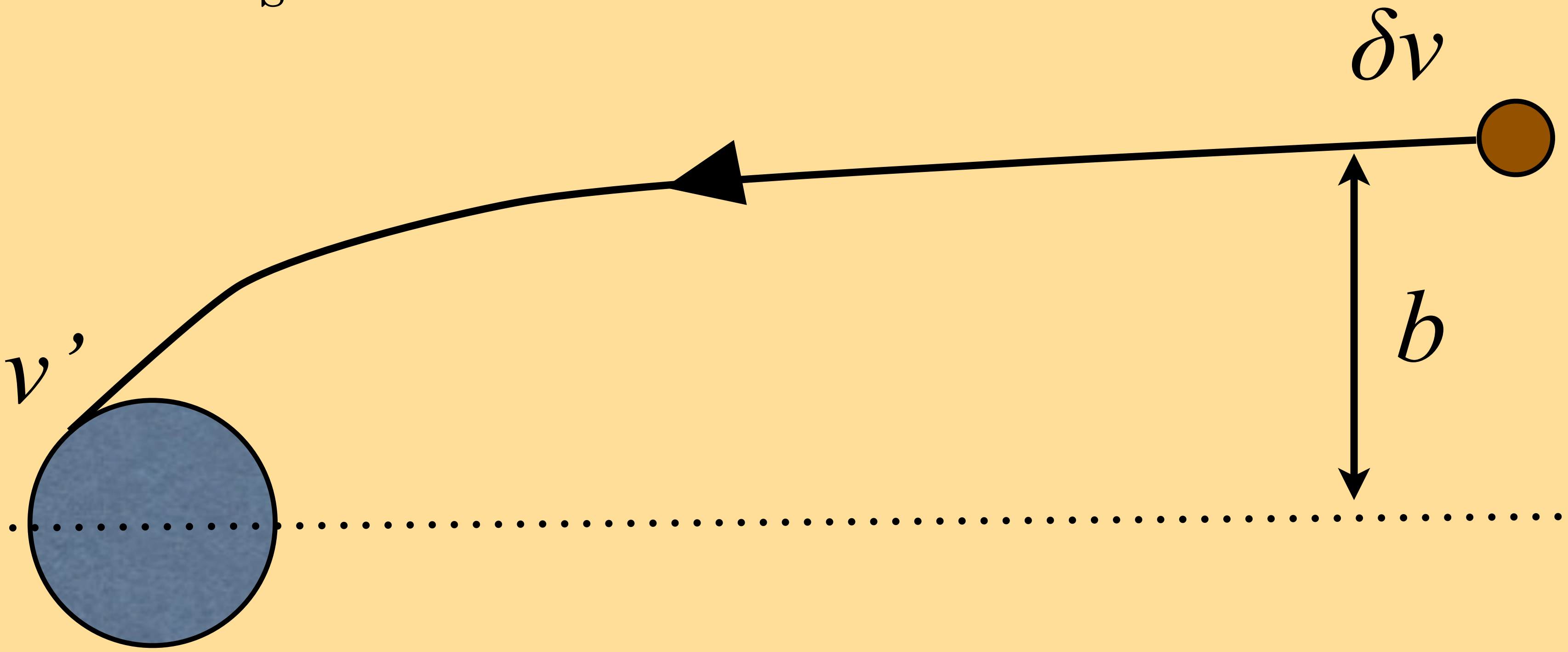
固体核の形成

微惑星の成長

微惑星の成長率

$$\frac{dm}{dt} = \pi s^2 \Theta \frac{\Sigma_\mathrm{s}}{2h_\mathrm{s}} \delta v$$

重力が効くのでΘ>1!



エネルギー保存

$$\frac{1}{2}\delta v^2 = -\frac{Gm}{s} + \frac{1}{2}v'^2$$

角運動量

$$b\delta v = sv'$$

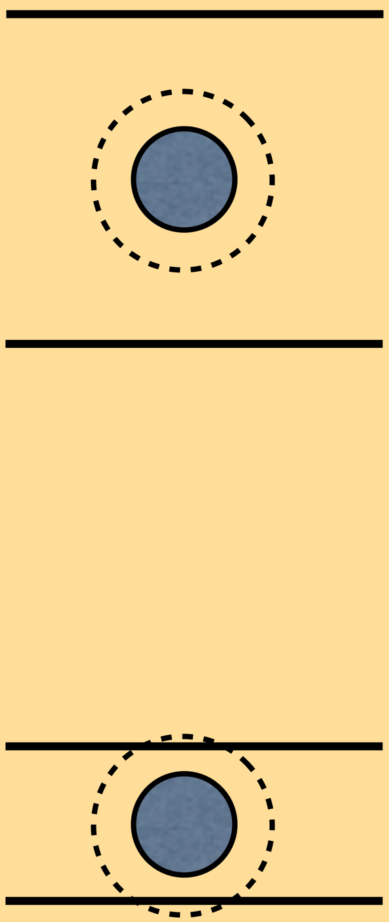
Θ？

$$\Theta = 1 + \frac{2Gm}{s\delta v^2}$$

衝突確率

$$\frac{dm}{dt} = \Sigma_{\mathrm{s}} \frac{\sigma\delta v}{2h_{\mathrm{s}}}$$

$\delta v = (e^2+i^2)^{1/2} v_{\mathrm{K}}$, $h_{\mathrm{s}} = ir$



$$\frac{\sigma\delta v}{h_{\mathrm{s}}} = \pi s^2 \left(1 + \frac{2Gm}{s(e^2+i^2)v_{\mathrm{K}}^2}\right) \frac{\sqrt{e^2+i^2}\,v_{\mathrm{K}}}{ir}$$

$$\frac{\sigma\delta v}{h_{\mathrm{s}}} \simeq \pi s \left(1 + \frac{2Gm}{s r_{\mathrm{H}}^2 \Omega_{\mathrm{K}}^2}\right) \frac{r_{\mathrm{H}}\Omega_{\mathrm{K}}}{ir}$$

$\delta v \sim r_{\mathrm{H}}\Omega_{\mathrm{K}}$, $h_{\mathrm{s}} = ir$

$$\frac{\sigma\delta v}{h_{\mathrm{s}}} \sim s\sqrt{1 + \frac{2Gm}{s r_{\mathrm{H}}^2 \Omega_{\mathrm{K}}^2}} \times h_{\mathrm{s}} \times \frac{r_{\mathrm{H}}\Omega_{\mathrm{K}}}{h_{\mathrm{s}}}$$

$\delta v \sim r_{\mathrm{H}}\Omega_{\mathrm{K}}$, $h_{\mathrm{s}} < s\,\Theta^{1/2}$

微惑星の成長

$$\frac{dm_1}{dt} = \sigma_{12}\frac{\Sigma_{\rm s}}{2h_{{\rm s},12}}\delta v_{1,2} = r_{{\rm H},12}^2\Sigma_{\rm s}\Omega_{\rm K}P_{\rm col}$$

$$r_{{\rm H},12} = \left(\frac{m_1+m_2}{M_*}\right)^{1/3} r$$

衝突確率(Inaba et al. 2001)

$$\tilde{s}_{12} = \frac{s_1+s_2}{r_{{\rm H},12}} \quad \tilde{e}^2 = \frac{(e_1^2+e_2^2)}{r_{{\rm H},12}} \quad \tilde{i}^2 = \frac{(i_1^2+i_2^2)}{r_{{\rm H},12}}$$

$$P_{{\rm col},12} = \begin{cases} \dfrac{\tilde{s}_{12}^2}{2\pi}\left(17+\dfrac{36}{\tilde{s}_{12}\tilde{e}_{12}^2}\right) & \tilde{e} = 2\tilde{i} \gg 1 \\ \dfrac{\tilde{s}_{12}^2}{4\pi\tilde{i}}\left(17+\dfrac{230}{\tilde{s}_{12}}\right) & 0.2 \gtrsim \tilde{e}, \tilde{i} \gtrsim 2 \\ 11\sqrt{\tilde{s}_{12}} & \tilde{e}, \tilde{i} \ll 1 \end{cases}$$

重力相互作用

力学的摩擦

$$m\, v^2 = M\, V^2$$

Viscus Stirring

$$\frac{dv^2}{dt} = \frac{\Sigma_\mathrm{s}}{m h_\mathrm{s}} \sigma_\mathrm{VS} \delta v^3$$

$$\sigma_\mathrm{VS} \sim \left(\frac{Gm}{\delta v^2}\right)^2 \quad h_\mathrm{s} \sim \delta v / \Omega_\mathrm{K}$$

(e.g., Ohtsuki et al. 2002)

$$\frac{de^2}{dt} = \Sigma_\mathrm{s} P_\mathrm{VS} \Omega_\mathrm{K}$$

高速の場合 $\delta v \sim \sqrt{e^2 + i^2} v_\mathrm{K}$

$$P_{\mathrm{VS},e} \sim 400 \frac{r_\mathrm{H}^6}{r^6 e^2}$$

低速の場合 $\delta v \sim r_\mathrm{H} \Omega_\mathrm{K}$

$$P_{\mathrm{VS},e} \sim 73 \frac{r_\mathrm{H}^4}{r^4}$$

暴走成長

(Wetherill & Stewart 1989; Kokubo & Ida 1996)

大きい天体の成長率

$$\frac{dM}{dt} = \frac{1}{2}\pi(S+s)^2\left(\cancel{1}+\frac{2G(M+m)}{(s+S)(v^2+V^2)}\right)\Sigma_{\rm s}\Omega_{\rm K}$$

小さい天体の成長率

$$\frac{dm}{dt} = \frac{1}{2}\pi(2s)^2\left(\cancel{1}+\frac{Gm}{sv^2}\right)\Sigma_{\rm s}\Omega_{\rm K}$$

力学的摩擦

$$m\,v^2 = M\,V^2$$

$$\frac{T_{\rm g}}{t_{\rm g}} = \frac{M}{\dot{M}}\frac{\dot{m}}{m} = \left(\frac{2s}{S+s}\right)\left(\frac{2m}{M+m}\right)\left(\frac{M}{m}\right)\left(\frac{v^2+V^2}{2v^2}\right) \simeq 2\left(\frac{m}{M}\right)^{1/3}$$

大きい天体ほど早く成長する。

$$M \propto \exp(t/t_{\rm col}) \qquad t_{\rm col} = m/2\pi s^2\Sigma_{\rm s}\Omega_{\rm K}$$

(e.g., Ormel et al. 2010)

寡占的成長

小さい天体が高速になると
大きい天体の成長が遅くなる。

$$v \gg \sqrt{\frac{2Gm}{s}}$$

成長率

$$\frac{dM}{dt} = \pi \frac{GMS}{v^2} \Sigma_{\mathrm{s}} \Omega_{\mathrm{K}}$$

速度進化

$$\frac{dv}{dt} = \pi \left(\frac{GM}{v^2} \right)^2 v N_{\mathrm{s}} \Omega_{\mathrm{K}}$$

大きい天体の面数密度(Kokubo & Ida 1998)

$$N_{\mathrm{s}} \approx \frac{1}{20\pi r r_{\mathrm{H}}} \approx \frac{1}{20\pi r^2} \left(\frac{M}{3M_*} \right)^{-1/3}$$

$$\frac{dM}{dv} \propto \frac{v}{M^{1/3}} \rightarrow v^2 \propto M^{4/3} \longrightarrow M \propto t$$

(非平衡の成長：Kobayashi et al. 2010)

(平衡)寡占的成長

惑星による上昇

$$\frac{dv}{dt} = \pi\left(\frac{GM}{v^2}\right)^2 vN_\mathrm{s}\Omega_\mathrm{K}$$

$$N_\mathrm{s} \approx \frac{1}{20\pi r r_\mathrm{H}} \approx \frac{1}{20\pi r^2}\left(\frac{M}{3M_*}\right)^{-1/3}$$

ガス抵抗減衰

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v}{t_\mathrm{s}}$$

$$t_\mathrm{s} \propto v^{-1}$$

釣合い $v \propto M^{1/3}$

成長率

$$\frac{dM}{dt} = \pi\frac{GMS}{v^2}\Sigma_\mathrm{s}\Omega_\mathrm{K} \propto M^{2/3}$$

→ $M \propto t^3$

(平衡の寡占的成長：Kokubo & Ida 2000,2002; Chambers 2006; 2008)

孤立質量

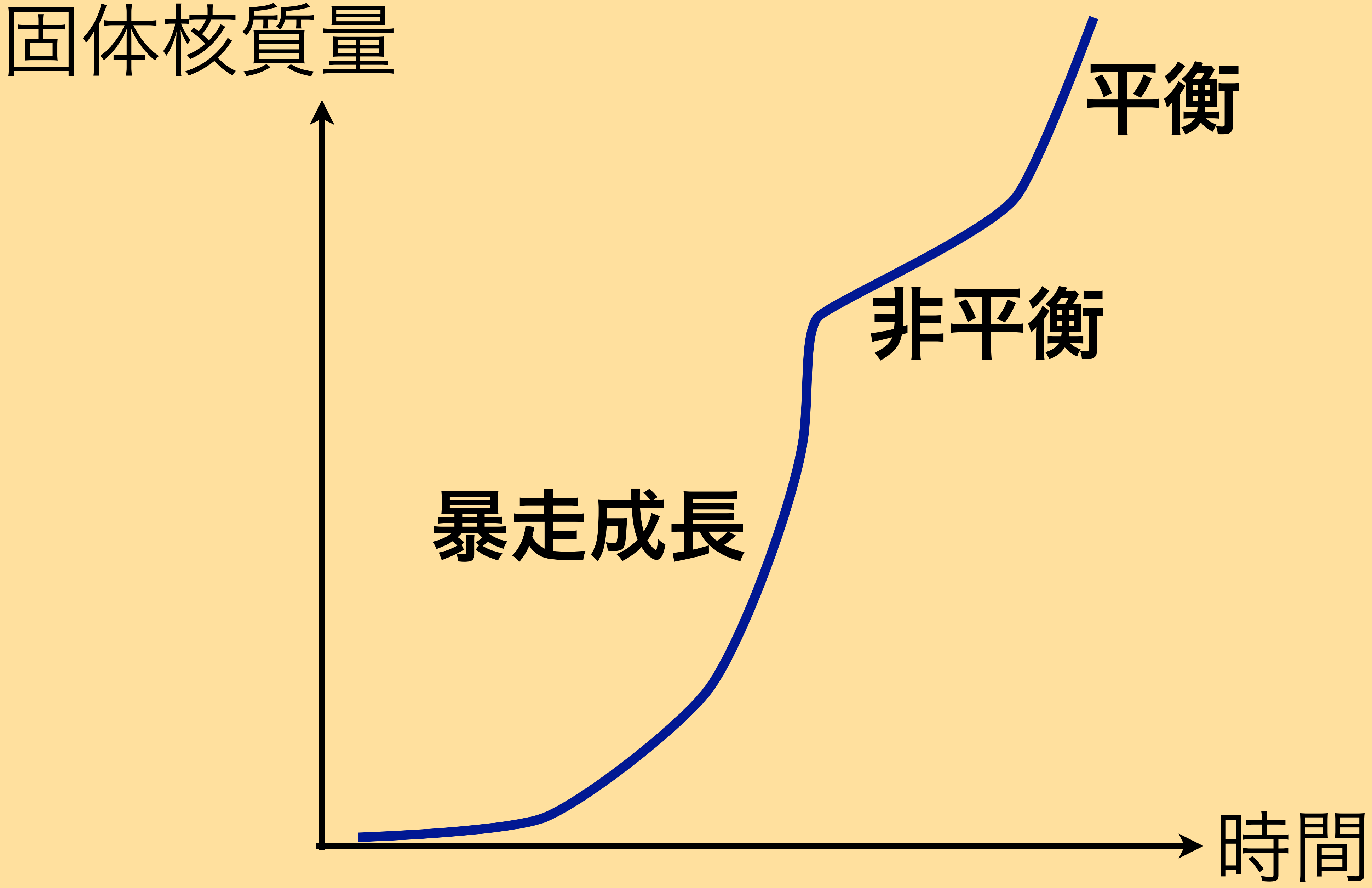
(Kokubo & Ida 2000,2002)

原始惑星は10倍の相互ヒル半径程度の間隔で並ぶ。
原始惑星がその間隔のすべての微惑星を食べたとき、
その質量は$M=20\pi\, r\, r_{\mathrm{H}MM}\, \Sigma s$となる。

$$r_{\mathrm{H}MM} = \left(\frac{2M}{3M_*}\right)^{1/3}$$

$$M_{\mathrm{iso}} = 2.8\left(\frac{\Sigma_{\mathrm{s},0}}{2.7\,\mathrm{g/cm^2}}\right)^{3/2}\left(\frac{a}{5\,\mathrm{AU}}\right)^{3}\left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)^{-1/2} M_\oplus$$

固体核の成長



果たして、このまま成長できるのだろうか？

微惑星のランダム速度

平衡の寡占的成長

$$\frac{1}{20 r_{\mathrm{H},M} r}\left(\frac{GM}{v^2}\right)^2 v\Omega_{\mathrm{K}} - 0.25\pi s^2 \rho_{\mathrm{g}} v^2/m = 0$$

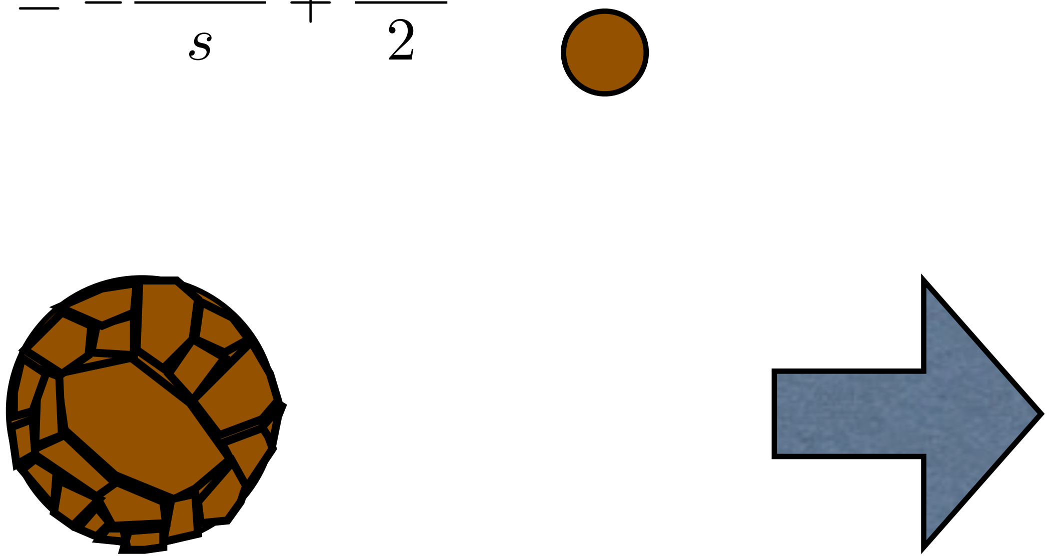
原始惑星によるstirring　　　　ガス抵抗

$$v = \left(\frac{9}{5\pi}\frac{m}{r s^2 \rho_{\mathrm{g}}}\right)^{1/5} r_{\mathrm{H},M}\Omega_{\mathrm{K}} \propto M^{1/3}$$

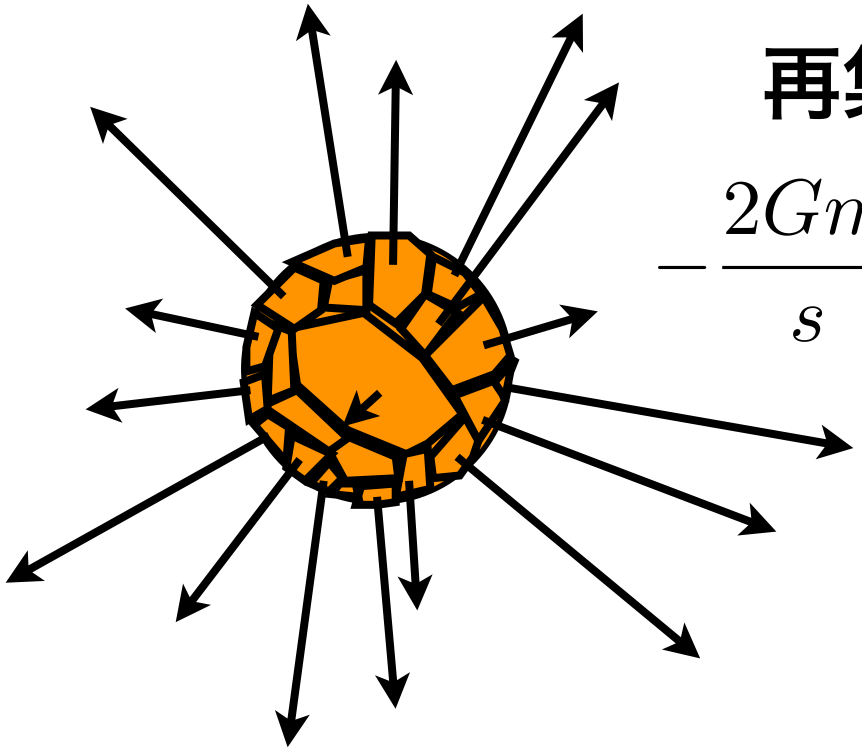
原始惑星の成長に伴い、
微惑星間のランダム速度が上がる

微惑星の破壊

$$\frac{v_{\rm r}^2}{2} = -\frac{2Gm}{s} + \frac{v_{\rm col}^2}{2}$$



$$v_{\rm eject} = \varepsilon v_{\rm col}$$



再集積のために

$$-\frac{2Gm}{s} + \frac{v_{\rm eject}^2}{2} < 0$$

再集積条件

$$v_{\rm r} < \sqrt{\frac{1-\varepsilon^2}{\varepsilon^2}}\sqrt{\frac{2Gm}{s}}$$

脱出速度の３倍程の相対速度で破壊

微惑星の破壊

速度の比較

$$\frac{r_{\mathrm{H},M}\Omega_{\mathrm{K}}}{v_{\mathrm{esc}}} \approx 10\left(\frac{M}{0.1\,M_\oplus}\right)^{1/3}\left(\frac{r}{1\,\mathrm{AU}}\right)^{1/2}\left(\frac{s}{10\,\mathrm{km}}\right)^{-1}$$

火星質量程度でも破壊が起こる！

破壊を考慮した固体核形成モデルの構築の必要性!

- 微惑星の破壊による減少
- 破片の原始惑星への集積

- Chambers, S. A., 2006: Ferromagnetism in doped thin–film oxide and nitride

- semiconductors and dielectrics, Surface Science, 61, 8, 345–381

- Chambers, S. A., 2008: Molecular beam epitaxial growth of doped oxide

- semiconductors, Journal of Physics, Condensed matter 20(26):Art. No. 264004

- Inaba et al., 2001: High–Accuracy Statistical Simulation of Planetary Accretion: II. Comparison with N–Body Simulation, Icarus, 149, 1, 235–250

- Kokubo, E., Ida, S., 1996: On Runaway Growth of Planetesimals, Icarus, 123, 1, 180–191

- Kokubo, E., Ida, S., 1998: Formation of Terrestrial Planets from Protoplanets: Statistics of Planetary Spin, Extreme Solar Systems, ASP Conference Series, Vol. 398, proceedings of the conference held 25–29 June, 2007, at Santorini Island, Greece. Edited by D. Fischer, F. A. Rasio, S. E. Thorsett, and A. Wolszczan, p.261

- Kokubo, E., Ida, S., 2000: Formation of Protoplanets from Planetesimals in the Solar Nebula, Icarus, 143, 15–27

- Kokubo, E., Ida, S., 2002: Formation of Protoplanet Systems and Diversity of Planetary Systems, The Astrophysical Journal, 581, 1, 666––680

- Kobayashi, H., Tanaka, H., Krivov, A. V., Inaba, S., 2010: Planetary growth with collisional fragmentation and gas drag, Icarus, 209, 2, 836-847

- Ohtsuki, K., Stewart, G. R., Ida, S., 2002: Evolution of Planetesimal Velocities Based on Three-Body Orbital Integrations and Growth of Protoplanets, Icarus, 155, 2, 436-453

- Ormel, C. W., Dullemond, C. P., Spaans, M., 2010: A New Condition for the Transition from Runaway to Oligarchic Growth, The Astrophysical Journal Letters, 714, 1, L103-L107

- Wetherill, G. W., Stewart, G. R., 1989: Accumulation of a swarm of small planetesimals, Icarus 77, 1, 330-357