <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub> <sup>b)</sup> (olivine)	MgSiO <sub>3</sub> <sup>c)</sup> (orthopyroxene)	FeSiO <sub>3</sub> <sup>b)</sup> (orthopyroxene)	Mg <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub> <sup>d)</sup> (spinel)	Fe <sub>2</sub> SiO <sub>4</sub> <sup>b)</sup> (spinel)
$\rho_0(\text{g/cm}^3)$	3.21	4.39	3.20	3.98	3.55	4.85
$V_p(\text{km/s})$	8.57	6.75	8.36	6.80	10.0	8.05
$V_s(\text{km/s})$	5.01	3.40	4.99	3.73	5.85	4.21
$K_s(\text{Mb})$	1.28	1.32	1.17	1.10	1.93	2.00
$\mu(\text{Mb})$	0.808	0.509	0.797	0.554	1.21	0.859
$\alpha(10^{-5}/^\circ)$	2.45	2.45 <sup>e)</sup>	2.45 <sup>e)</sup>	2.45 <sup>e)</sup>	1.62 <sup>f)</sup>	1.62 <sup>e)</sup>
$K'$	5.37	5.37 <sup>e)</sup>	5.37 <sup>e)</sup>	5.37 <sup>e)</sup>	4.18 <sup>f)</sup>	4.18 <sup>e)</sup>
$\mu'$	1.80	1.80 <sup>e)</sup>	1.80 <sup>e)</sup>	1.80 <sup>e)</sup>	0.75 <sup>f)</sup>	0.75 <sup>e)</sup>
$\delta_s$	4.73	4.73 <sup>e)</sup>	4.73 <sup>e)</sup>	4.73 <sup>e)</sup>	4.00 <sup>f)</sup>	4.00 <sup>e)</sup>
$\delta_T$	6.52	6.52 <sup>e)</sup>	6.52 <sup>e)</sup>	6.52 <sup>e)</sup>	5.13 <sup>f)</sup>	5.13 <sup>e)</sup>
$\delta_u$	6.54	6.54 <sup>e)</sup>	6.54 <sup>e)</sup>	6.54 <sup>e)</sup>	5.89 <sup>f)</sup>	5.89 <sup>e)</sup>

<sup>a)</sup> Data by KUMAZAWA and ANDERSON (1969). <sup>b)</sup> Data by MIZUTANI *et al.* (1970) and MIZUTANI (1971). <sup>c)</sup> Data by KUMAZAWA (1969). <sup>d)</sup> Estimated values (MIZUTANI, 1971). <sup>e)</sup> Assumed equal to the values for Mg<sub>2</sub>SiO<sub>4</sub> (olivine). <sup>f)</sup> Data for MgAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> by SHREIBER (1967) and O. L. ANDERSON *et al.* (1970). <sup>g)</sup> Assumed equal to the values for Mg<sub>2</sub>SiO<sub>4</sub> (spinel).

Mizutani and abe, (1972)

# 鉱物の状態方程式を規定する無次元数

$$K'_s \equiv (\partial K_s(P, T)/\partial P)_T, \quad (3)$$

$$K'_T \equiv (\partial K_T(P, T)/\partial P)_T, \quad (4)$$

$$\mu' \equiv (\partial \mu(P, T)/\partial P)_T, \quad (5)$$

$$\delta_s \equiv -(1/\alpha(P, T)) (\partial \ln K_s(P, T)/\partial T)_P, \quad (6)$$

$$\delta_T \equiv -(1/\alpha(P, T)) (\partial \ln K_T(P, T)/\partial T)_P, \quad (7)$$

$$\delta_\mu \equiv -(1/\alpha(P, T)) (\partial \ln \mu(P, T)/\partial T)_P. \quad (8)$$

仮定:  $K'_s, K'_T, \mu'$  は圧力に依存しない定数  
 $\delta_s, \delta_T, \delta_\mu$  は温度、圧力に依存しない定数

# 地球構成物質の状態方程式(1)

圧力や温度によらない無次元数を使うと、色々な便利な式が得られる。

熱力学の公式から

$$\left(\frac{\partial \alpha}{\partial P}\right)_T = \frac{\partial}{\partial P} \left\{ \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \right\} = \frac{1}{K_T} \left(\frac{\partial \ln K_T}{\partial T}\right)_P$$

したがって、

$$\frac{1}{\alpha} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial P}\right)_T = \frac{1}{\alpha K_T} \left(\frac{\partial \ln K_T}{\partial T}\right)_P = -\frac{\delta_T}{K_T}$$

ゆえに

$$\alpha(P, T_o) = \alpha(0, T_o) \left\{ 1 + \frac{K'_T \cdot P}{K_T(0, T_o)} \right\}^{-\frac{\delta_T}{K_T}}$$

# 構成物質の状態方程式(2)

$$\alpha(P, T) = \alpha(P, T_0)\{1 + \alpha(P, T_0)(\delta_T - 1)(T - T_0)\}, \quad (9)$$

$$\alpha(P, T_0) = \alpha(0, T_0)\{1 + K'_T P / K_T(0, T_0)\}^{-\delta_T / K_T'}, \quad (10)$$

$$K_s(P, T) = \{K_s(0, T_0) + K'_s P\} \times \exp\left\{-\delta_s \int_{T_0}^T \alpha(P, T) dT\right\}, \quad (11)$$

$$\mu(P, T) = \{\mu(0, T_0) + \mu' P\} \exp\left\{-\delta_\mu \int_{T_0}^T \alpha(P, T) dT\right\}, \quad (12)$$

$$\rho(P, T) = \rho(0, T_0) \left\{ \frac{K_T(P, T_0)}{K_T(0, T_0)} \right\}^{1/K_T'} \times \exp\left\{-\int_{T_0}^T \alpha(P, T) dT\right\}. \quad (13)$$

# 付録：上記の式の導き方

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial P}\right)_T &= \frac{\partial}{\partial P} \left\{ \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \right\}_T \\ &= -\frac{1}{V^2} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P + \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial P} \left\{ \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \right\}_T \\ &= \frac{\alpha}{K_T} + \left\{ -\frac{\alpha}{K_T} + \frac{1}{K_T^2} \left(\frac{\partial K_T}{\partial T}\right)_P \right\} \\ &= \frac{1}{K_T^2} \left(\frac{\partial K_T}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{K_T} \left(\frac{\partial \ln K_T}{\partial T}\right)_P\end{aligned}$$

# 鉍物の状態方程式 式を参照すると

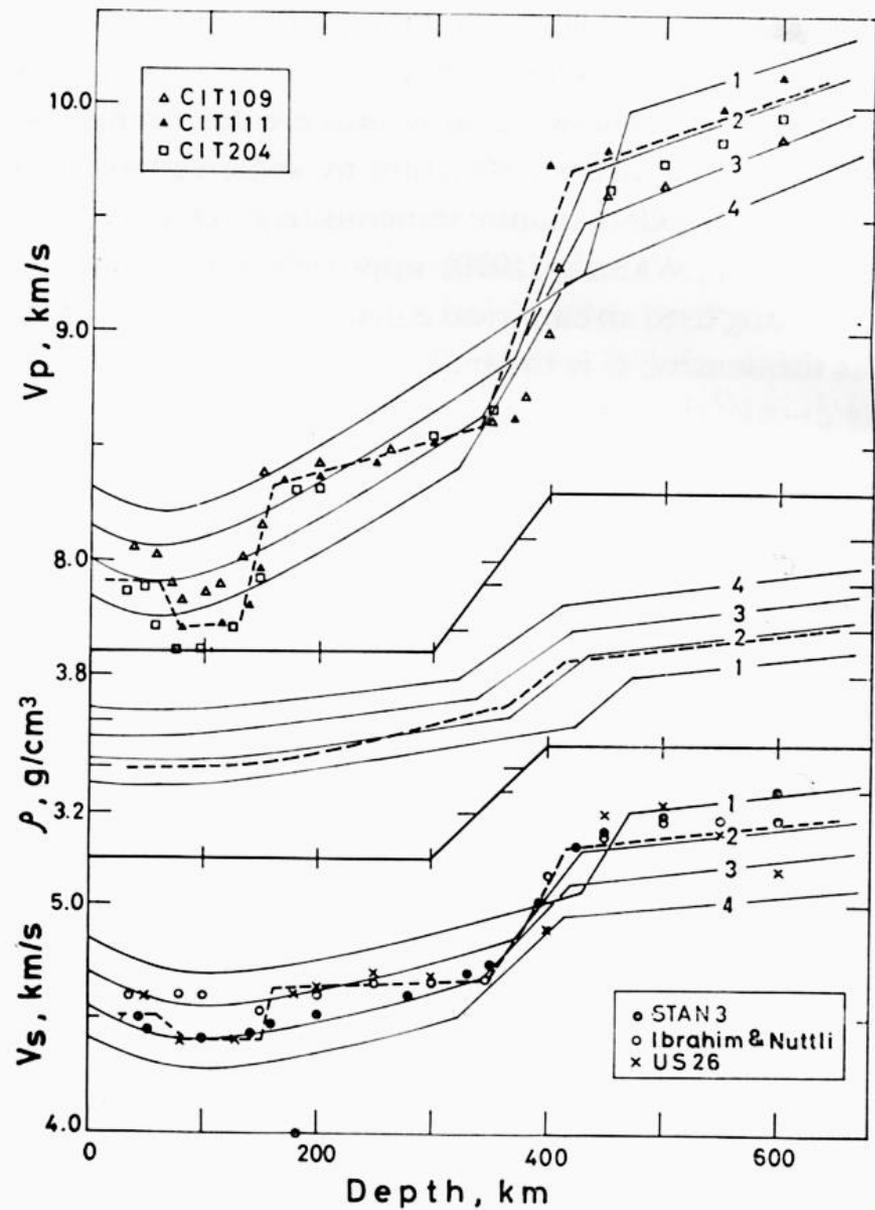


Fig. 2. Compressional velocity, shear velocity and density profiles for a mantle composition  $0.7(\text{Mg}_{1-\xi}\text{Fe}_\xi)_2\text{SiO}_4 + 0.3(\text{Mg}_{1-\xi}\text{Fe}_\xi)\text{SiO}_3$ . Dotted lines are the starting model. The numbers attached to the curves show  $10\xi$ .

Mizutani and abe, (1972)

# 惑星内部構造の求め方

- 惑星を $n$ 層に分ける。各層の密度、体積弾性率、剛性率を求めたいとする。未知数の数 $3n$ 個。
- 拘束条件
  1. 半径  $R$
  2. 総質量  $M$
  3. 慣性能率  $I$

## 地球の場合

4. 地震波走時表  $T \sim \Delta$  (角距離)
5. 表面波速度
6. 自由振動周期
7. 構成物質の状態方程式

# モデル作成に用いられた観測データ

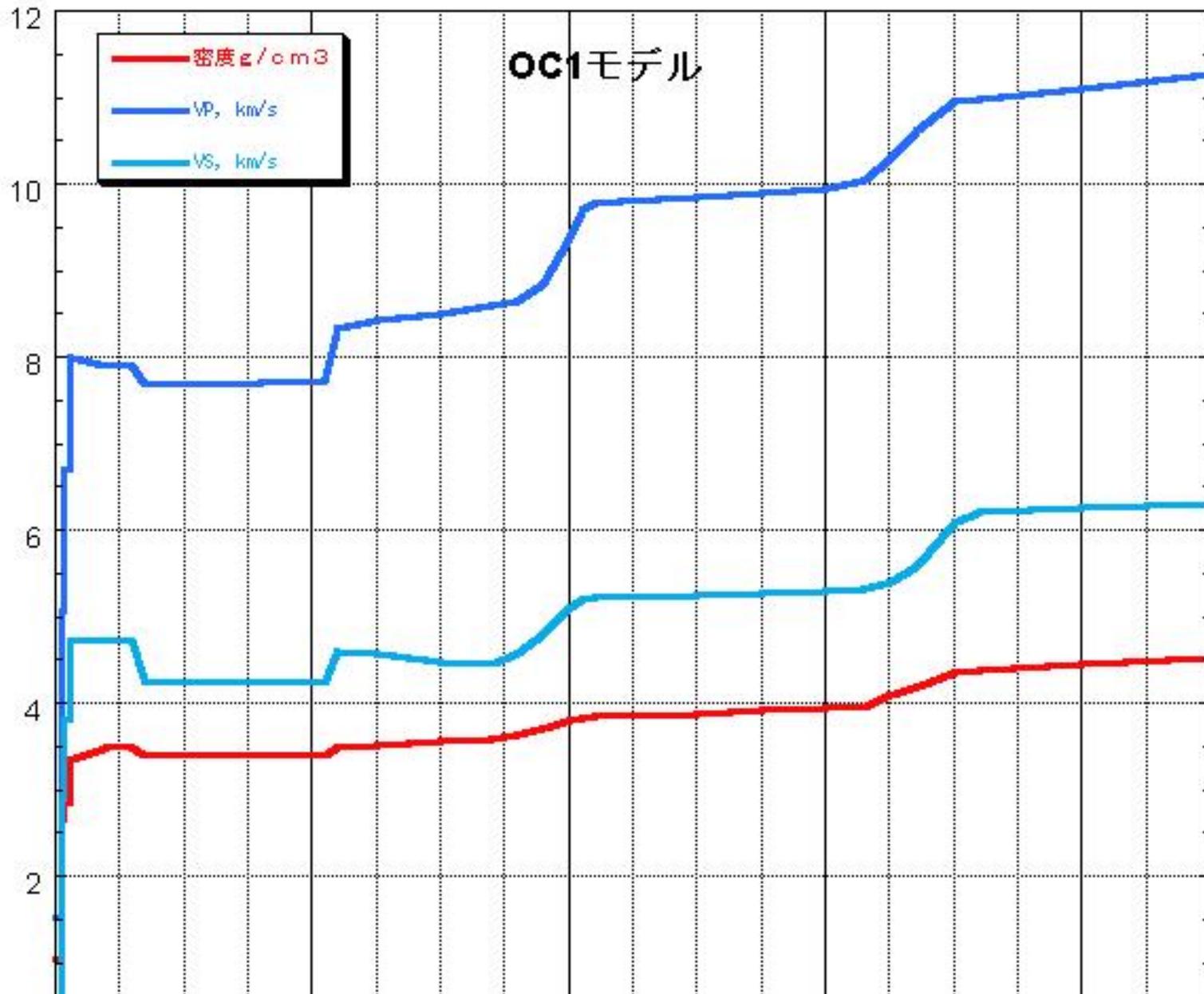
TABLE 3  
Source of the data used in inversion

Data	References	Remarks
Eigenperiods and phase velocities		
${}_0S_2 - {}_0S_{24}^a$	DERR (1969)	Worldwide average of eigenperiods
${}_0S_{25} - {}_0S_{100}$	KANAMORI (1970)	Pure-oceanic phase velocities
${}_0T_2 - {}_0T_{24}^a$	DERR (1969)	Worldwide average of eigenperiods
${}_0T_{25} - {}_0T_{100}$	KANAMORI (1970)	Pure-oceanic phase velocities
Group velocities of Rayleigh and Love waves		
$150 \leq T \leq 325$ s	KANAMORI (1970)	Mostly oceanic group velocities
$95 \leq T \leq 150$ s	ABE (1972)	Mostly oceanic group velocities

${}_0T_{14-17}$  are taken from PRESS's (1966) mean ( ${}_0S_2 = 3229.0$  s,  ${}_0T_{14} = 476.52$  s,  ${}_0T_{15} = 451.62$  s,  ${}_0T_{16} = 429.66$  s,  ${}_0T_{17}$  s).

Mizutani and abe, (1972)

# OC1上部マントルの構造



# ラブ波位相速度との適合性

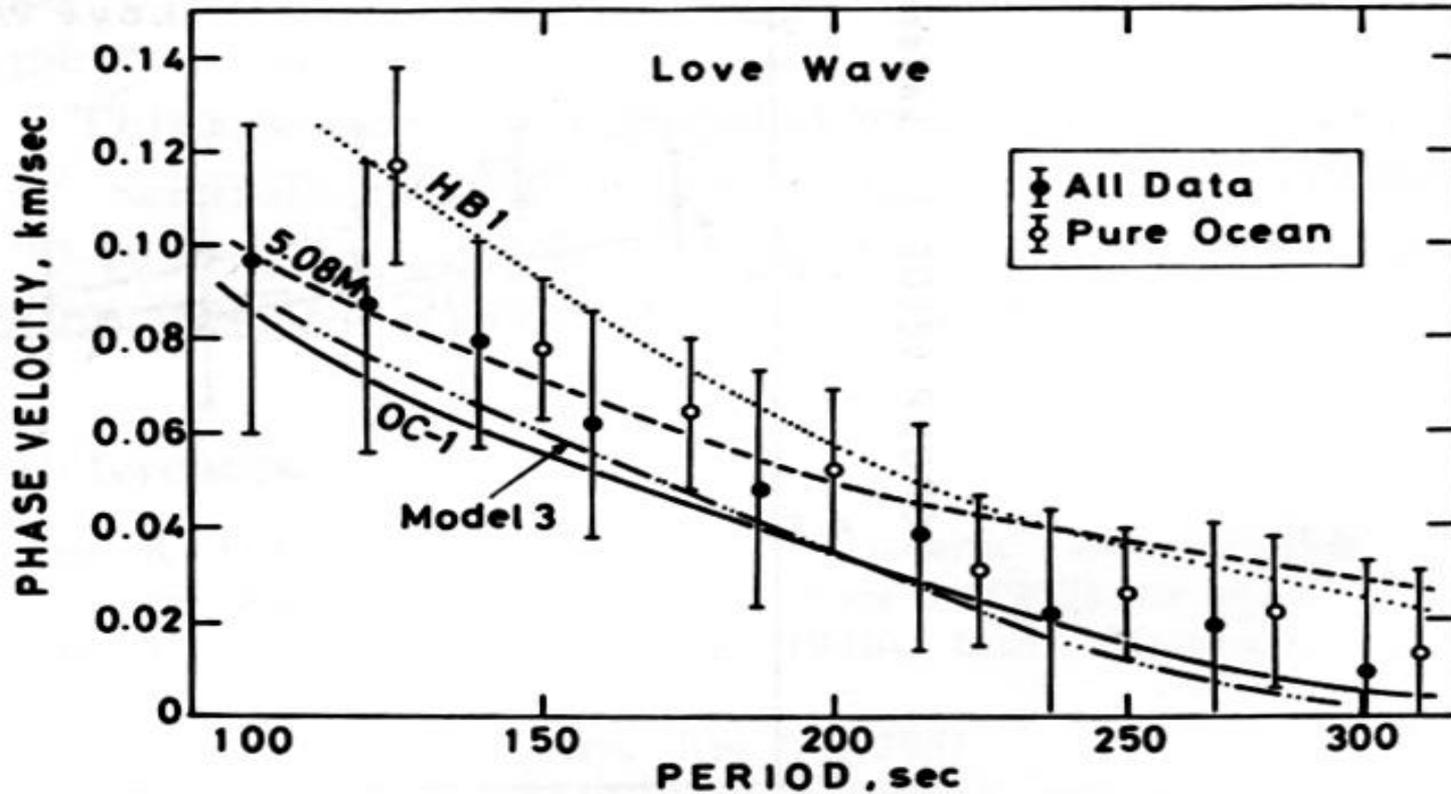
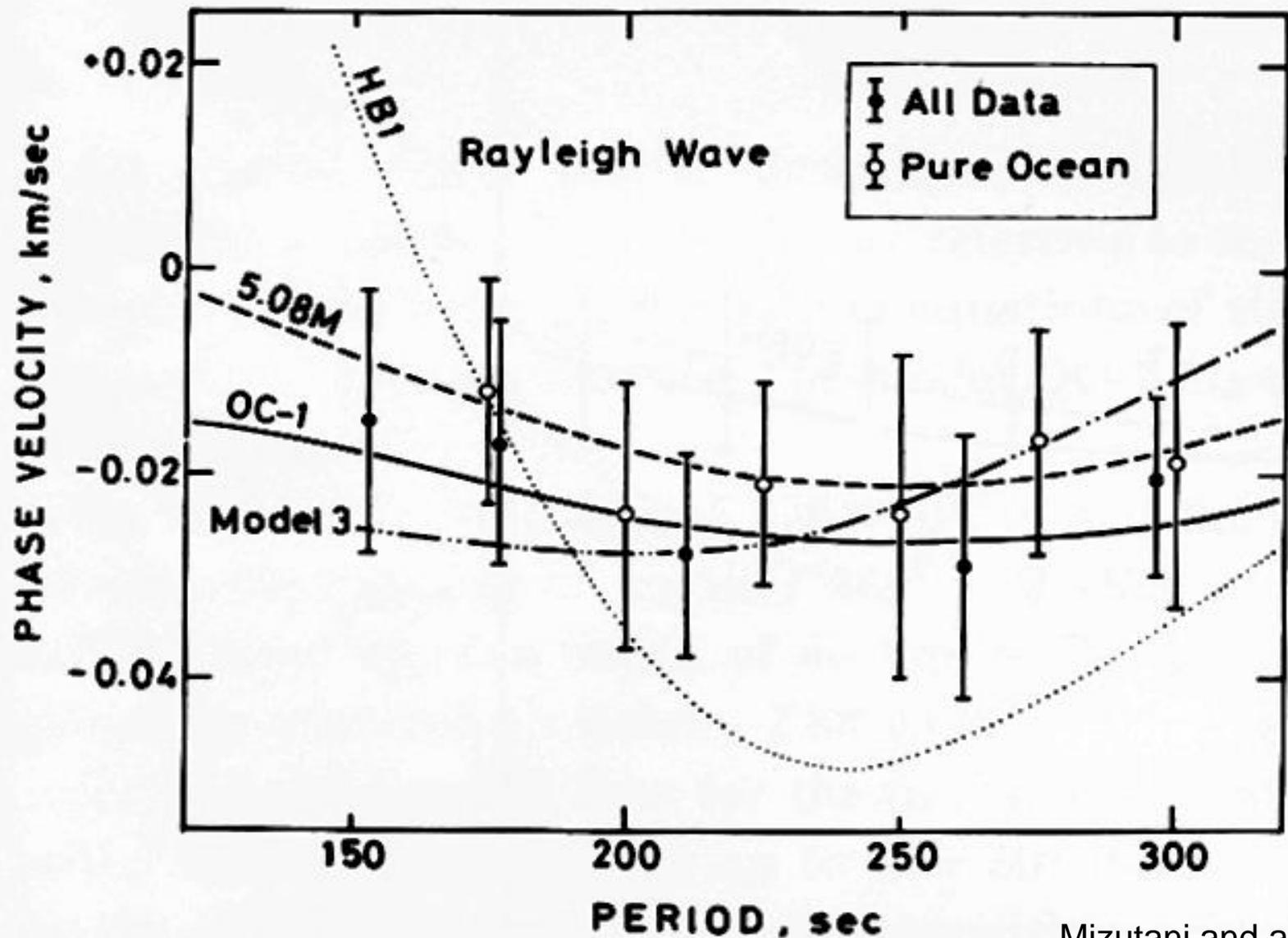


Fig. 7. Love wave phase velocities for a few theoretical models compared with observed values. The difference of the phase velocity from the values for the Gutenberg–Bullen A model is shown.

# レイリー波位相速度との適合性



# レイリー波群速度との適合性

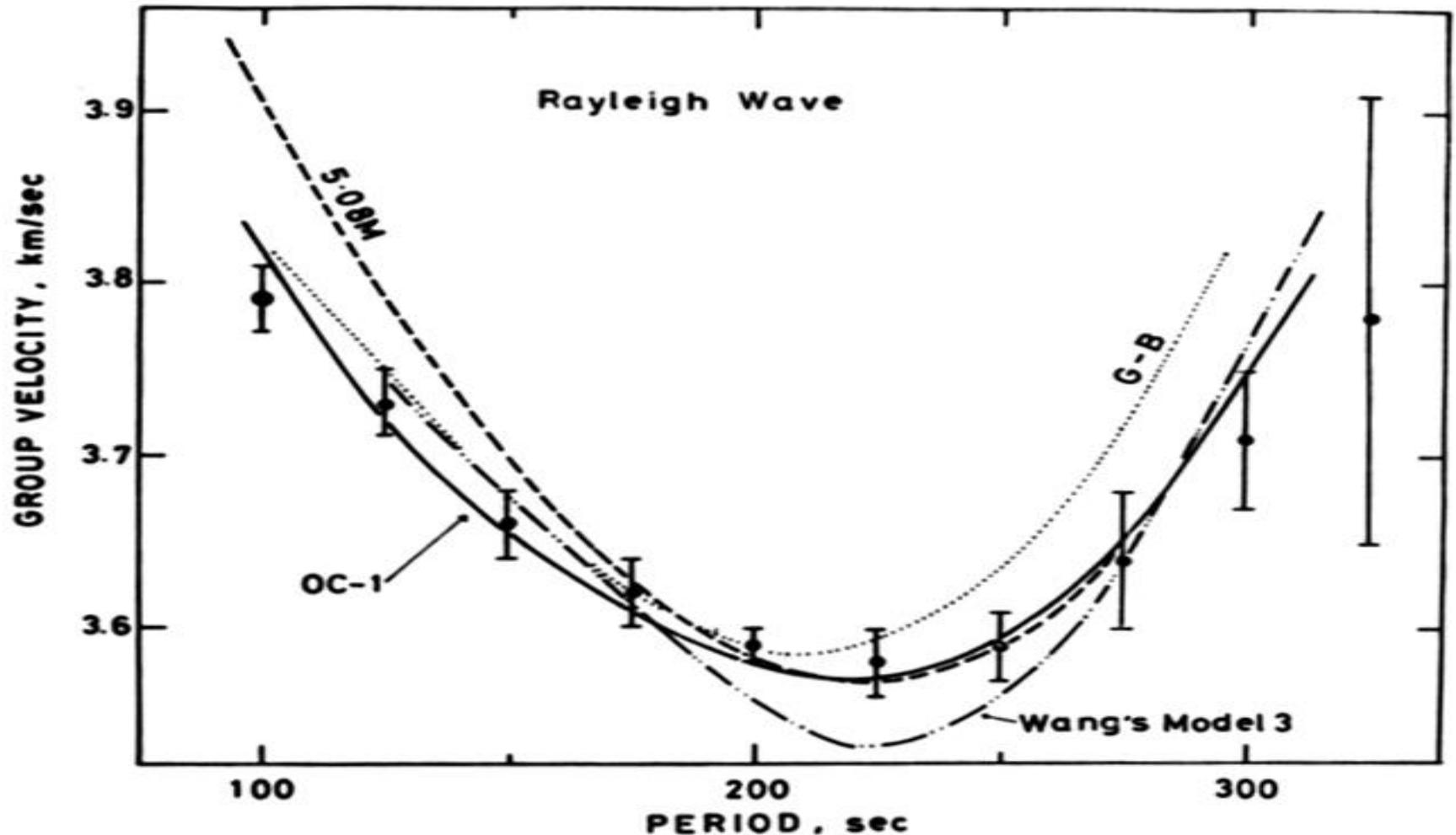
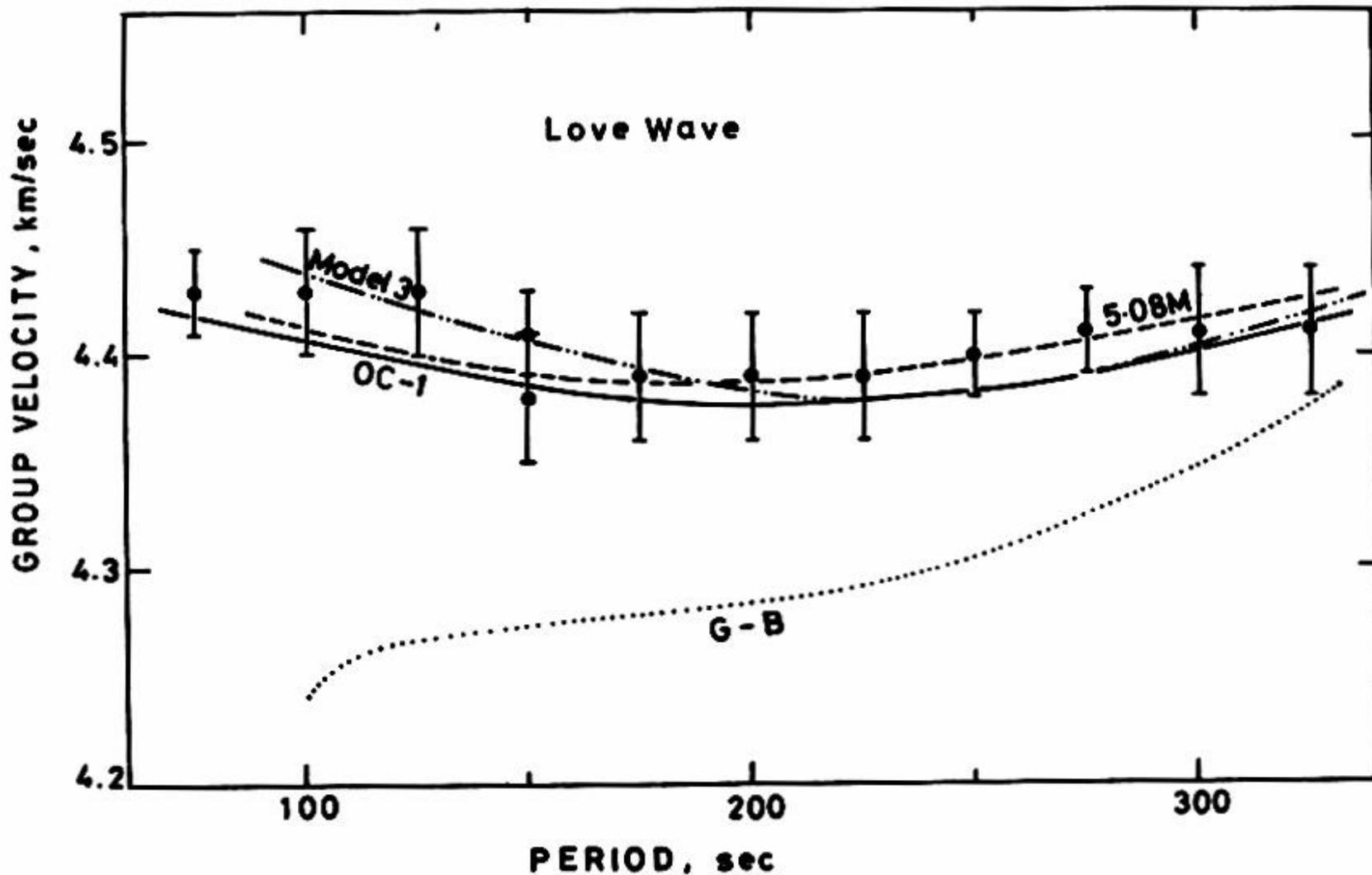


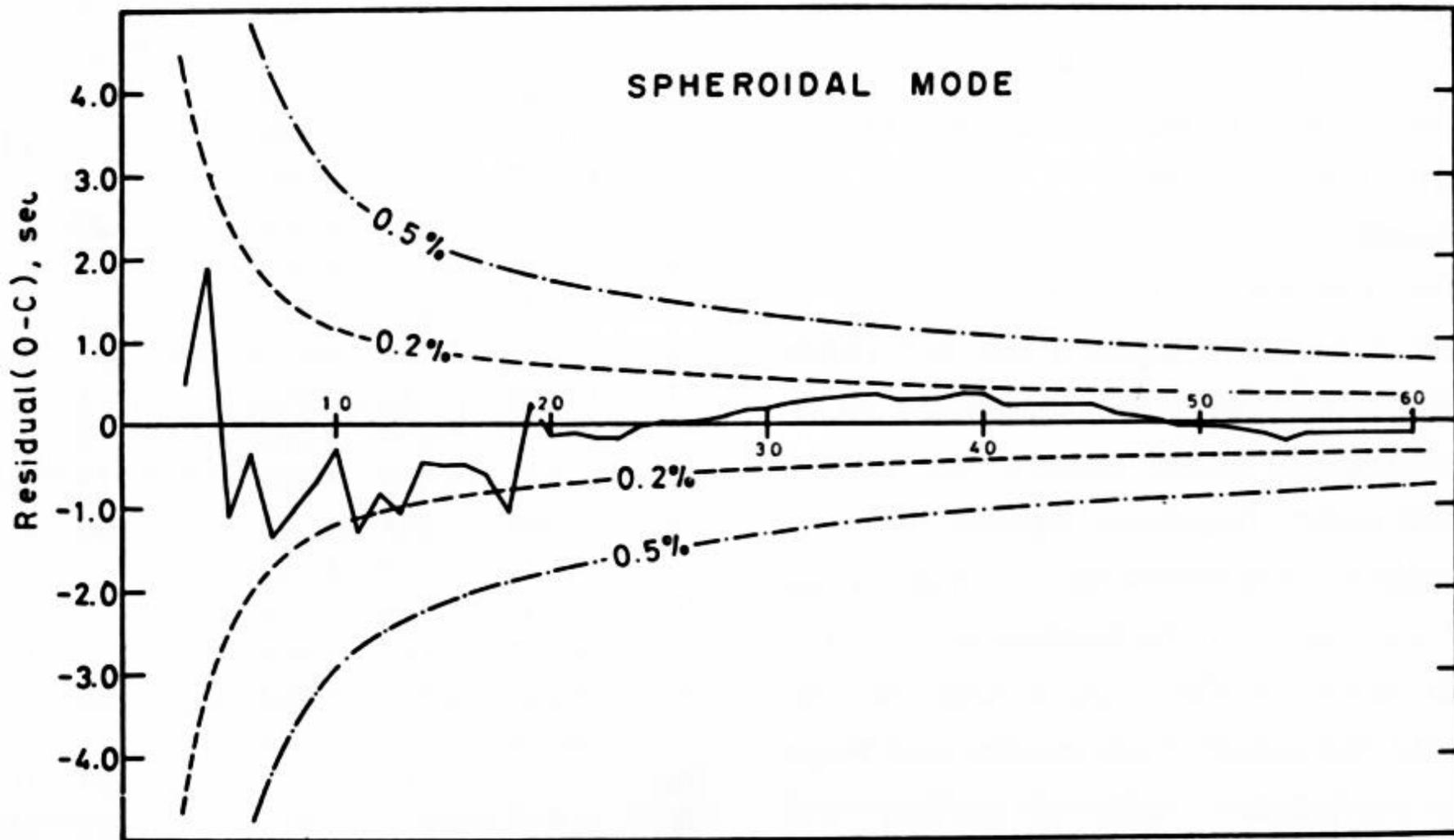
Fig. 8. Rayleigh wave group velocities of the OC-1 model, compared with observed values and a few other theoretical models. Solid circles are the data by KANAMORI (1970) and double circles are the data by ABE (1972). Mizutani and Abe, (1972)

# ラブ波群速度との適合性



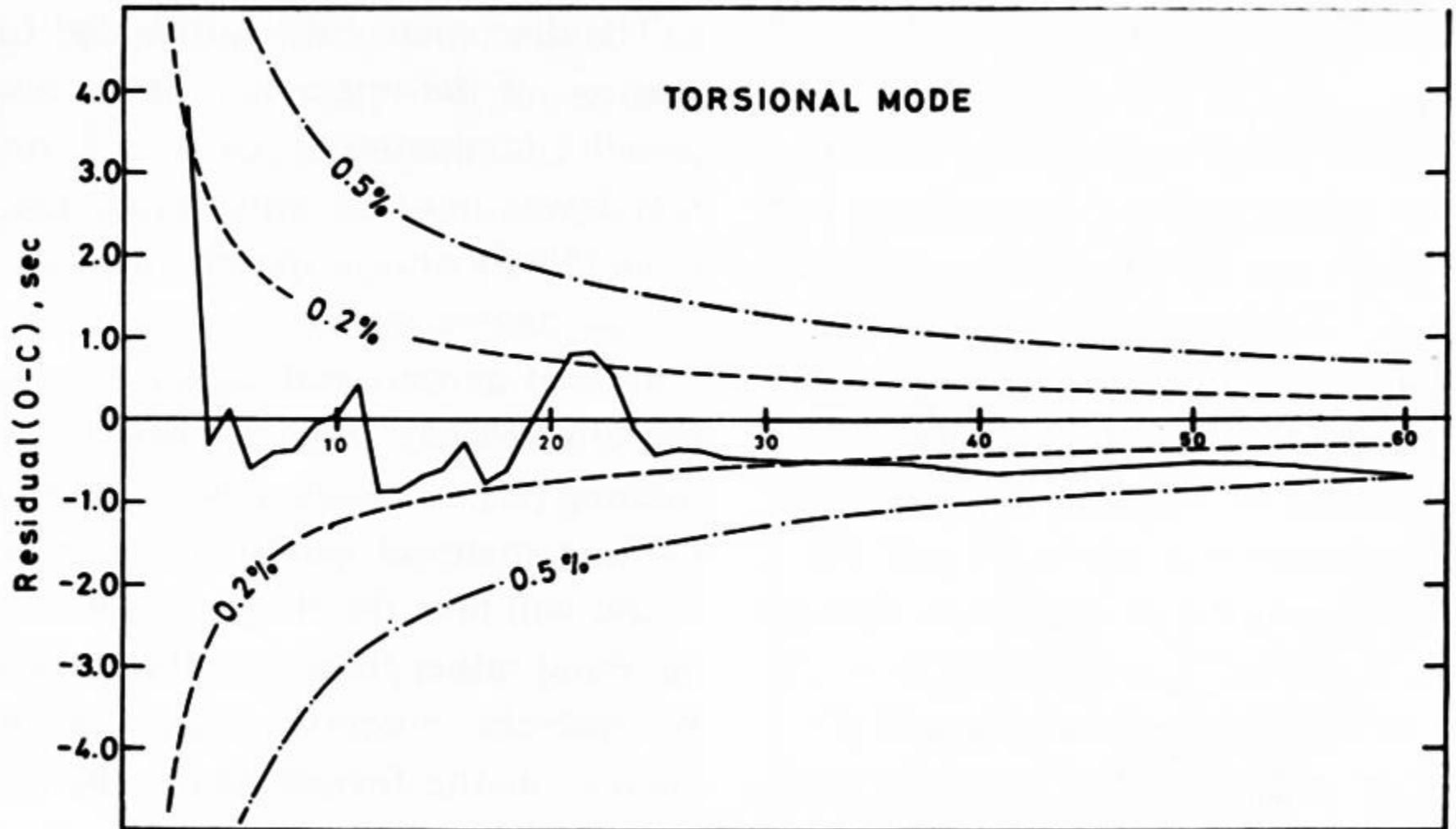
# 自由振動周期との適合性

## 伸び縮み振動



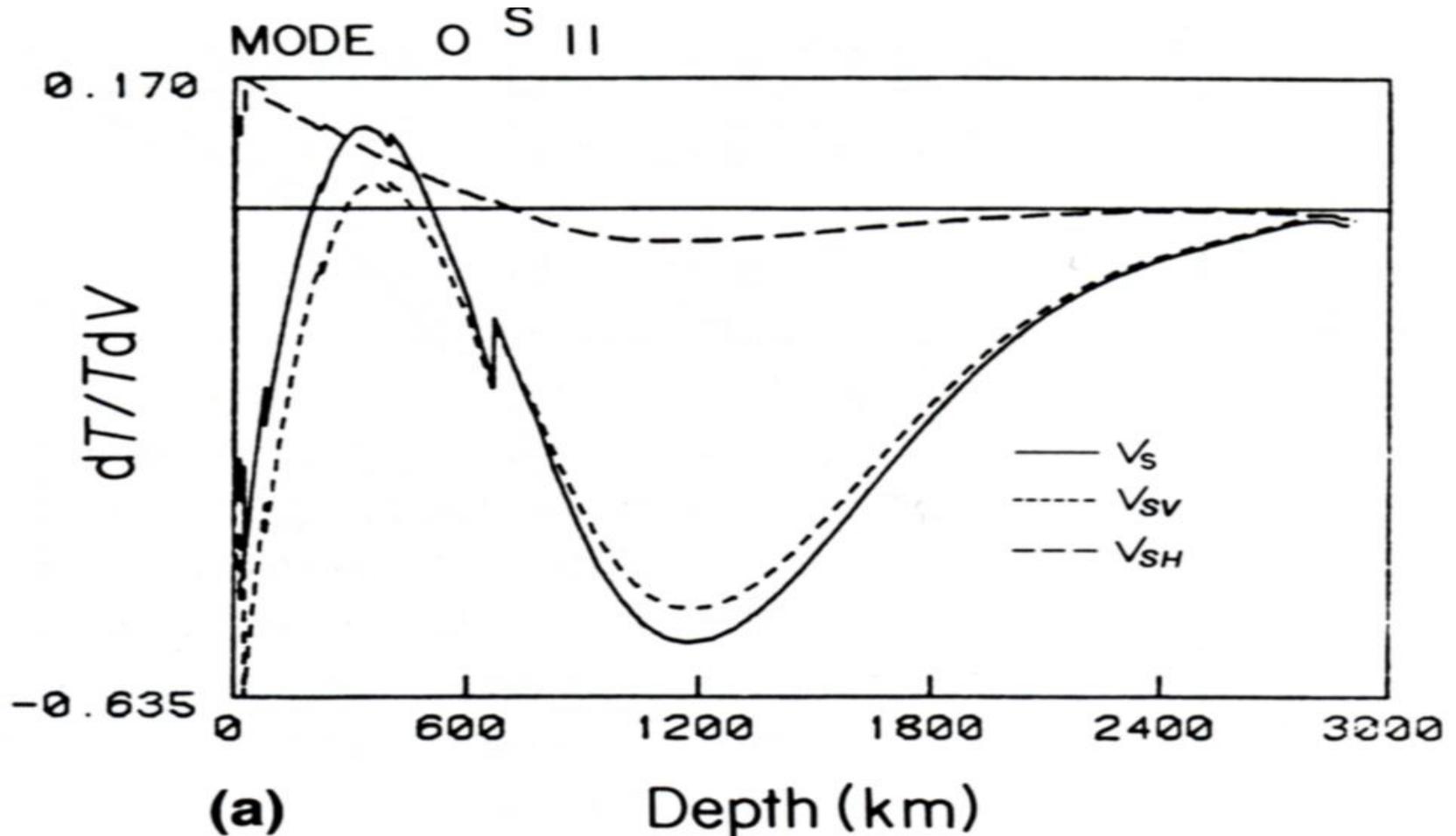
# 自由振動周期との適合性

## 捩れ振動



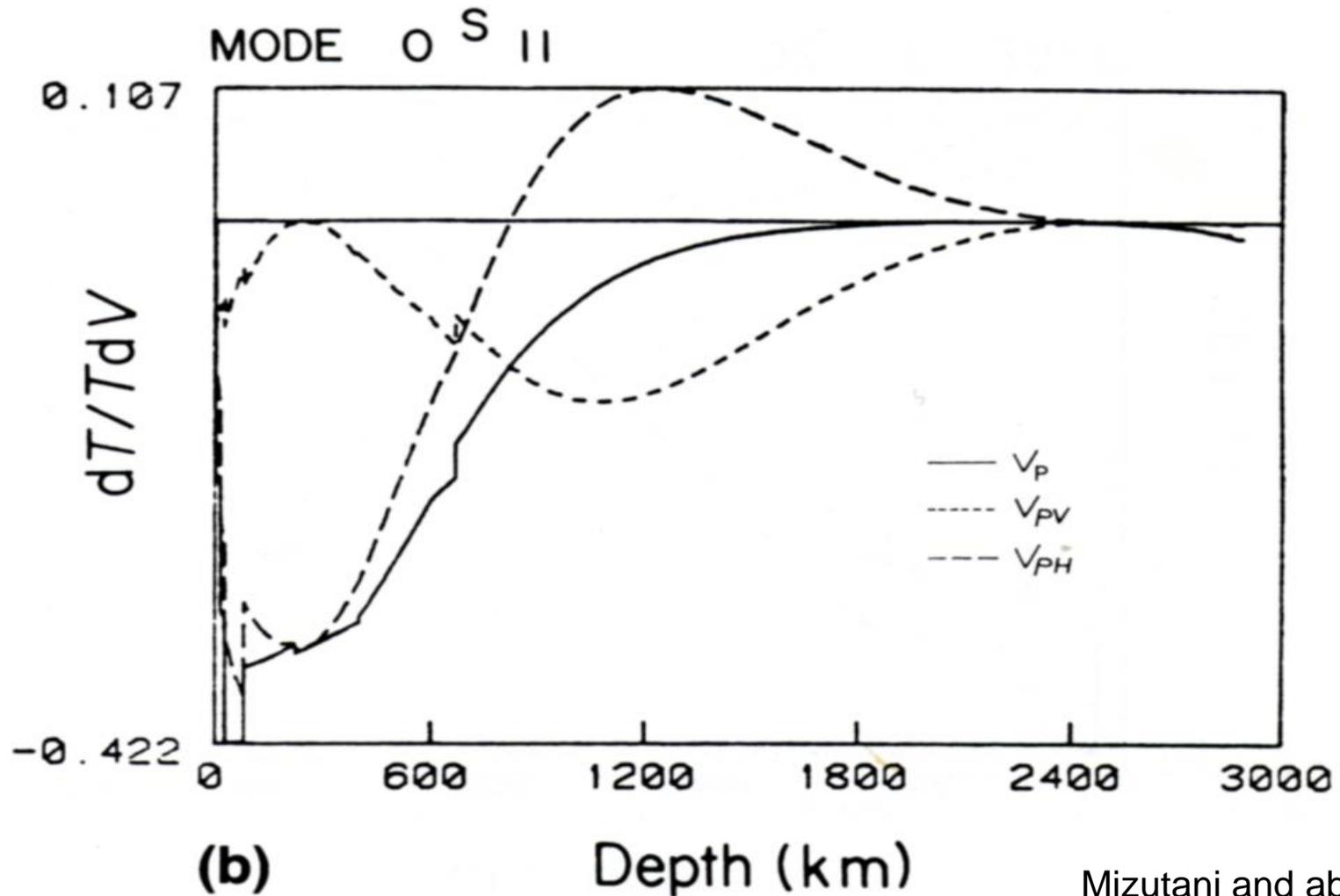
# 内部構造の求め方

- 自由振動の周期がどの深さの物性に依存しているかが、計算によって知られている。私はこの偏微分値の表を見ながら、試行錯誤的に構造を決めていった。

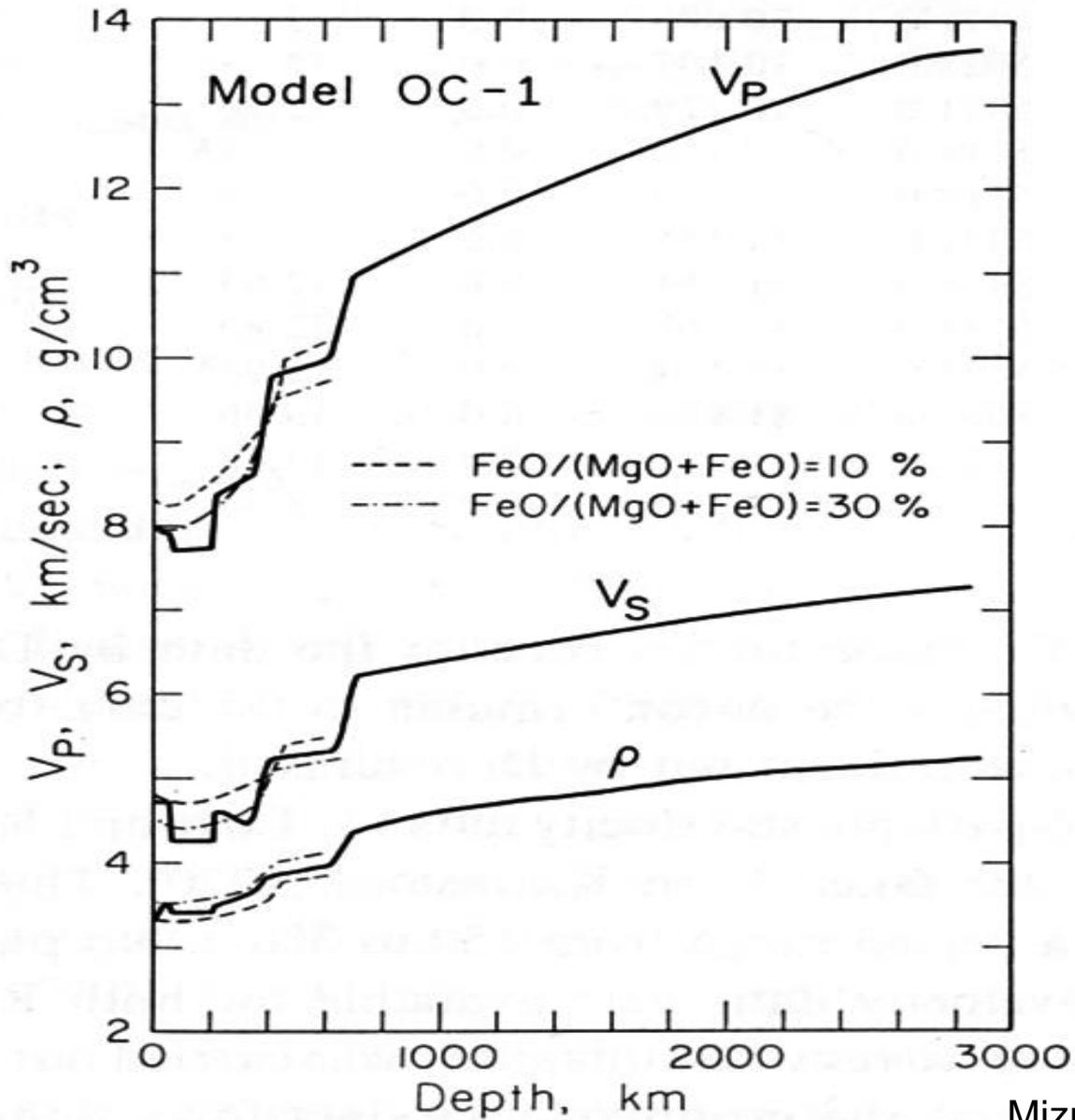


# 自由振動周期のP波敏感性

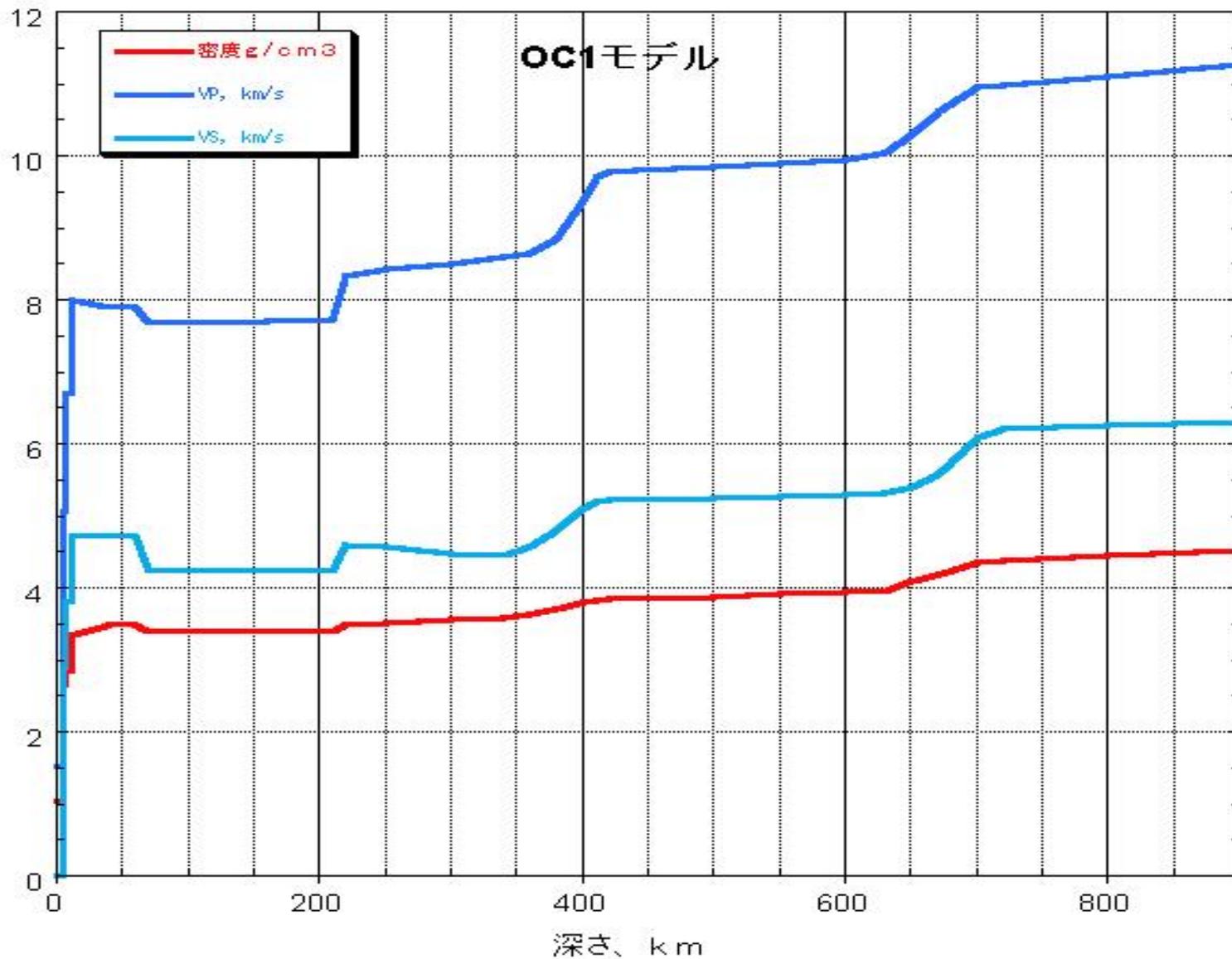
- 偏微分値のもうひとつの例



# OC-1モデルの構造

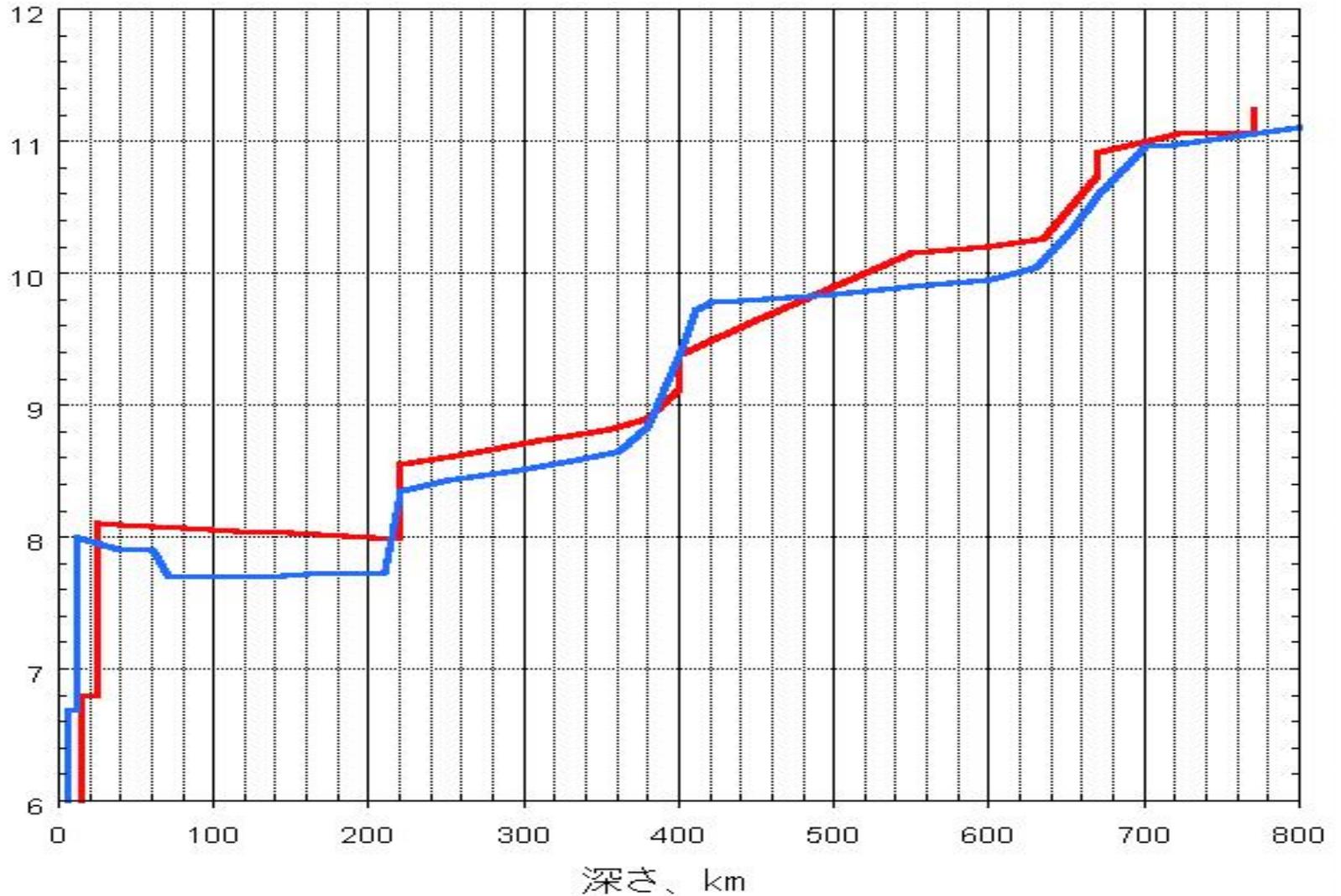


# OC1上部マントルの構造



# PREMとの比較

PREMとOC1上部マントル



# もう少し賢ければ 逆問題にすることが出来た筈

$$\begin{pmatrix} DT_1 \\ DT_2 \\ DT_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ DT_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1m} \\ a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2m} \\ a_{31}, a_{32}, \dots, a_{3m} \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Dv_1 \\ Dv_2 \\ Dv_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ Dv_m \end{pmatrix}$$

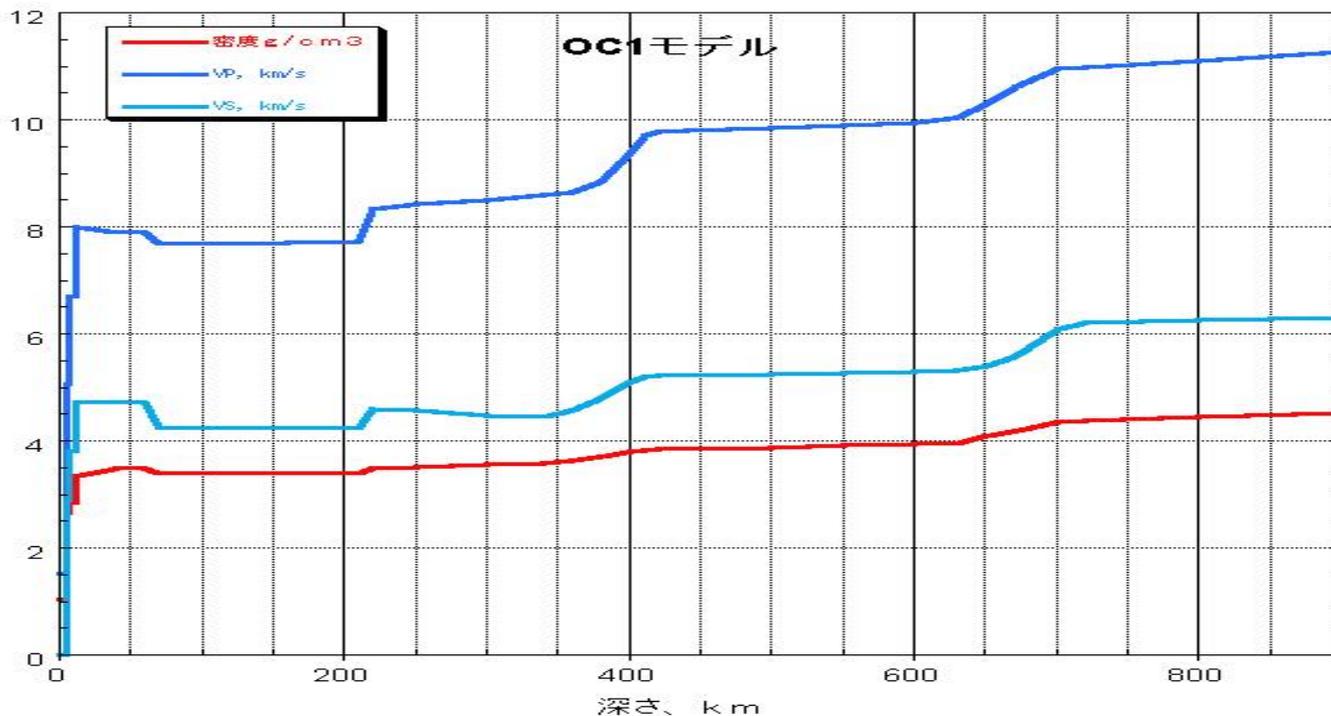
観測値  $d$  これが偏微分表  $G$  モデルの速度、密度  $m$

# 線形逆問題の最小二乗法解

- $d = Gm$ から最小二乗法的に行列 $m$ を求めればよい。 $G$ は正方行列ではないので、そのままでは逆行列は得られない。
- $\mathbf{m}^{\text{est}} = [G^T G]^{-1} G^T \mathbf{d}$
- $\mathbf{d}^{\text{pred}} = \mathbf{G} \mathbf{m}^{\text{est}}$  であるから
- 誤差  $\mathbf{e} = \mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{d}^{\text{pred}}$  が求まるから、これも公表すれば、なにが不確定に決まっているかがよく分かる。

# 地球内部構造：これからの課題

1. Anisotropy を評価する：上部200kmには明確な兆候がある。自由度がおおすぎるか？
2. Q (減衰特性) の分布：Qの周波数特性は？
3. Fe/Mg比の分布は導けるか？



# 参考文献

- Dziewonski, Adam M. Anderson, Don L. (1981). Preliminary reference Earth model, *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 25, 297-356.
- Mizutani, H. (1971) Ph.D. Thesis, University of Tokyo.
- Mizutani, H. Abe, K. (1972). An earth model consistent with free oscillation and surface wave data, *Phys. Earth Planet. Interiors* 5, 345-356.
- 上田 誠也, 水谷 仁 共著, 1986, 岩波講座地球科学 1 地球, 岩波書店, 330.
- 秋本 俊一, 水谷 仁 共著, 1986, 岩波講座地球科学 2 地球の物質科学I - 高压高温の世界-, 岩波書店, 303.