

巨大惑星の解剖学： 内部構造・熱進化から起源へ (第1部)

堀 安範
国立天文台 理論研究部



© JUNO, NASA



© Cassini, NASA

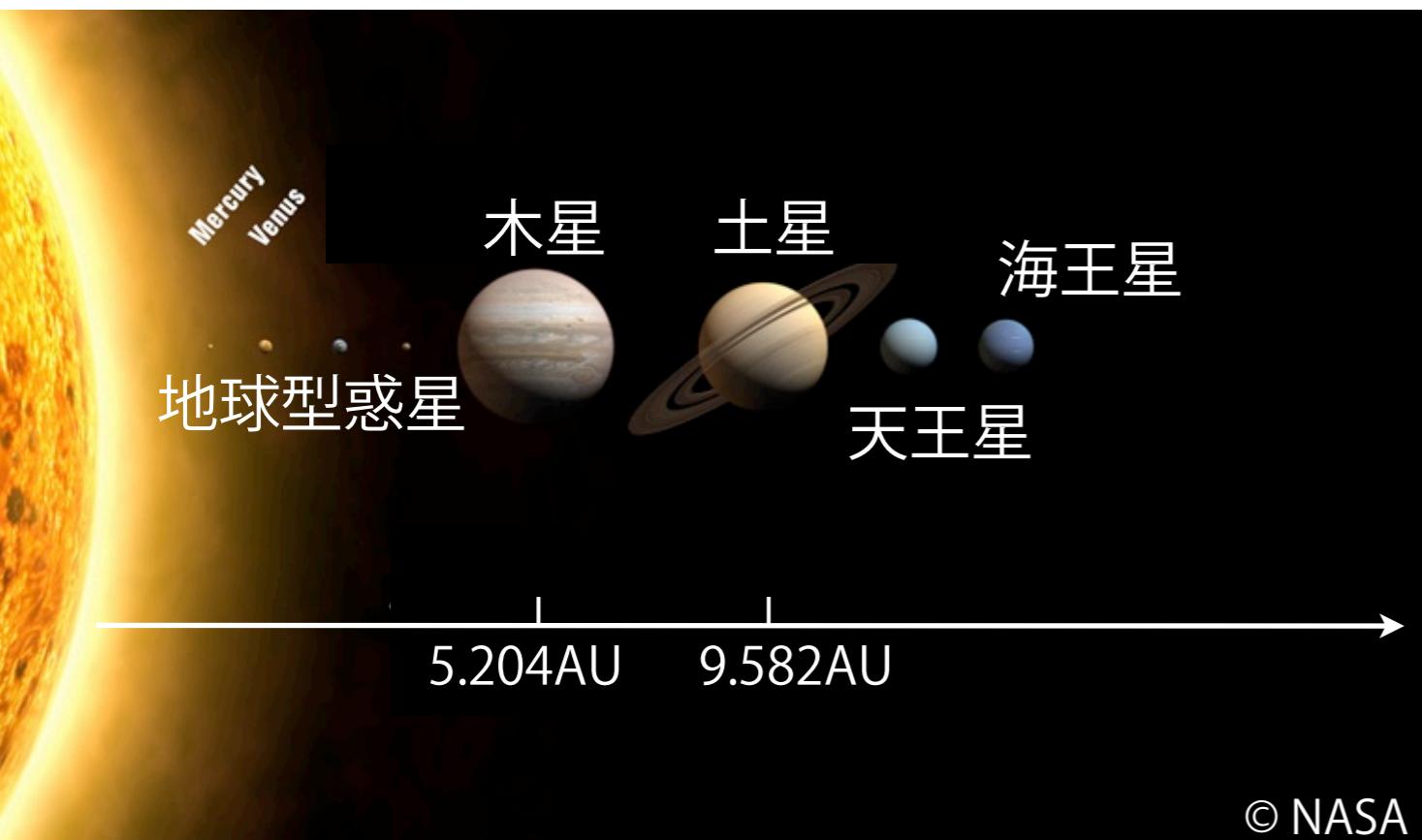
森羅万象学校

The School of the Universe

第13回 森羅万象学校

『木星を解剖する - 巨大ガス惑星の腹のうちと誕生の謎』
2013年3月26日-28日@北海道支笏湖

1 太陽系のガス惑星：木星・土星

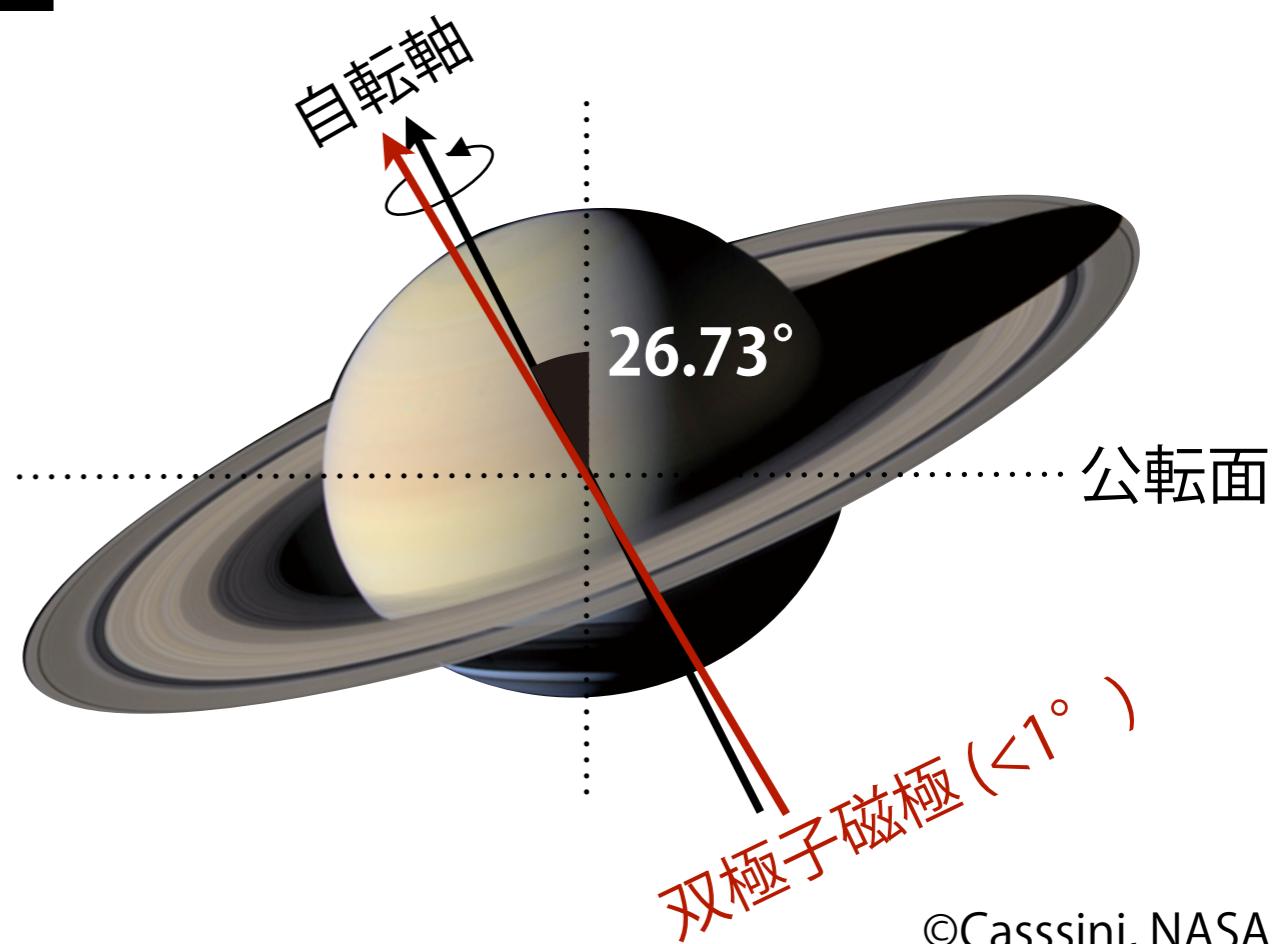
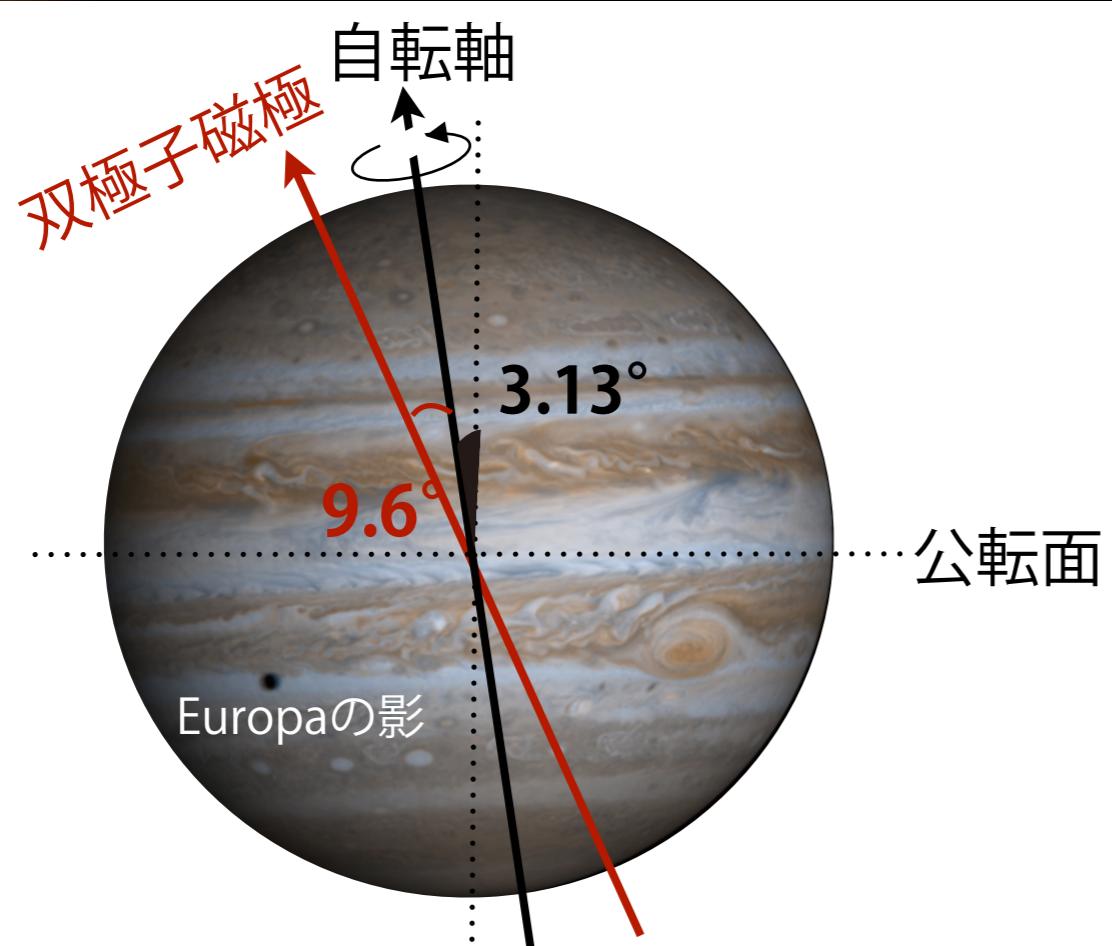


■ ガス惑星

(巨大ガス惑星, 木星型惑星)

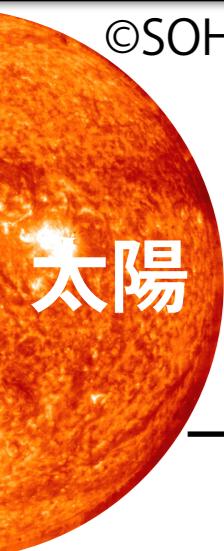
水素(~70%)・ヘリウム(~20%)を主成分する質量の大きな惑星

※ 太陽系：木星 ($317.83 M_{\oplus}$)
土星 ($95.161 M_{\oplus}$)

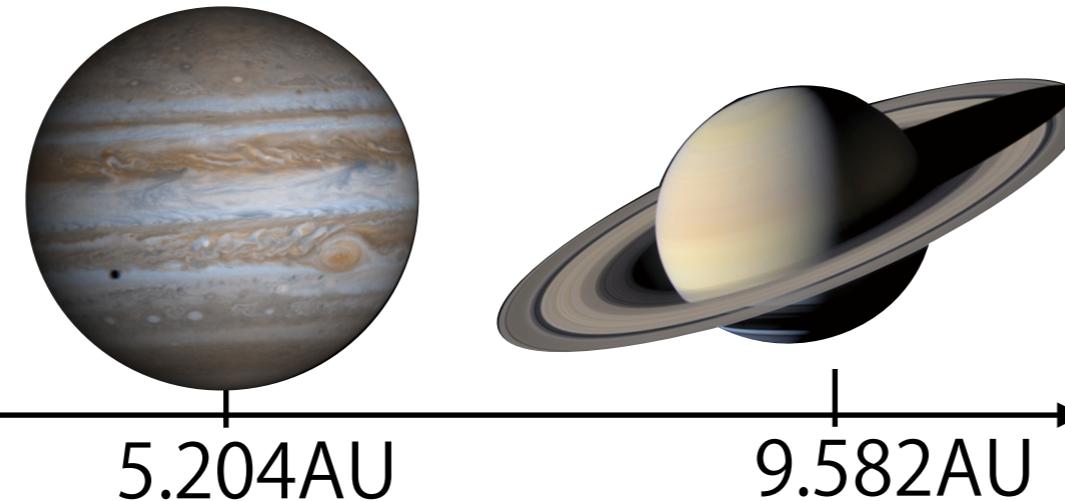


木星・土星：各物理量の比較

©SOHO NASA



太陽



惑星質量 (M_{\oplus})	317.834	95.161
赤道半径 (R_{\oplus})	11.209	9.449
平均密度 (g/cc)	1.3275	0.6880
有効表面温度 (K)	124.4	95.0
(公転軸に対して) 自転軸	3.13°	26.73°
(自転軸に対して) 双極子磁極	9.6°	<1°
正味のflux (erg/m ² s) (放射 v.s 吸収)	5440 (放射 > 吸収)	2010 (放射 > 吸収)
自転周期 (時:分)	(9:54)-9:55	10:32(-10:47)

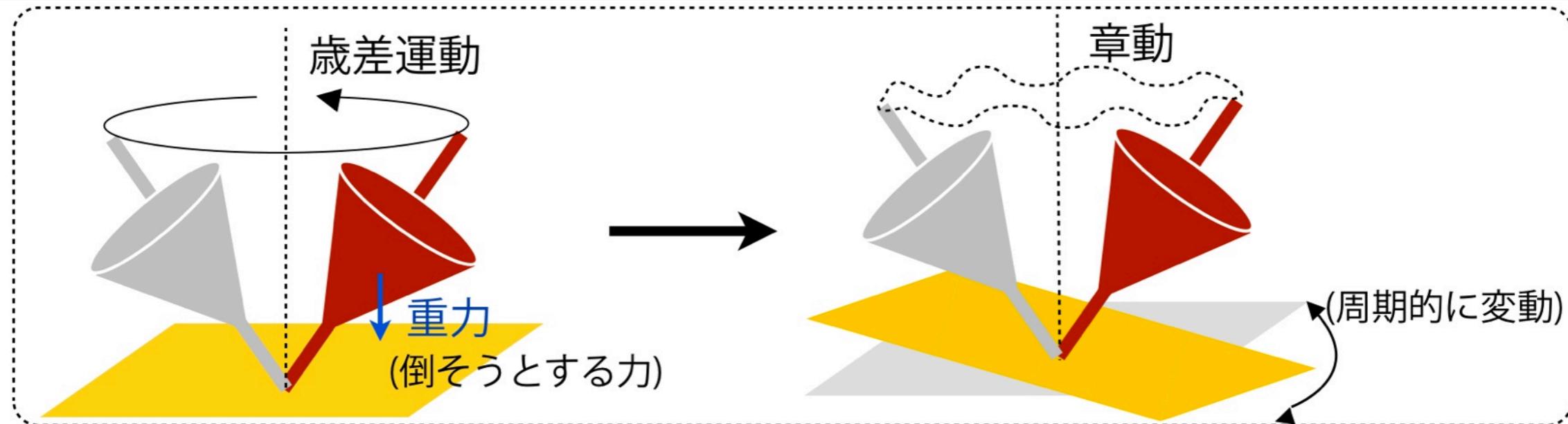
質量差：コア形成と
円盤ガスの散逸時期？

ガス惑星
(半径の差：小さい)

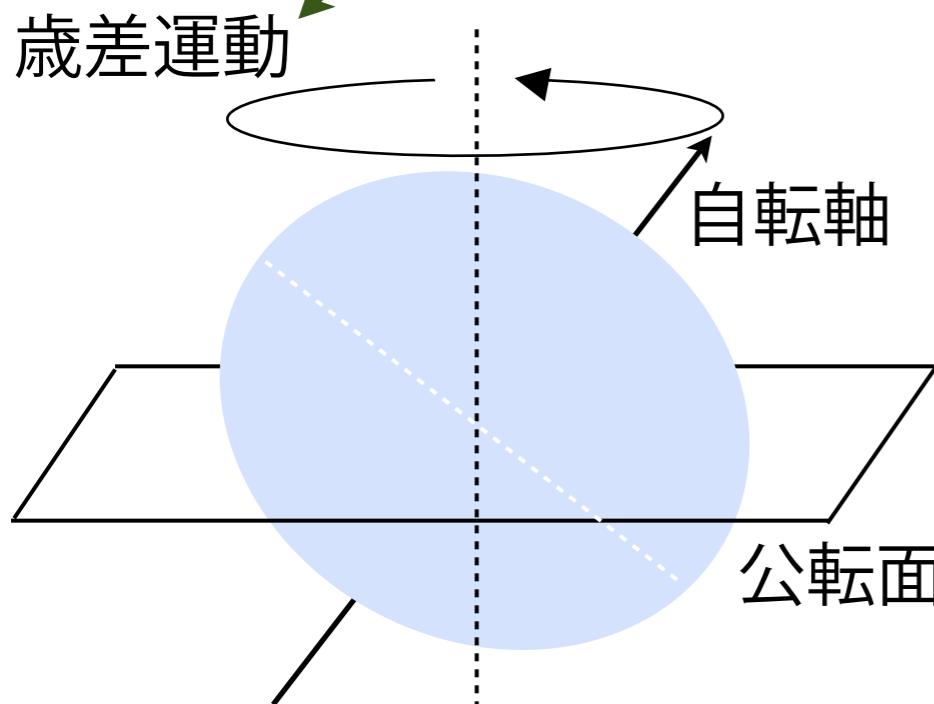
土星(木星)の自転と
海王星(天王星)の軌道共鳴？

(Ward & Hamilton, 2004; Boue et al. 2009;
Ward & Canup, 2006)

【補足】惑星の自転軸傾斜角と自転-軌道共鳴

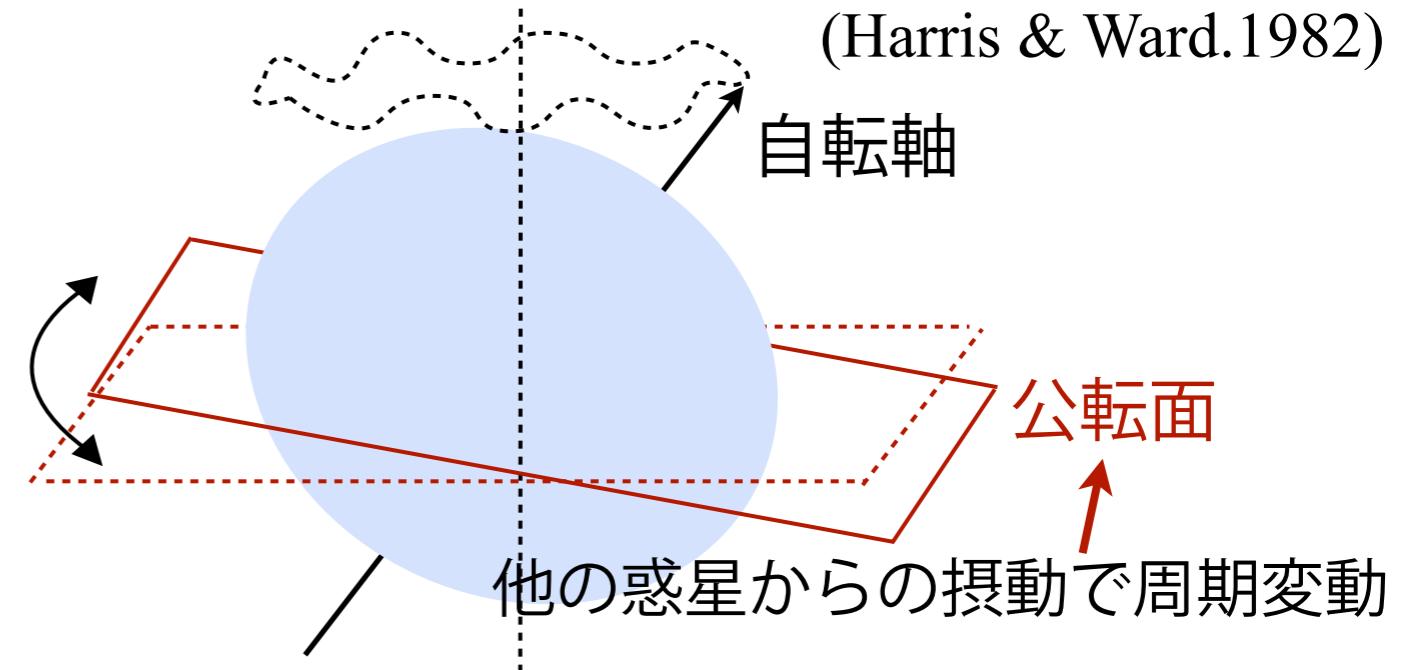


自転による惑星の扁平
と太陽・衛星の重力



自転-軌道共鳴

自転軸の歳差周期 = 軌道面の変動周期
→ 自転軸傾斜角は大きく変動

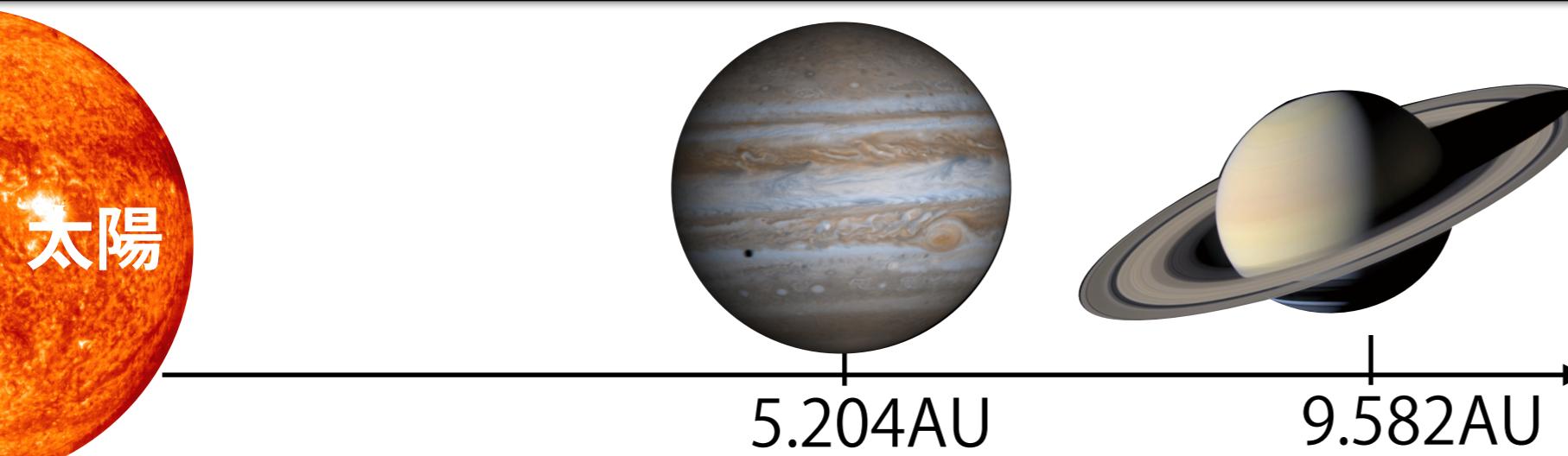


※ 木星(土星)の自転軸の歳差周期 ~ 天王星(海王星)の公転面の歳差周期 (?)

水星は3:2 自転-軌道共鳴 (rare? 確率的には 5:2 or 2:1) ※ 衝突イベント: 同期(1:1) → 3:2?

地球は月の重力による歳差が強く、自転-軌道共鳴がない (Correia & Laskar, 2009; 10; 12; Wieczorek et al, 2012)

木星・土星：各物理量の比較



惑星質量 (M_{\oplus})	317.834	95.161
赤道半径 (R_{\oplus})	11.209	9.449
平均密度 (g/cc)	1.3275	0.6880
有効表面温度 (K)	124.4	95.0
(公転軸に対して) 自転軸	3.13°	26.73°
(自転軸に対して) 双極子磁極	9.6°	<1°
正味のflux(erg/cm ² s) (放射 v.s 吸収)	5440 (放射 > 吸収)	2010 (放射 > 吸収)
自転周期 (時:分)	(9:54)-9:55	10:32(-10:47)

質量差：コア形成と
円盤ガスの散逸時期？

ガス惑星
(半径の差：小さい)

土星(木星)の自転と
海王星(天王星)の軌道共鳴?
(Ward & Hamilton, 2004; Boue et al. 2009;
Ward & Canup, 2006)

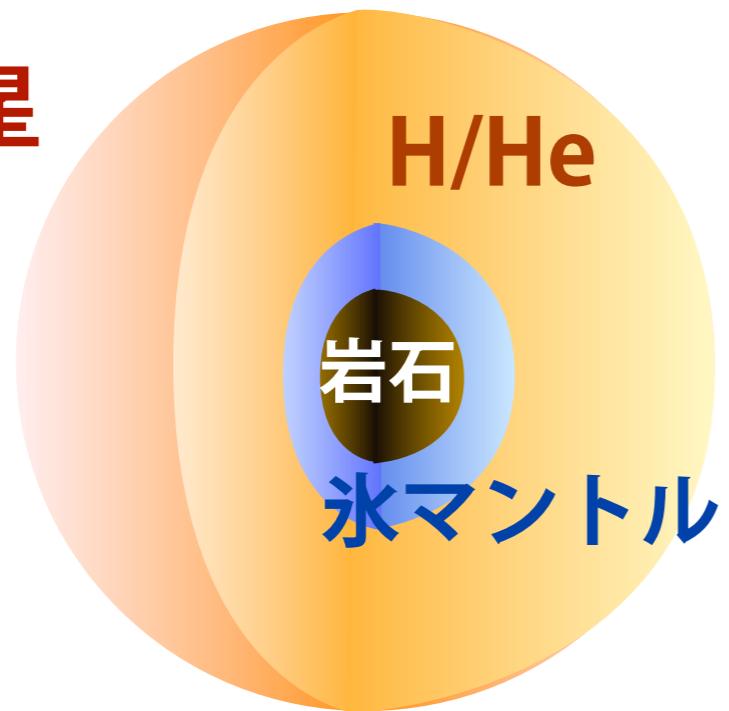
双極子磁場

両惑星とも冷却段階

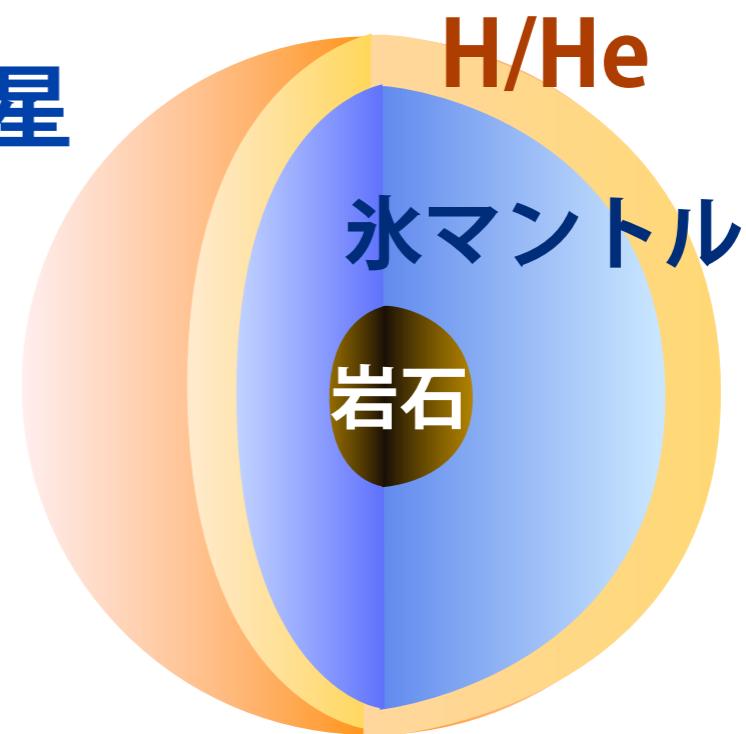
密度分布に影響

1.1 巨大惑星の内部構造：三層モデル

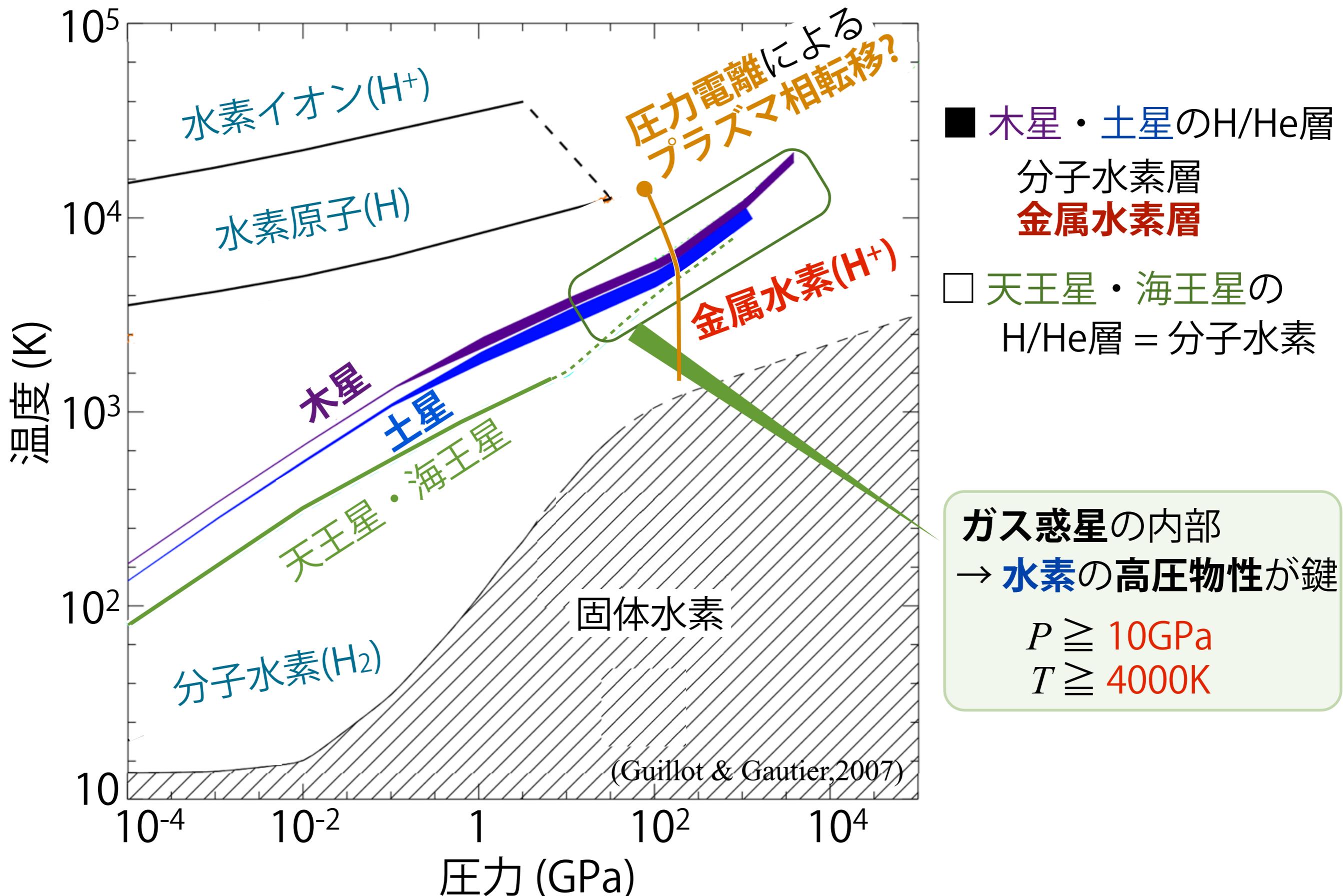
ガス惑星



氷惑星

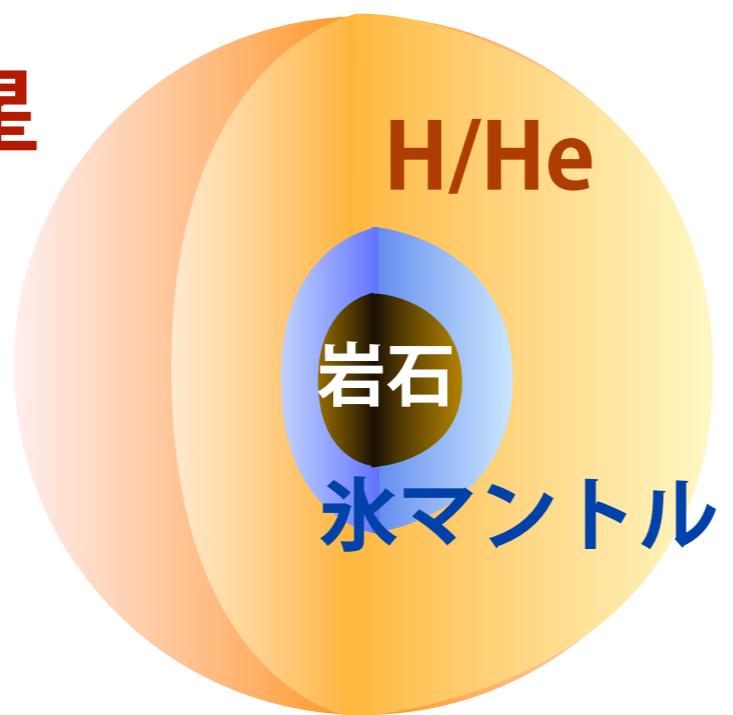


巨大惑星の内部と水素の相図

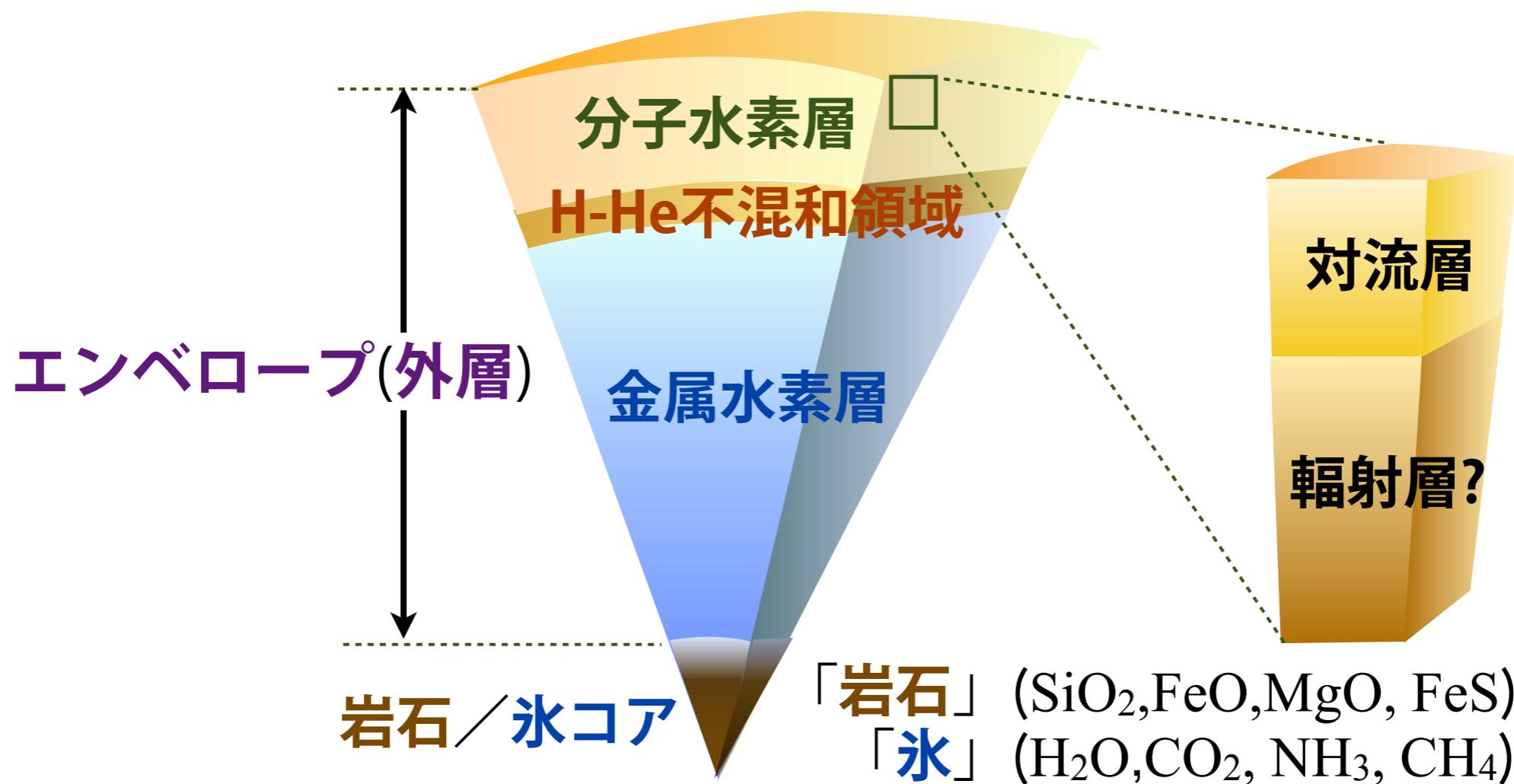
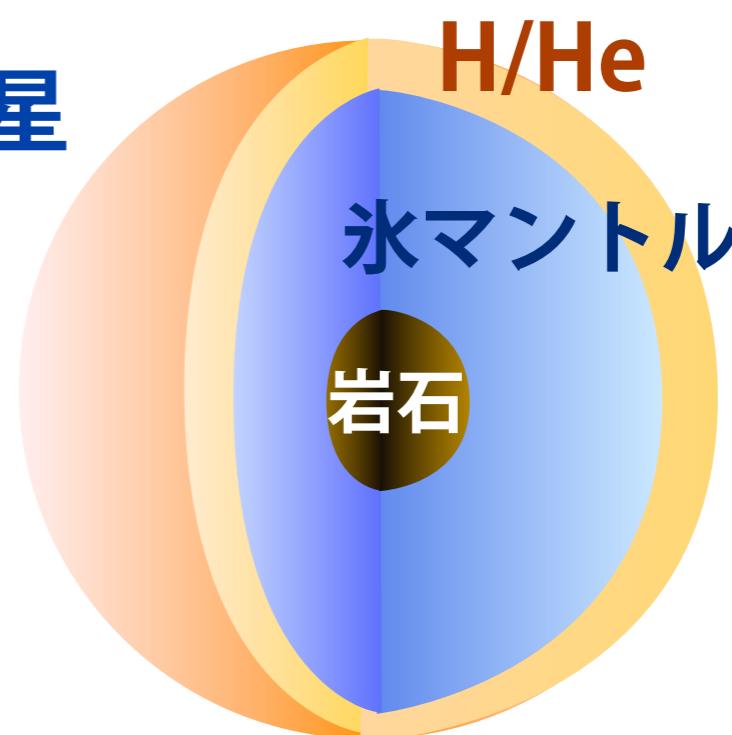


巨大惑星の内部構造：三層モデル

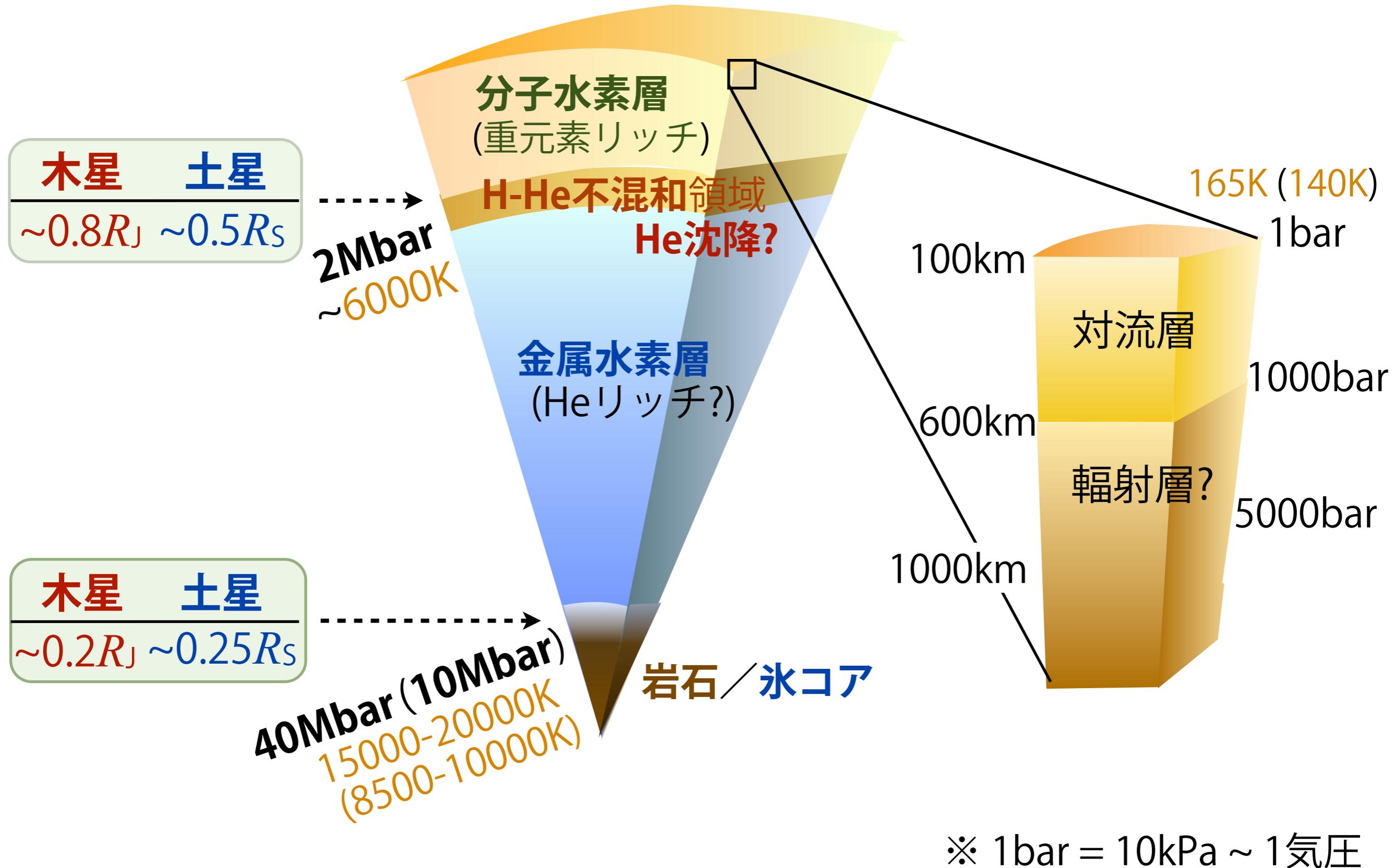
ガス惑星



氷惑星



太陽系のガス惑星の内部構造：最近の描像

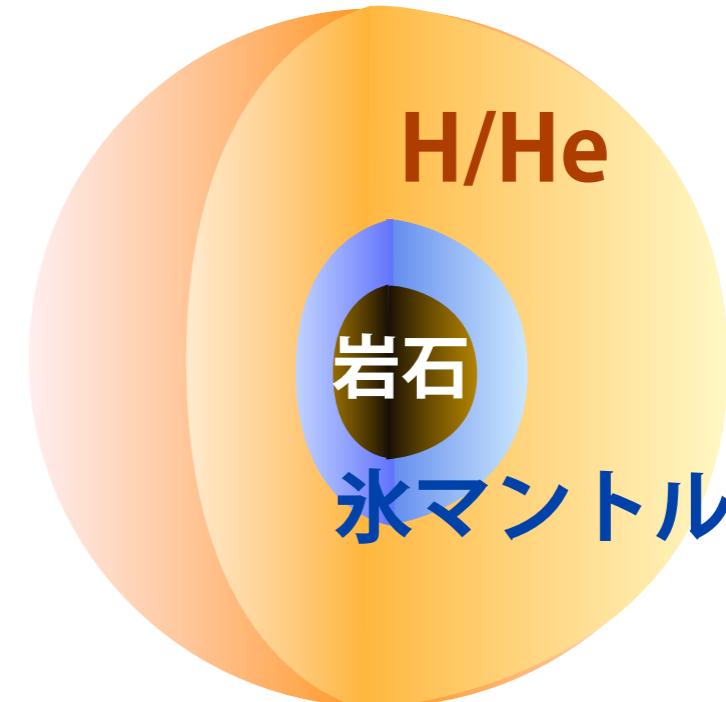


ガス惑星の内部構造・熱進化の基礎方程式

① 静水圧平衡

$$\frac{\partial P}{\partial r} = - \frac{GM_r \rho}{r^2} + \frac{2}{3}\omega^2 r \rho$$

圧力勾配
重力
遠心力



② 連続の式(質量保存)

$$\frac{\partial M_r}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho$$

③ 熱輸送

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T}{P} \frac{\partial P}{\partial r} \nabla, \quad \nabla = \left(\frac{\log T}{\log P} \right)$$

温度勾配

④ エネルギー保存

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \epsilon - T \frac{dS}{dt}$$

※ ϵ : 核融合, 質量降着, 放射壊変

(対流) 断熱温度勾配(等エントロピー-S)

$$\nabla_{\text{ad}} = \left(\frac{\log T}{\log P} \right)_S$$

$$\nabla_{\text{rad}} = \frac{3\kappa}{16\pi acG} \frac{PL_r}{M_r T^4}$$

$$\begin{aligned} \because L &= 4\pi r^2 F, \quad F = -\frac{1}{3}c \bar{l} \frac{\partial u}{\partial r} aT^4 \\ &= -\frac{4}{3} \frac{c}{\kappa\rho} aT^3 \frac{\partial T}{\partial r} \end{aligned}$$

熱力学第一法則より、

$$dQ = TdS = dU + pdV$$

ガス惑星の内部構造・熱進化の基礎方程式

① 静水圧平衡

$$\frac{\partial P}{\partial r} = - \frac{GM_r\rho}{r^2} + \frac{2}{3}\omega^2 r\rho$$

圧力勾配 重力 遠心力



② 連続の式(質量保存)

$$\frac{\partial M_r}{\partial r} = 4\pi r^2 \rho$$

③ 熱輸送

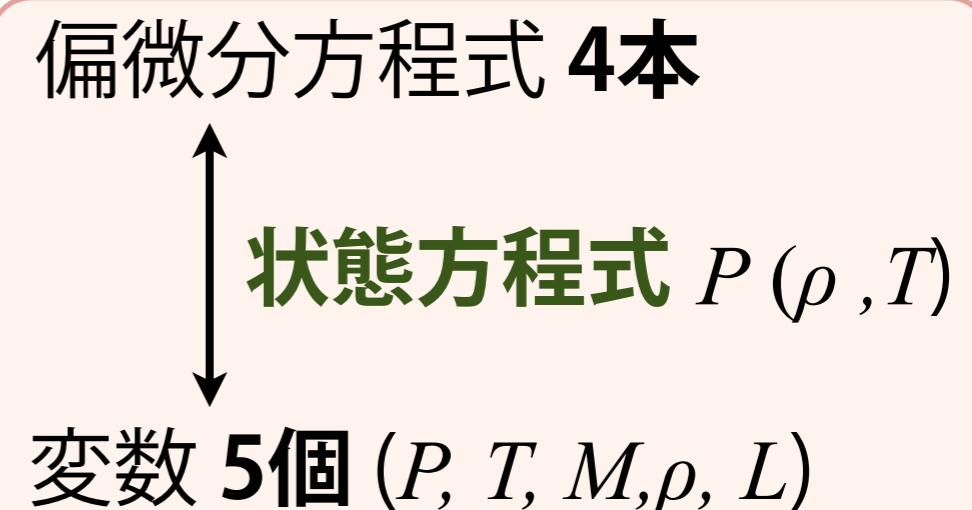
$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{T}{P} \frac{\partial P}{\partial r} \nabla, \quad \nabla = \left(\frac{\log T}{\log P} \right)$$

温度勾配

④ エネルギー保存

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \epsilon - T \frac{dS}{dt}$$

※ ϵ : 核融合, 質量降着, 放射壊変



重力場(重力モーメント)の予備知識 1

慣性モーメント I : 回転運動の質量に相当(回転しにくさ)

剛体の回転運動の方程式

$$I \frac{d\omega}{dt} = \Gamma = \frac{dL}{dt}$$

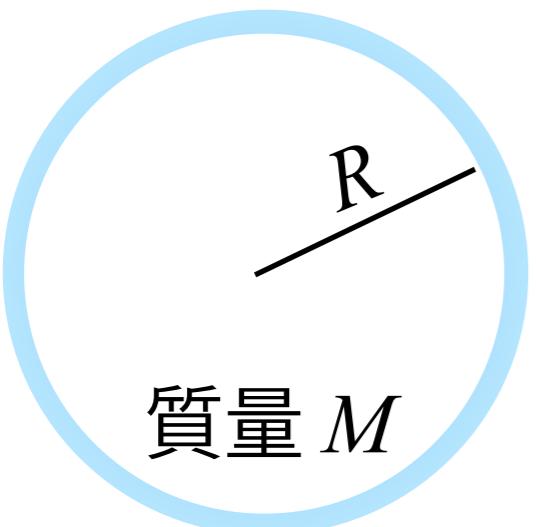
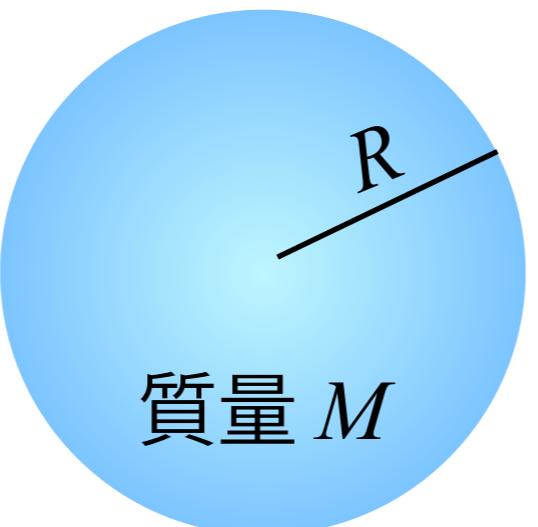
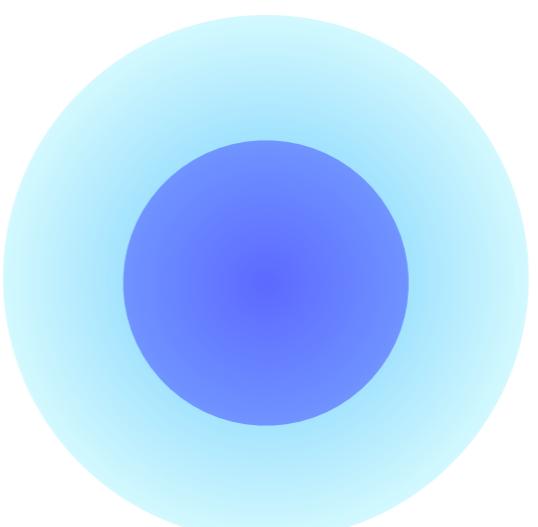
トルク

角運動量(L)変化

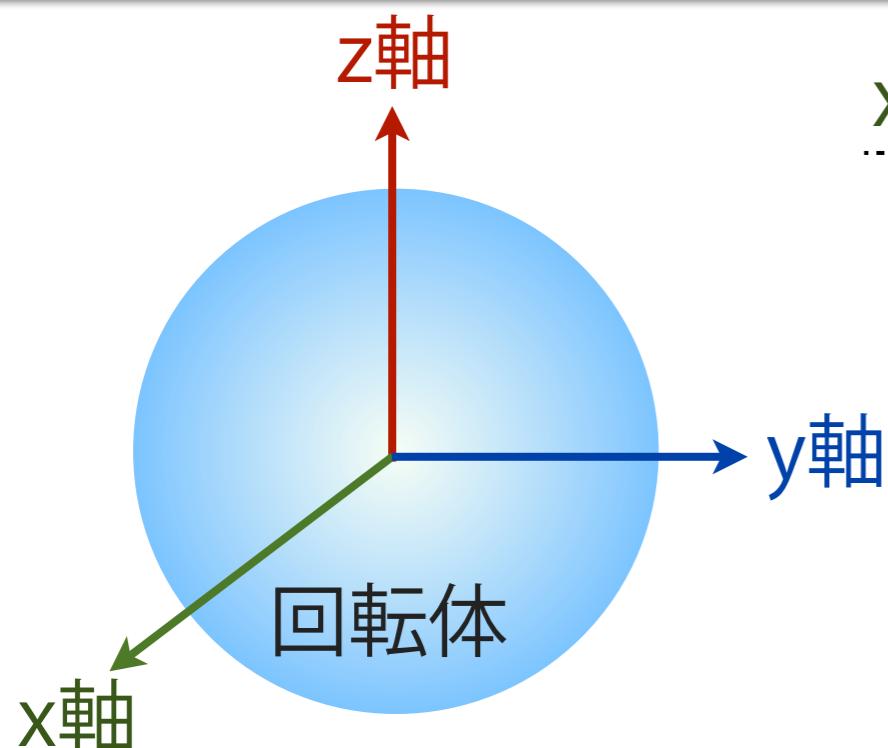
運動方程式

$$m \frac{dv}{dt} = F$$

$$dI = r^2 dm \text{ より, } I = \int r^2 dm = \int \rho r^2 dV \text{ --- 密度分布を反映}$$

半径 R の薄い球殻	半径 R の一様球	中心核を持つ球
 $I = \frac{2}{3}MR^2$	 $I = \frac{2}{5}MR^2$	 係数: 0.4より小さい → 質量の中心集中度の指標

重力場(重力モーメント)の予備知識 2

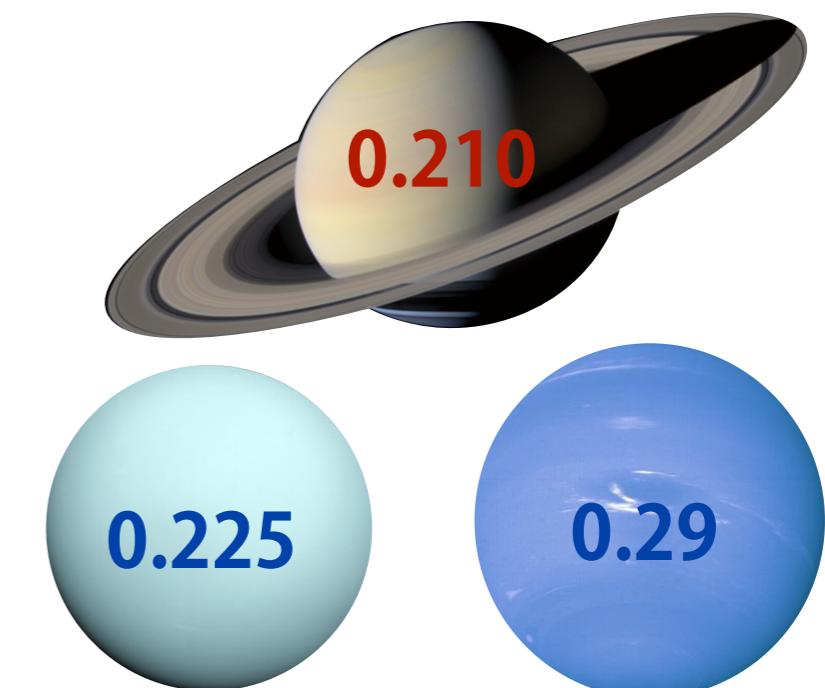
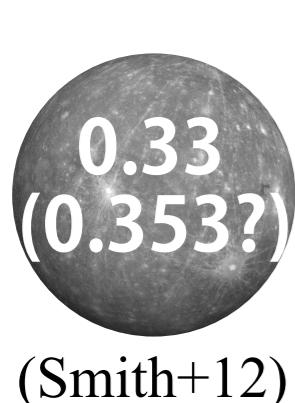


x, y, z軸周りの慣性モーメント: A, B, C

$$C = \int_V \rho(x^2 + y^2)dV$$

※ 地球や木星のような回転椭円体
 $A \sim B < C$ (x,y方向に伸長)

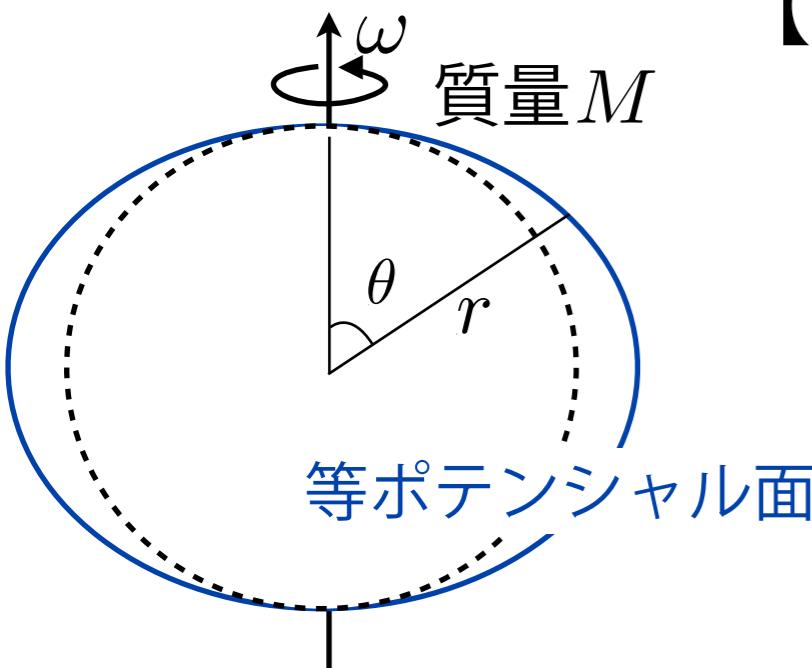
(例) 規格化した慣性モーメント: C/MR^2



(cf) 天体の扁平度 (J_2) ← 衛星や探査機の軌道変化から決定

$$J_2 = \frac{C - (A + B)/2}{MR^2}$$

ガス惑星の内部構造の推定



【軸対称な剛体回転天体の静水圧平衡】

(Zharkov & Trubitsyn, 1978)

$$\frac{1}{\rho} \nabla P = \nabla(V + Q)$$

重力 遠心力

$$V(r, \theta) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R_{\text{eq}}}{r} \right)^{2n} J_{2n} P_{2n}(\cos \theta) \right]$$

密度分布の効果

↓ 惑星モデル --- (例) 三層構造

表面(圧力で定義)での惑星の形状 + 密度分布



※ 木星 : ~10hr, 扁平率6%
土星 : ~10.5hr, 扁平率10%
(地球 : 扁平率0.3%)

【観測量】 重力場(J_{2n}), 赤道半径 (R_{eq}) • 極半径

Pioneer 10,11 (Null, 1976; Null+81)

Voyager 1,2 (Campbell & Synnott, 1985;
Campbell & Anderson, 1989)

Ulysses, Galileo probe, Cassini

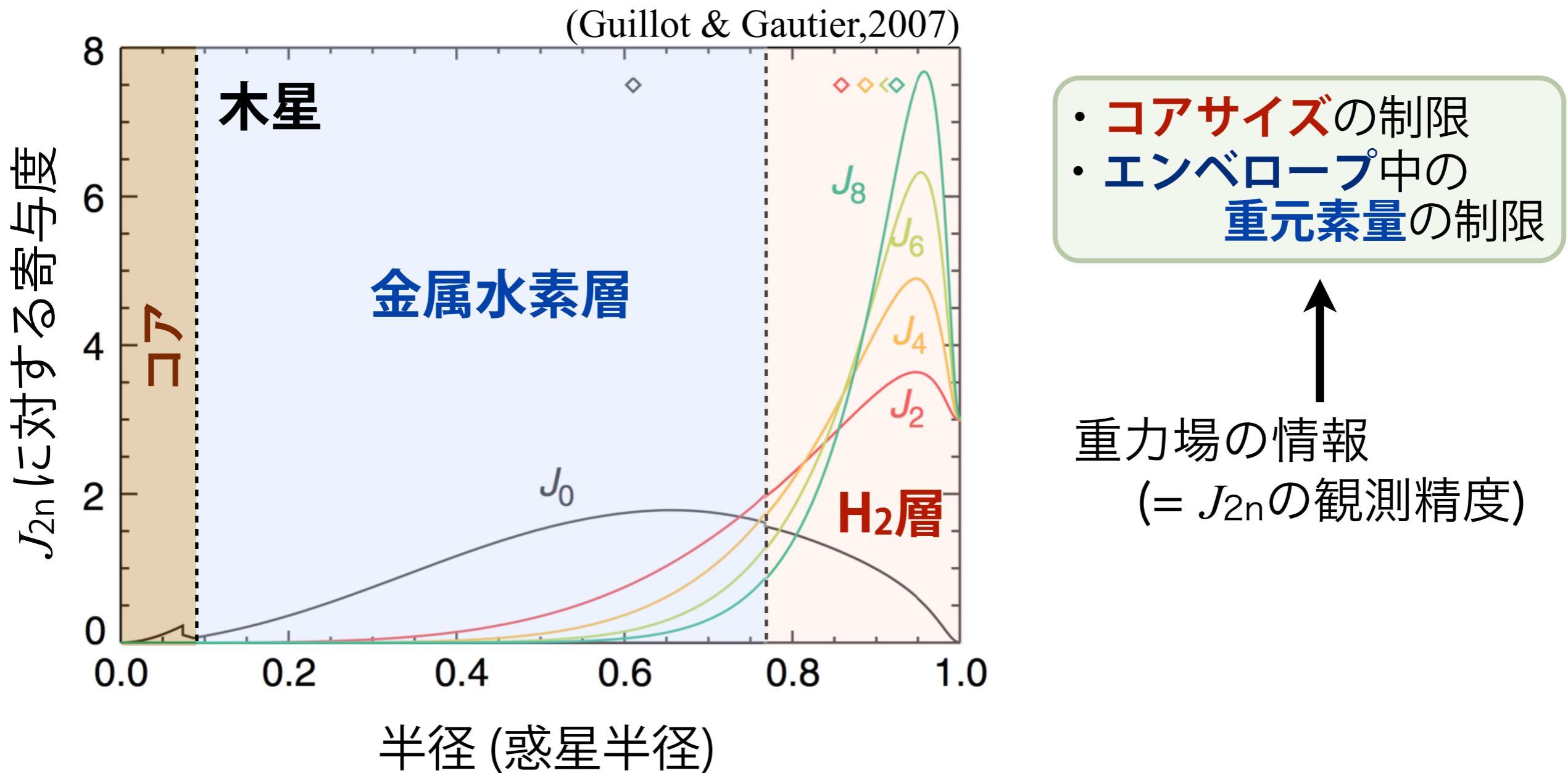
(Jacobson, 2003; Jacobson+04, 06)

内部構造の密度分布と重力場

重力モーメント ($J_2, J_4 \dots$: 重力ポテンシャルの非球対称成分)

$$J_{2n} = -\frac{1}{MR_{\text{eq}}^2} \int \rho(r) r^{2n} P_{2n}(\cos \theta) dV$$

※ 高次(高い n) --- 外側の密度分布の情報を反映



内部構造の密度分布と重力場

重力モーメント ($J_2, J_4 \dots$: 重力ポテンシャルの非球対称成分)

$$J_{2n} = -\frac{1}{MR_{\text{eq}}^2} \int \rho(r) r^{2n} P_{2n}(\cos \theta) dV$$

※ 高次(高い n) --- 外側の密度分布の情報を反映

	$J_2 \times 10^6$	$J_4 \times 10^6$	$J_6 \times 10^6$	$J_3 \times 10^6$	
木星	14696.43 ± 0.21	-587.14 ± 1.68	34.25 ± 5.22	-0.64 ± 0.901	(Jacobson,2003)
土星	16290.71 ± 0.27	-935.83 ± 2.77	86.14 ± 9.64	—	(Jacobson+06)
天王星	3341.29 ± 0.72	-30.44 ± 1.02	—	—	(Jacobson,2007)
海王星	3408.43 ± 4.50	-33.40 ± 2.90	—	—	(Jacobson,2009)



木星・土星 : J_6 以降の重力モーメントの精度と計測値
天王星・海王星 : J_4 以降の重力モーメントの精度と計測値

帯状風から重力場を探る

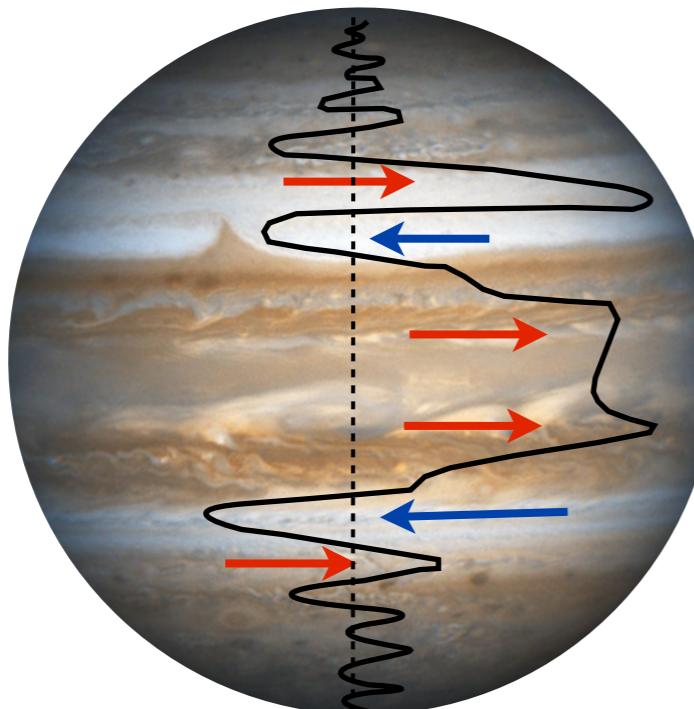
木星に見られる**東西方向**の**帯状風** (赤道のジェット: 順行のsuperrotation)

帯状風は数年~数10年は安定 (\leftarrow HST画像 1995-2008)

(Garcia-Melendo & Sanchez-Lavega,2001;Asay-Davis+11)

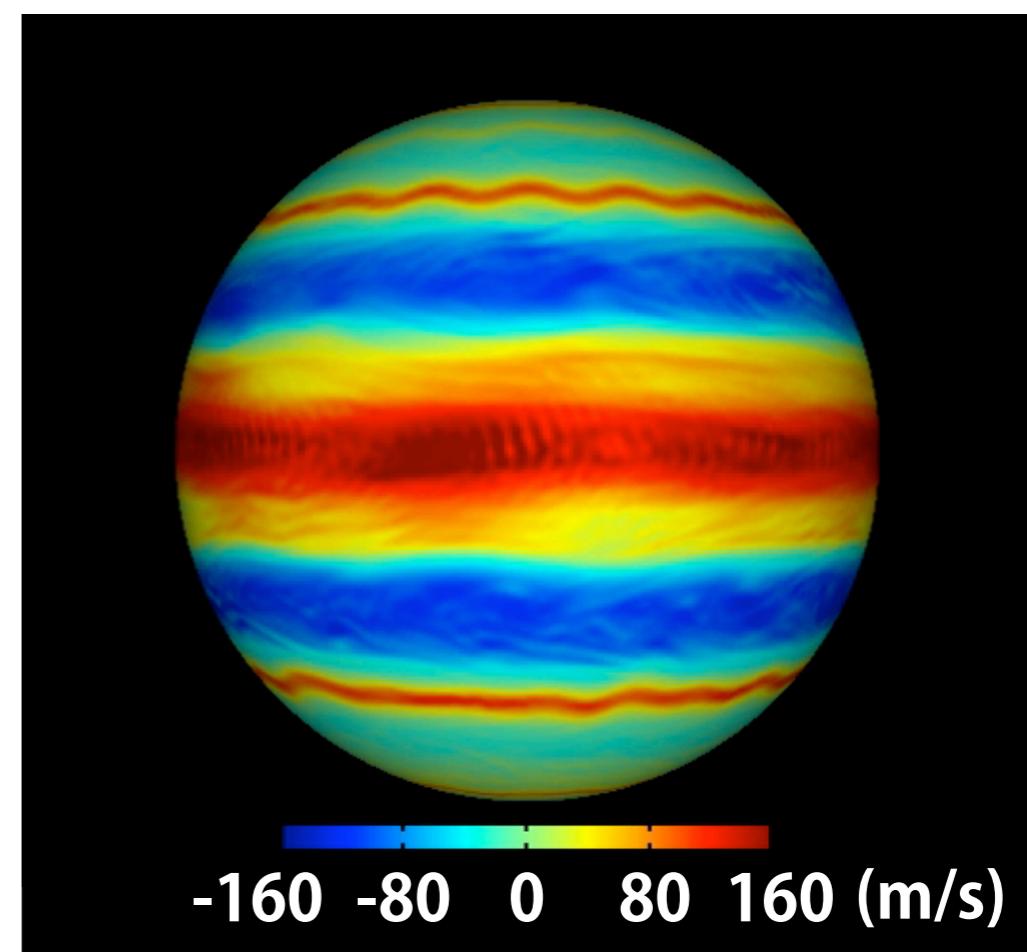
(駆動源) 日射量の差 (自転軸傾斜角~3°)?
内部からの対流による熱流束?

- Cassini探査機の画像解析
帯状風の緯度方向の速度プロファイル



-100 -50 0 50 100
風速(m/s) (Porco+03)

- 3D GCM simulation (0.75bar)

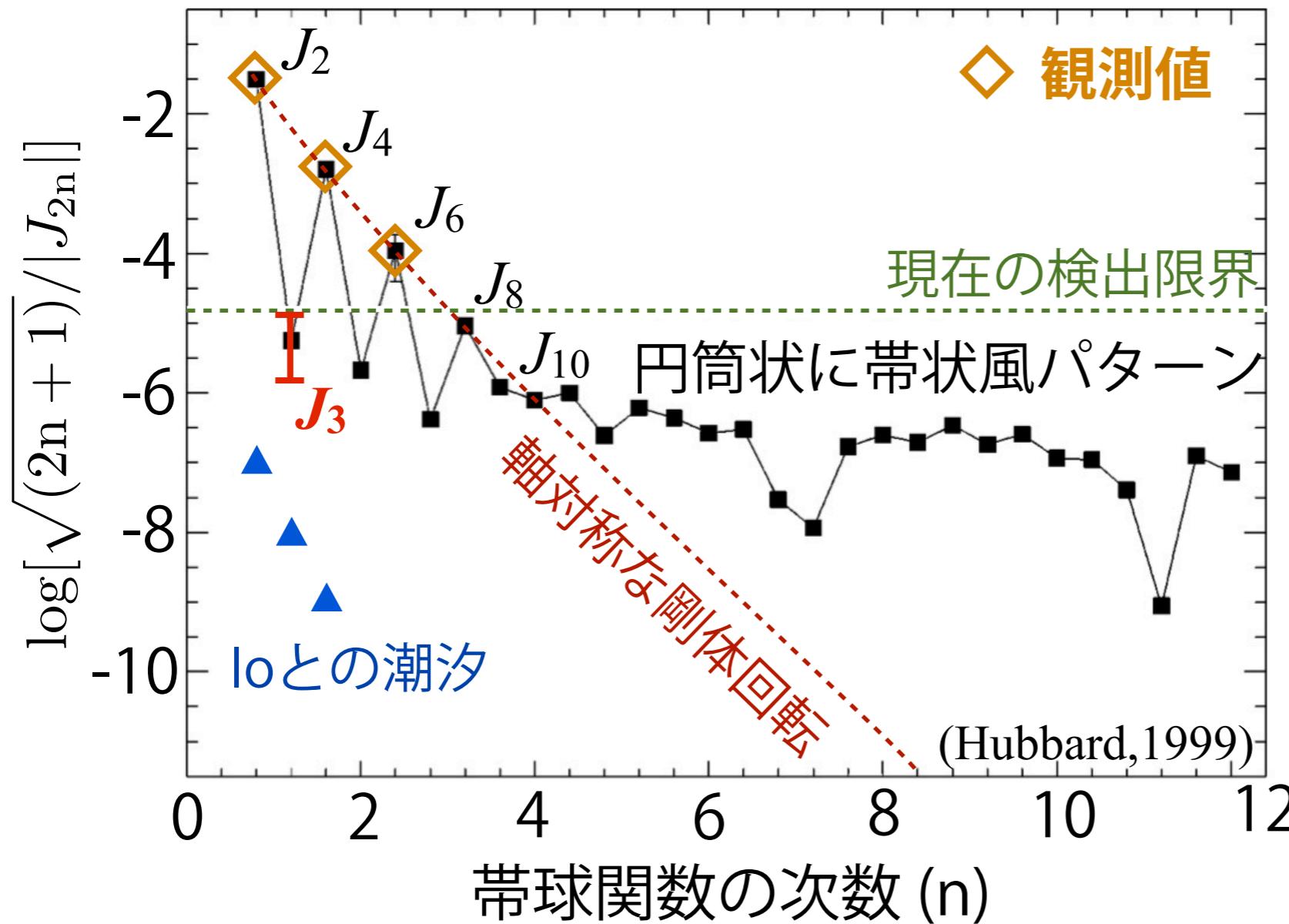


(Liu & Schneider,2010)

帯状風から惑星内部の回転パターン

どの深さまで帯状風のパターンが存在するか？

【数値実験】 J_{2n} と木星内部の回転パターンの関係



$$\frac{1}{\rho} \nabla P = \nabla V - \boxed{\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}}$$

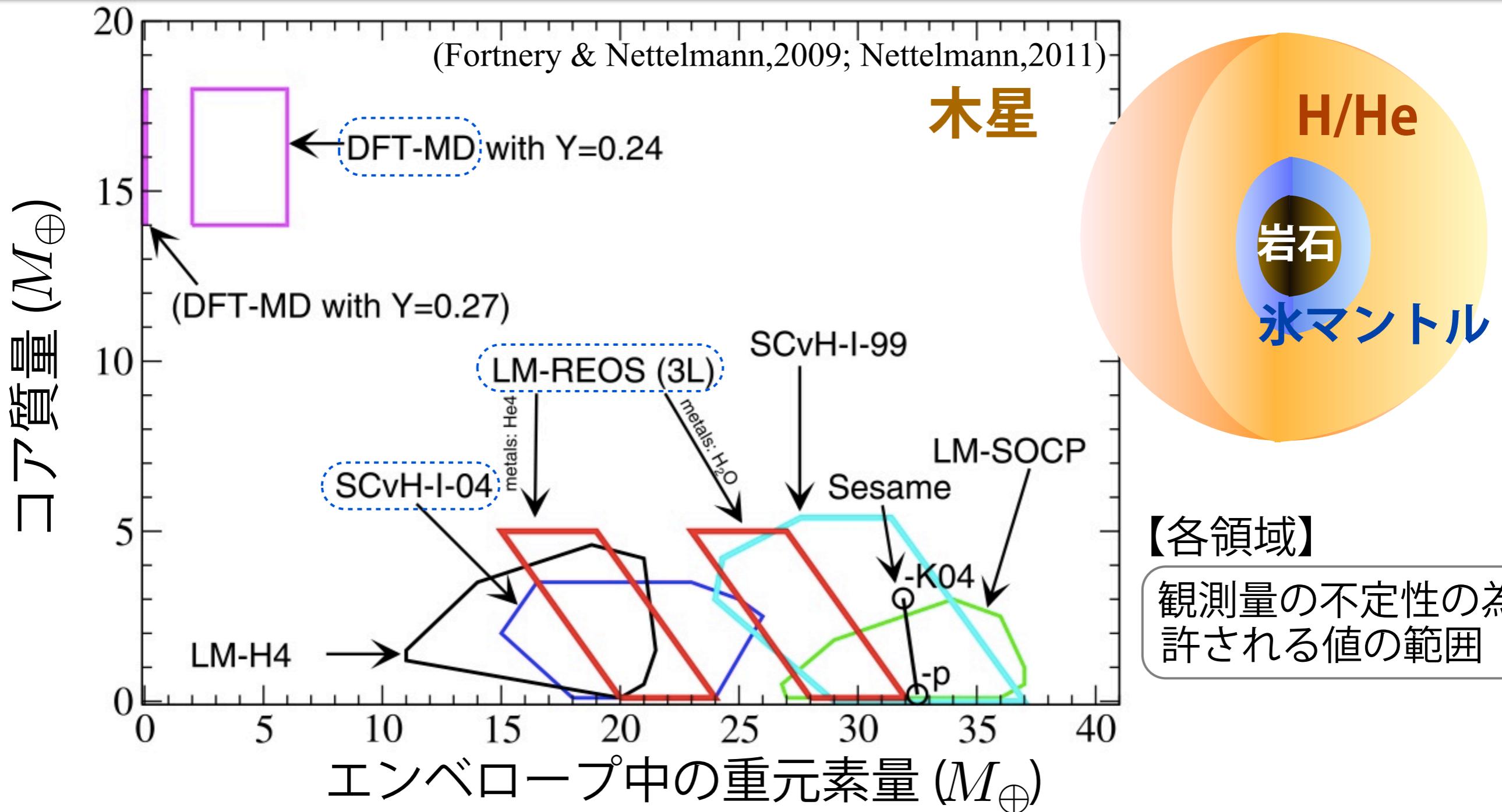
移流項

- 木星内部の回転
- 帯状風と深さの関係

高次 (J_{10} 以上) or 奇数次の重力モーメントの決定

※ 木星 $J_3 = -0.64 \pm 0.90 \times 10^{-6}$

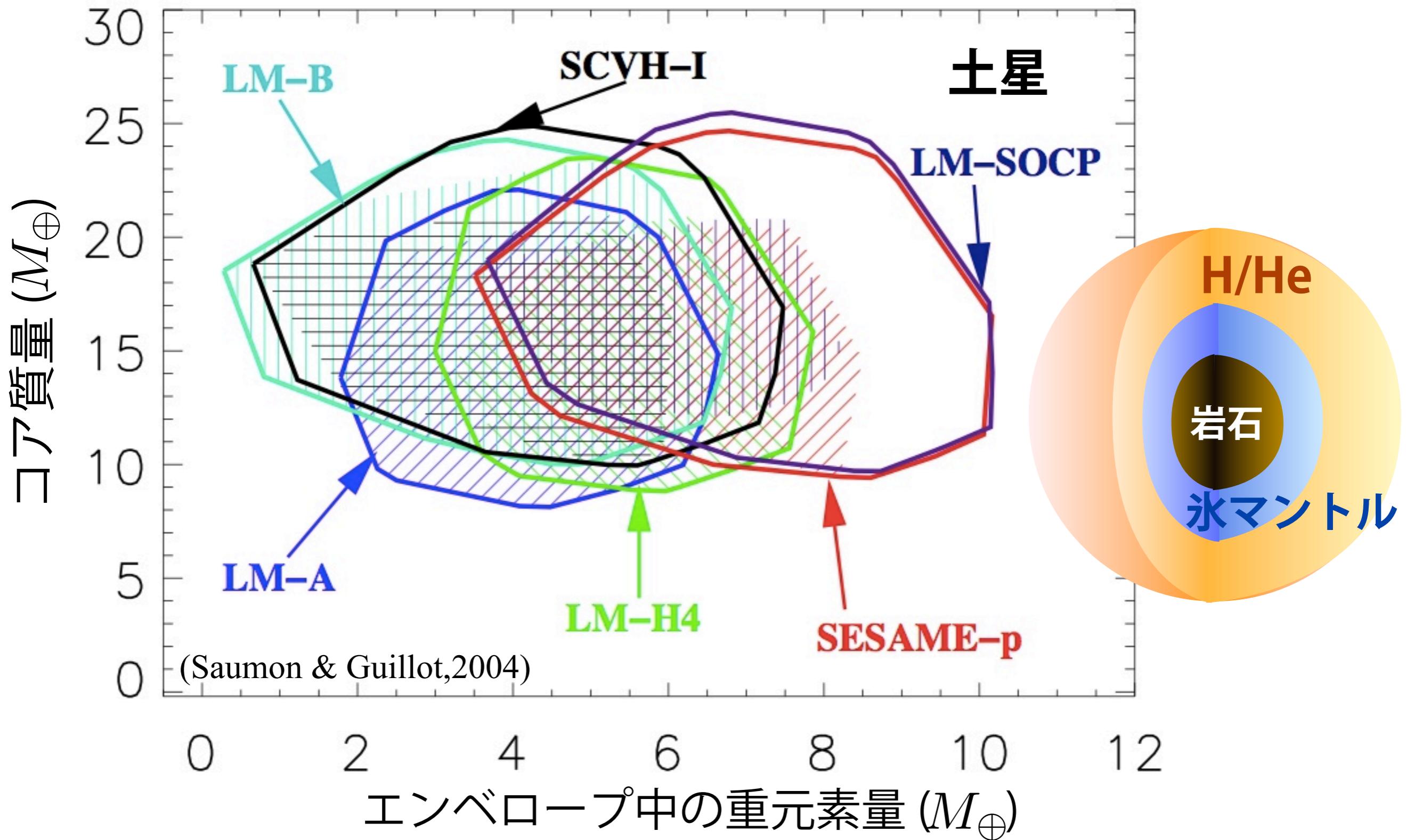
木星は小さなコアを持つ？



第一原理計算 : DFT-MD (Militzer+08)
 LM-REOS (Kietzmann+07; Holst+08;
 French+09; Nettelmann+08; 12) --- 物理的描像

自由エネルギー最小化法 : SCvH-I-99 (04) (Saumon+95; Saumon & Guillot, 2004)
 Sesame-K04(-p) (Kerley, 2003; 2004) --- 化学的描像
 LM-SOCP (H4) (Ross, 1998; 1999)

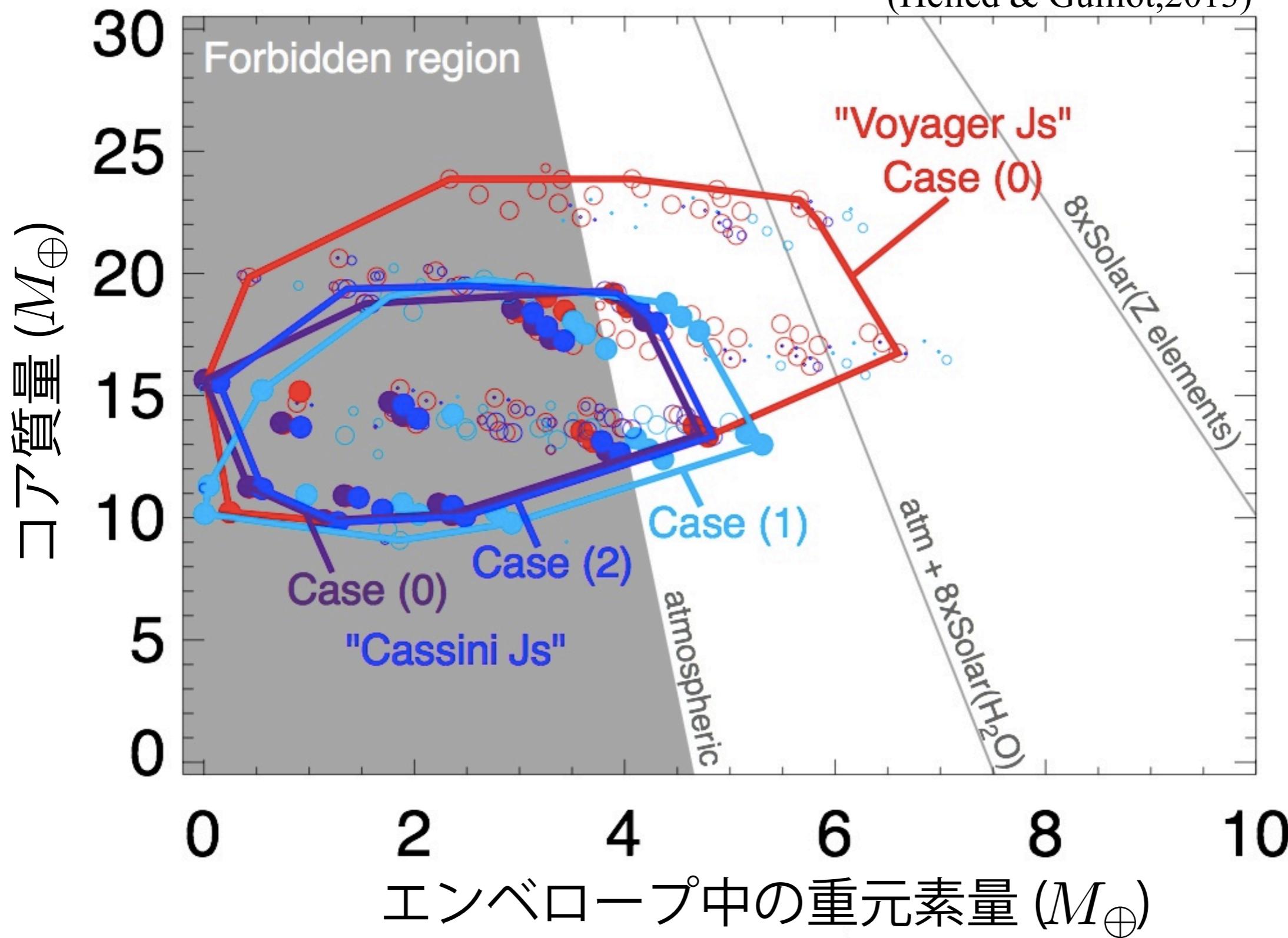
土星のコアは大きい？



自由エネルギー最小化法: **SCVH-I** (Saumon+95), **SESAME-p** (Kerley, 2003; 2004)
LM-A (B, H4) (Ross, 1998; 1999)

土星のコアと J_{2n} および形状の影響

(Helled & Guillot, 2013)



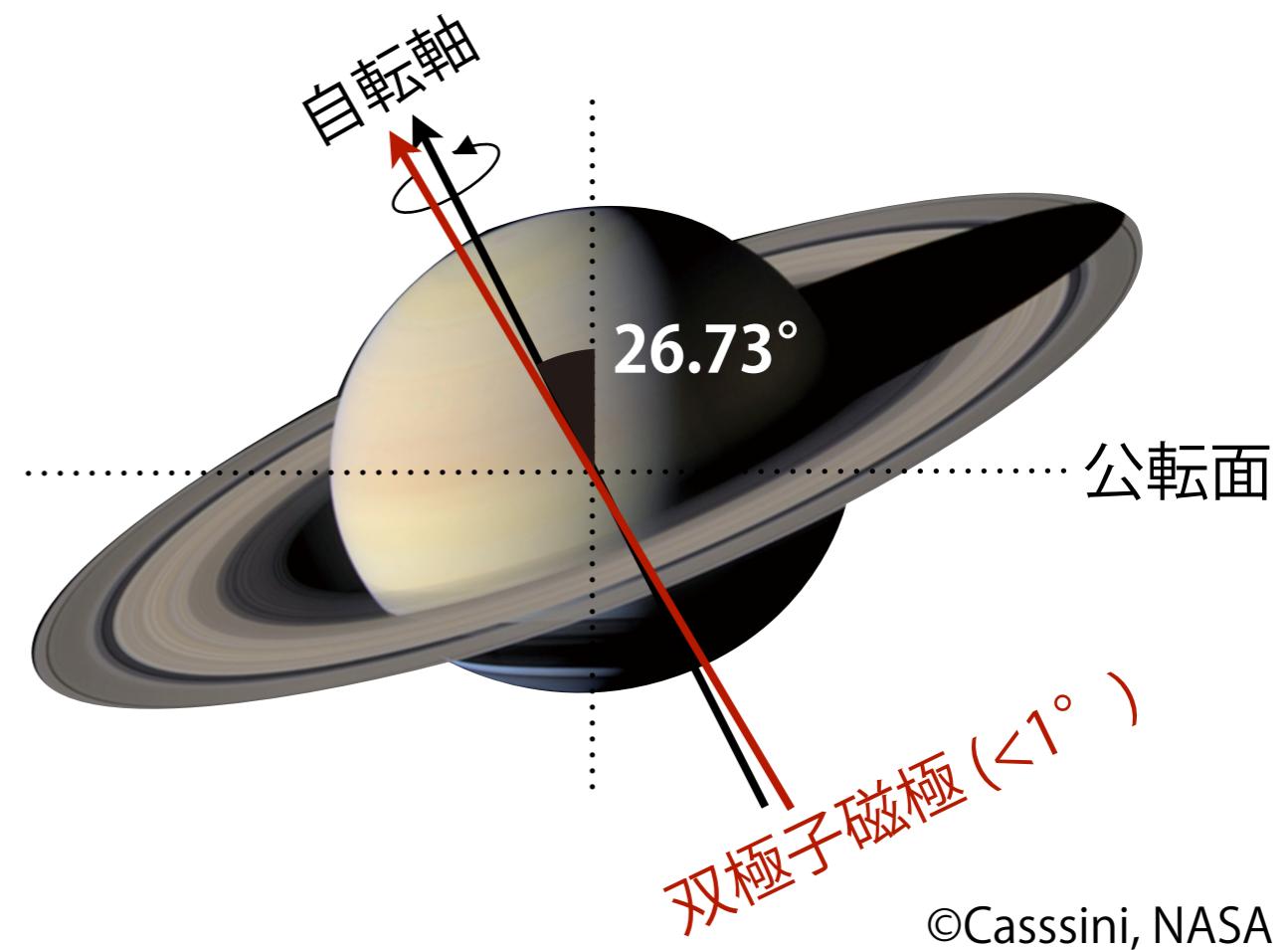
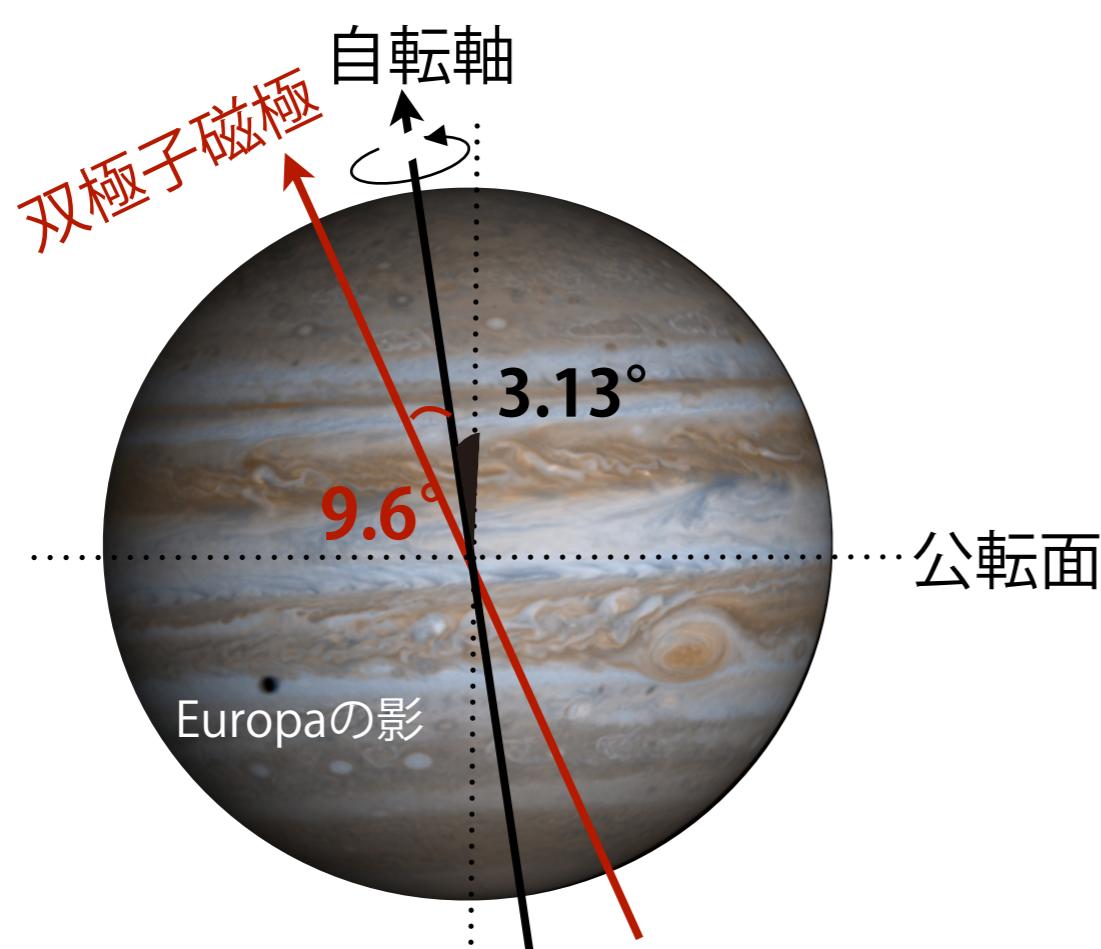
※ J_{2n} の観測値: Voyager or Cassini の結果

Case(0): 赤道半径, Case(1): 極半径, Case(2): 平均半径に合わせたモデル

磁場と土星のコアサイズ

木星：双極子磁場が卓越するが、四重極やより高次成分も見られる

土星：軸対称 + 磁軸の傾き $\sim 0^\circ$ を持つ磁場 (双極子磁場が卓越)



©Cassini, NASA

磁場と土星のコアサイズ

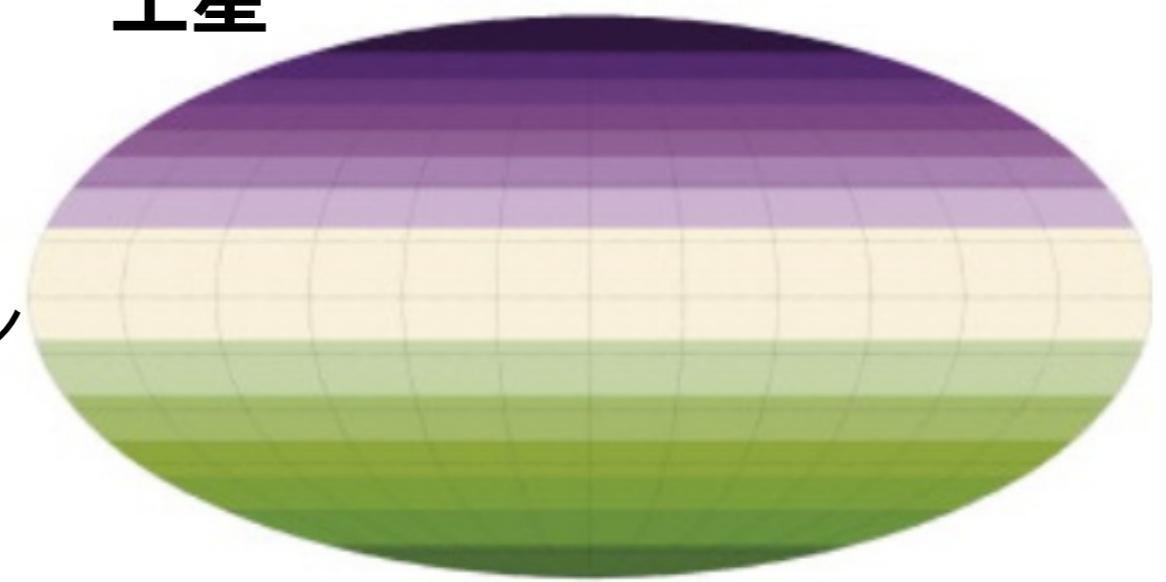
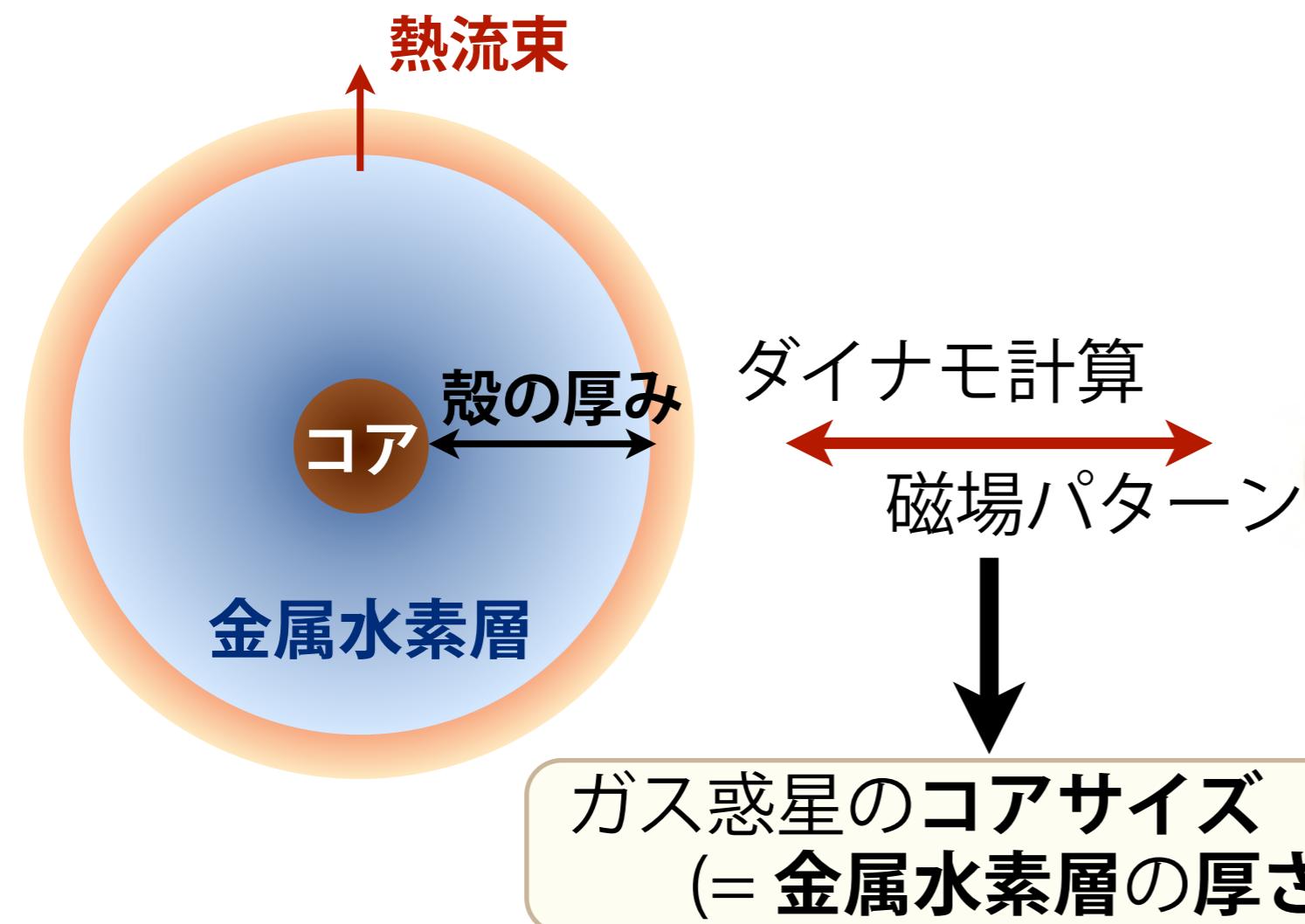
木星：双極子磁場が卓越するが、四重極やより高次成分も見られる

土星：軸対称 + 磁軸の傾き~ 0° を持つ磁場 (双極子磁場が卓越)

表面磁場の動径成分 (from Cassini)

※ 球面調和関数 ($l, m \leq 3$)

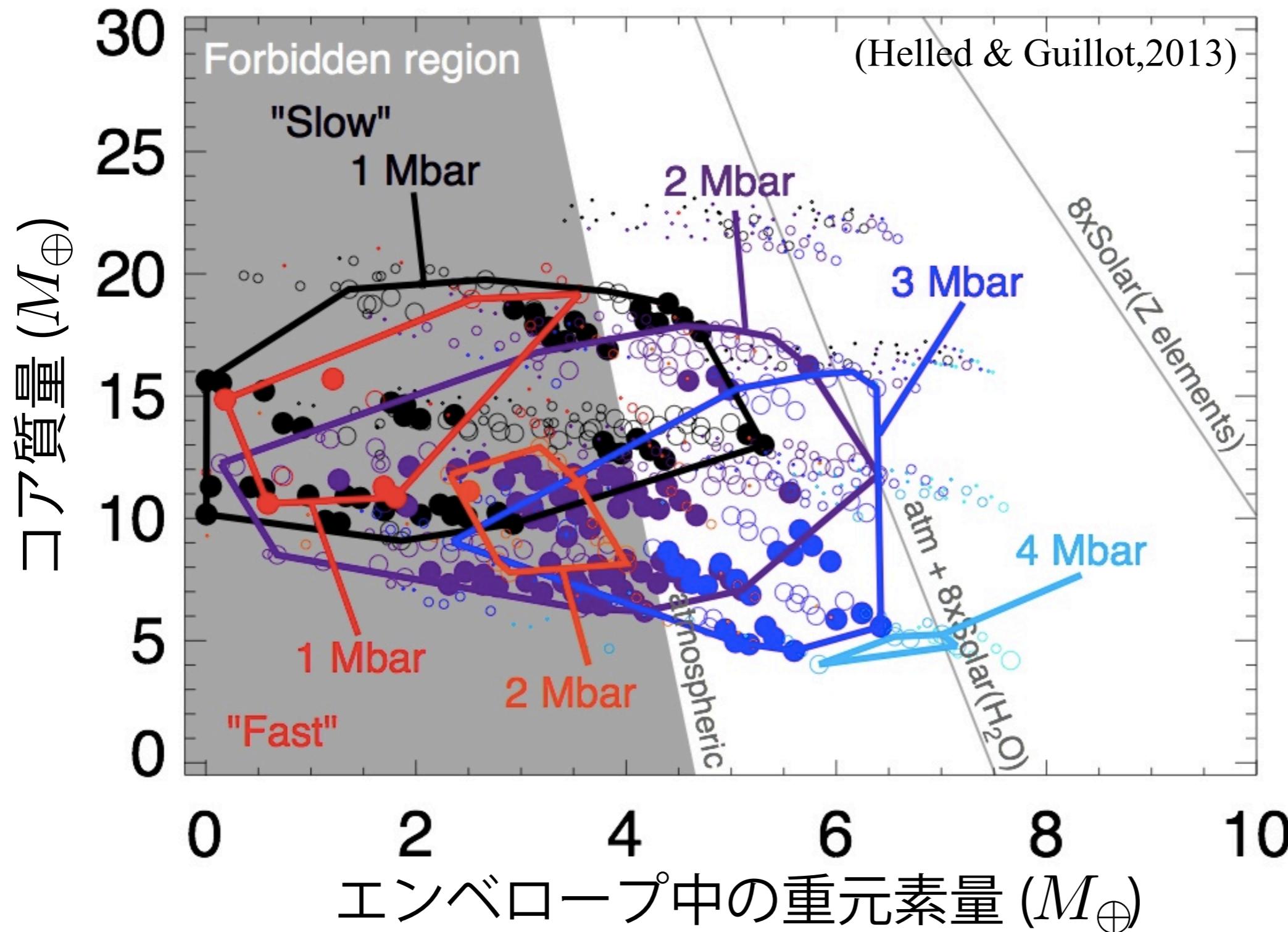
土星 軸対称・双極子磁場



(Schubert & Soderlund, 2011)

磁場から予想される土星コア \leq 10倍の地球質量 (Cao+2012)

土星のコアは小さいかもしれない？

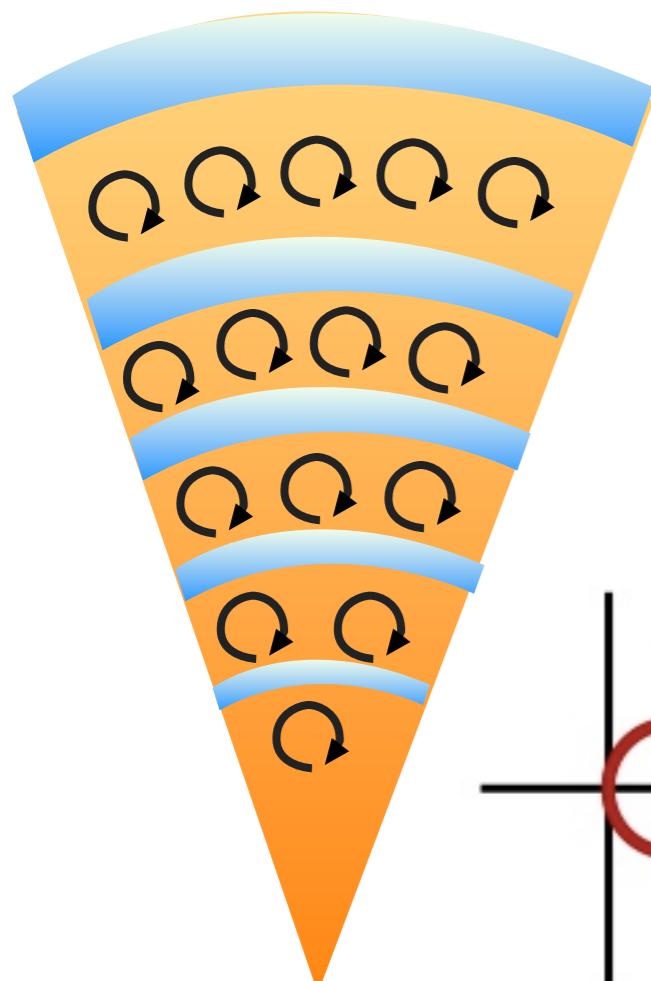


自転速度: Voyager ("Slow": 10時間39分22.4秒)
(Ingersoll & Pollard, 1982; Dessler, 1983)
Cassini ("Fast": 10時間32分35秒)
(Anderson & Schubert, 2007)

+ He-rich/poor 境目の
圧力: 1 – 4 Mbar

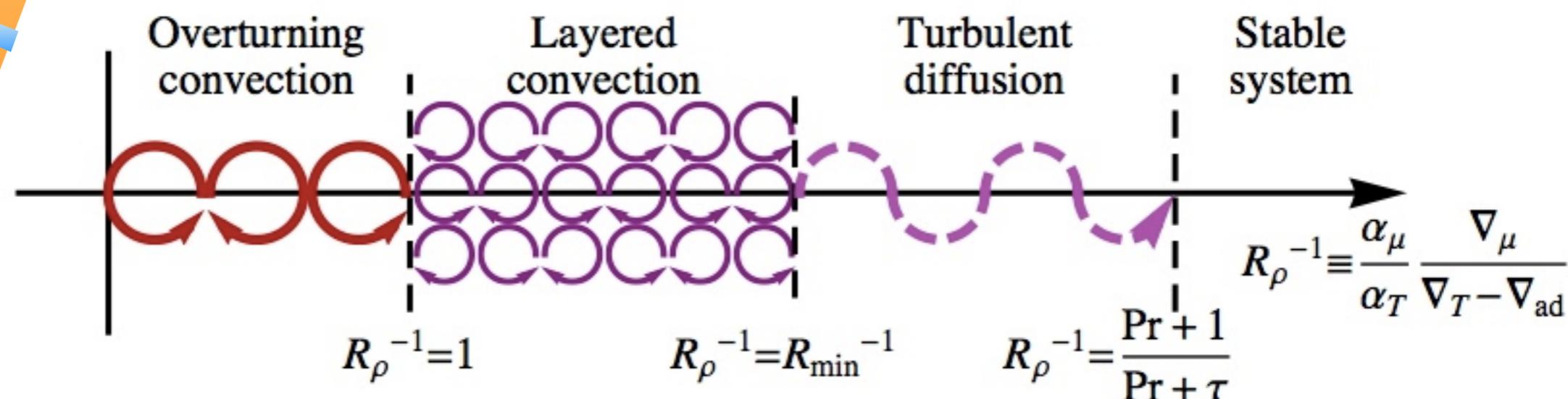
木星・土星内部が非一様な場合

惑星内部：Layered convection (Leconte & Chabrier, 2012)



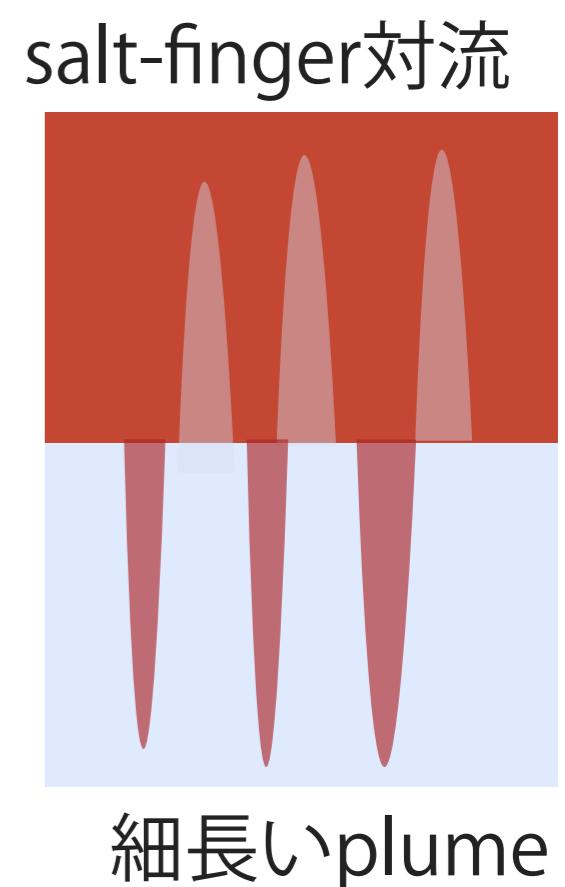
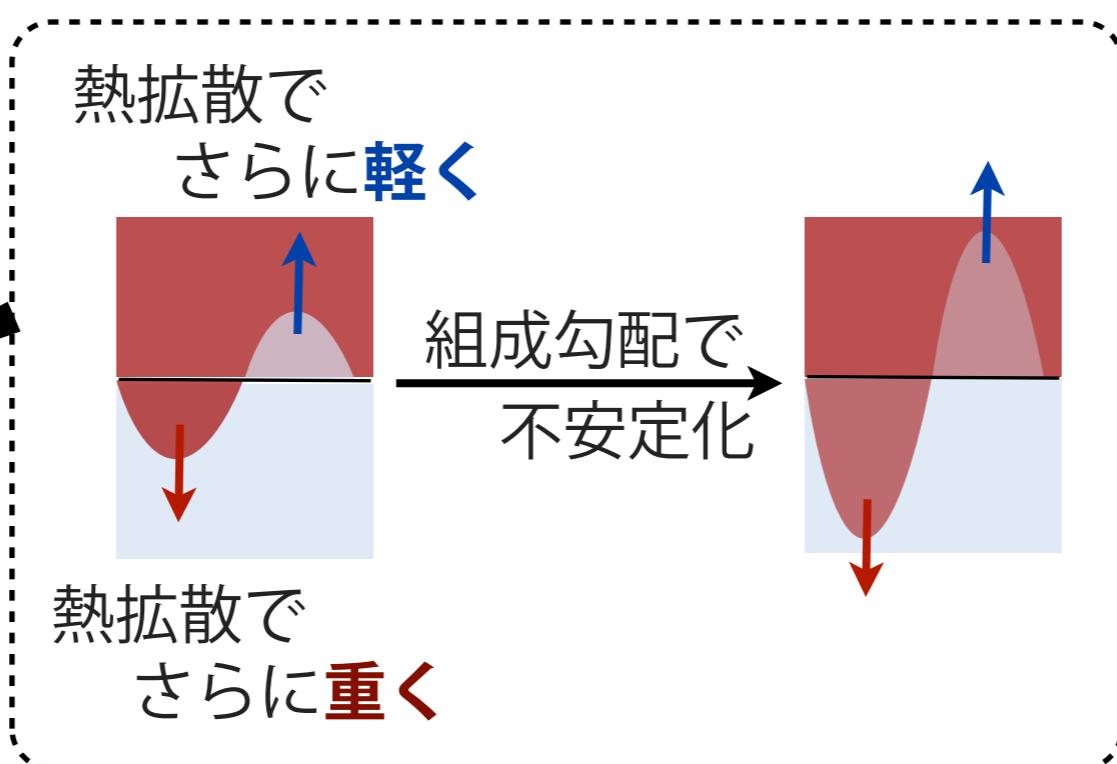
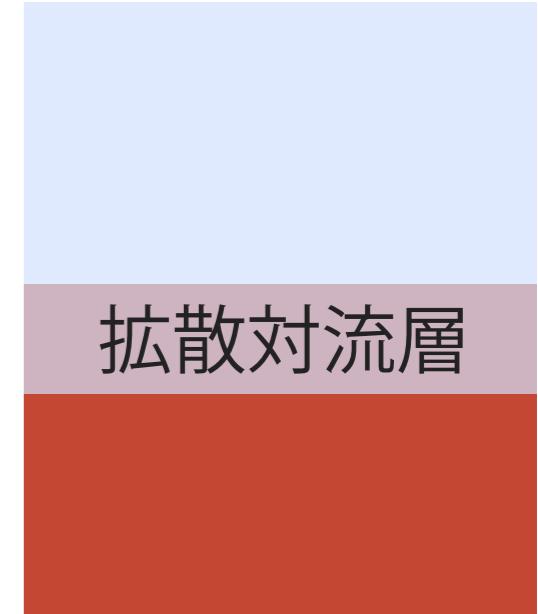
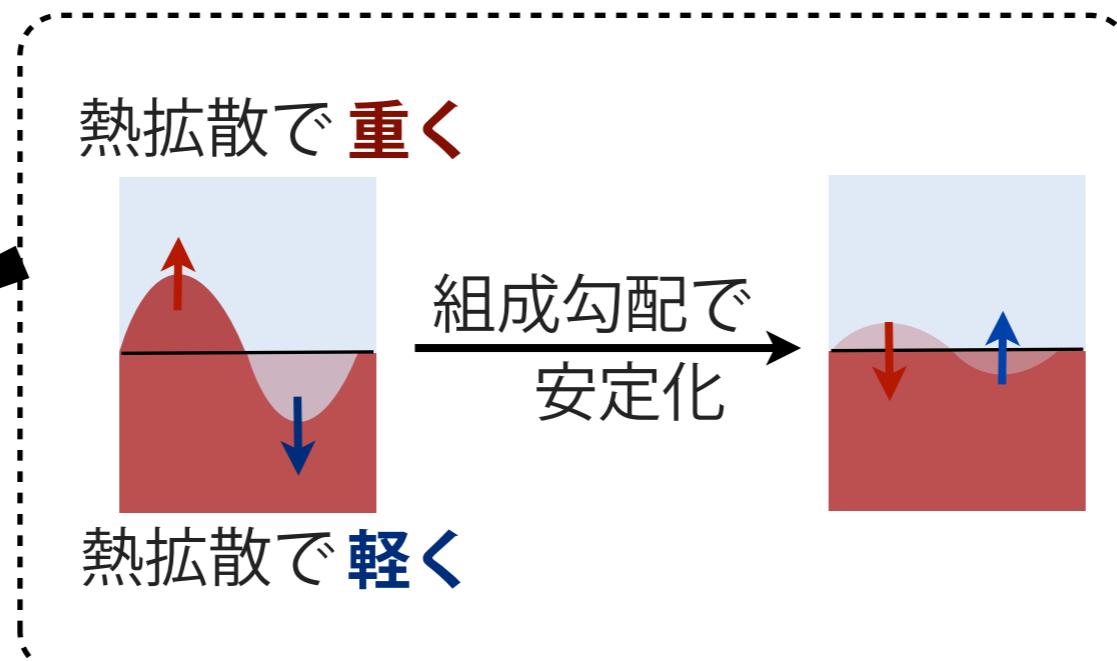
組成勾配による対流不安定の条件(**Ledoux criterion**)

$$R_\rho = \frac{\alpha_T}{\alpha_\mu} \frac{\nabla_T - \nabla_{\text{ad}}}{\nabla_\mu} < 1$$

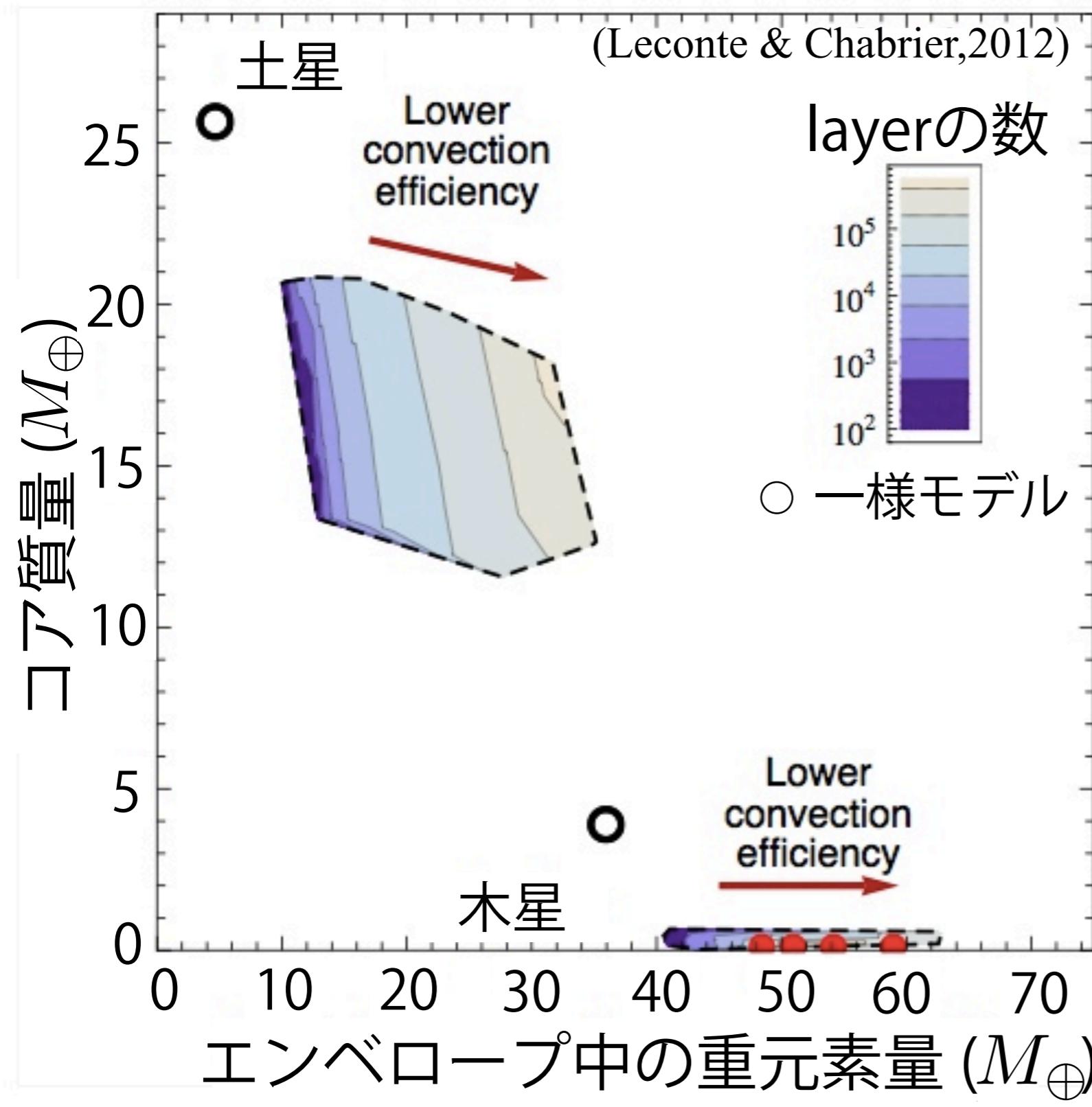


$$\because \alpha_T = - \left(\frac{\partial \log \rho}{\partial \log T} \right)_{P,\mu}, \quad \alpha_\mu = \left(\frac{\partial \log \rho}{\partial \log \mu} \right)_{P,T}$$
$$\nabla_\mu = \frac{d \log \mu}{d \log P}$$

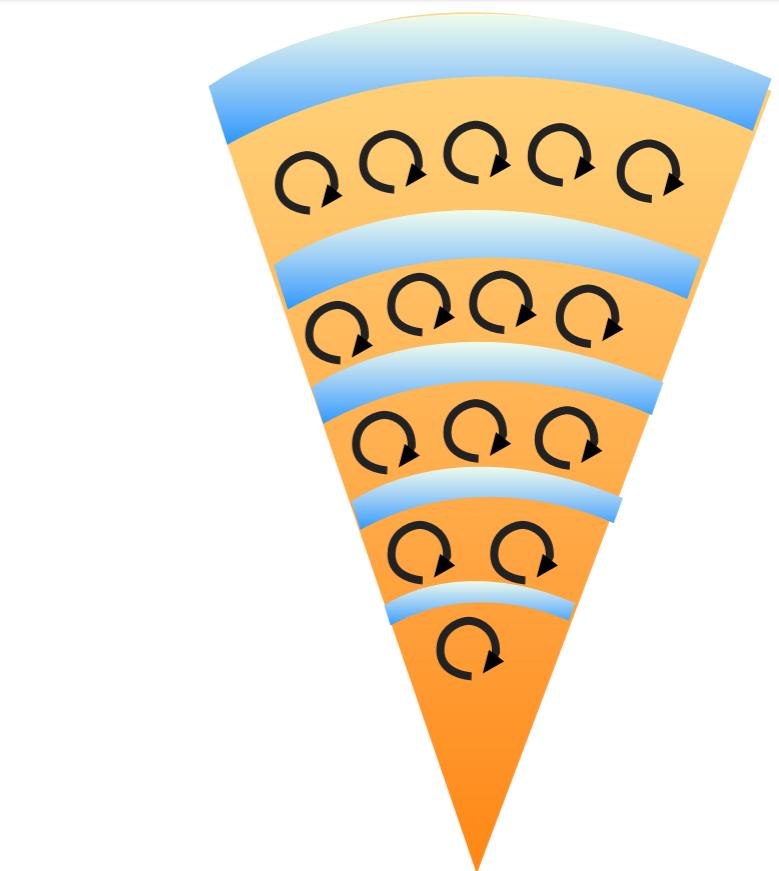
二重拡散対流：温度勾配と組成勾配



木星・土星内部が非一様な場合



『エンベロープ中の重元素量UP (コア分を再分配)』



非一様な内部の場合
（＝半対流層の増加）

↓
重元素、熱の輸送を阻害
内部は高温状態

↓
 P, ρ 変化出来ず (J_{2n} の要請),
平均分子量 ↑ (高温に対抗)

↑

参考文献

- Anderson, J. D., Schubert, G., 2007: Saturn's Gravitational Field, Internal Rotation, and Interior Structure, *Science*, 317, pp. 1384–1387
- Asay-Davis, Xylar. S., Marcus, Philip. S., Wong, Michael. F., de Pater, Imke., 2011: Changes in Jupiter's zonal velocity between 1979 and 2008, *Icarus*, 211, 2, pp. 1215-1232
- Boue , Gwenael., Lasker, Jacques., Kuchynka, Petr., 2009: Speed Limit on Neptune Migration Imposed by Saturn Tilting, *The Astrophysical Journal Letters*, 702, 1, pp. 19-22
- Campbell, J. K., Synnott, S. P., 1985: Gravity field of the Jovian system from Pioneer and Voyager tracking data, *Astronomical Journal*, 90, pp. 364-372
- Campbell, J. K., Anderson, J. D., 1989: Gravity field of the Saturnian system from Pioneer and Voyager tracking data, *Astronomical Journal*, 97, pp. 1485-1495
- Cao, H., Russell, C. T., Wicht, J., Christensen, U. R., 2012: Can We Tell the Inner Core Size and the Heat Flow Pattern inside a Planet from the Observed Magnetic Field?, *American Astronomical Society, DPS meeting #44*, #500.07

参考文献

- Correia, Alexandre. C. M, Laskar, Jacques., 2009: Mercury's capture into the 3/2 spin-orbit resonance including the effect of core-mantle friction, Icarus, 201, 1, pp. 1-11
- Correia, Alexandre. C. M, Laskar, Jacques., 2010: Long-term evolution of the spin of Mercury. I. Effect of the obliquity and core-mantle friction, 2010, Icarus, 205, 2, pp. 338-225
- Correia, Alexandre. C. M, Laskar, Jacques., 2012: Impact Cratering on Mercury: Consequences for the Spin Evolution, The Astrophysical Journal Letters, 751, 2, pp. 43-48
- Dessler, A. J., 1983: Physics of the Jovian magnetosphere, Cambridge University Press
- Fortney, Jonathan. J., Nettelmann, Nadine., 2009: The Interior Structure, Composition, and Evolution of Giant Planets, Space Science Reviews, 152, 1-4, pp. 423-447

参考文献

- French, Martin., Mattsson, Thomas. R., Netteleman, Nadine., Redmer, Ronald., 2009: Equation of state and phase diagram of water at ultrahigh pressures as in planetary interiors, *Physical Review B*, 79, 5, 054107 1-11
- Garcia-Melendo, E., Sanchez-Lavega, A., 2001: A Study of the Stability of Jovian Zonal Winds from HST Images: 1995-2000, *Icarus*, 152, 2, pp. 316-330
- Garcia-Melendo, E., Sanchez-Lavega, A., 2001: A Study of the Stability of Jovian Zonal Winds from HST Images: 1995-2000, *Icarus*, 152, 2, pp. 316-330
- Guillot, Tristan., 2005: THE INTERIORS OF GIANT PLANETS: Models and Outstanding Questions, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 33, pp. 493-530
- Guillot, Tristan., Gautier, Daniel., 2007: Giant Planets, *Treatise of Geophysics*, 10, pp. 439-464
- Harris, A. W., Ward, W. R., 1982: Dynamical constraints on the formation and evolution of planetary bodies, *Annual review of earth and planetary sciences*, 10, pp. 61-108

参考文献

- Helled, Ravit., Schubert, Gerald., Anderson, John. D., 2009: Empirical models of pressure and density in Saturn's interior: Implications for the helium concentration, its depth dependence, and Saturn's precession rate, Icarus, 199, 2, pp. 368-377
- Helled, Ravit., Guillot, Tristan., 2013: Interior Models of Saturn: Including the Uncertainties in Shape and Rotation, arXiv:1302.6690 ??
- Holst, M., Nagy, G., Tsogtgerel, G., 2008: Far-from-Constant Mean Curvature Solutions of Einstein's Constraint Equations with Positive Yamabe Metrics, Physical Review Letters, 100, 16, id. 161101
- Hubbard, W. B., 1999: NOTE: Gravitational Signature of Jupiter's Deep Zonal Flows, Icarus, 137, 2, pp. 357-359
- Ingersoll, A. P., Pollard, D., 1982: Motion in the interiors and atmospheres of Jupiter and Saturn - Scale analysis, anelastic equations, barotropic stability criterion, Icarus, 52, pp. 62-80

参考文献

- Jacobson, Robert, A., 2003: The Gravity Field of the Saturnian System, AAS, 35, pp.1037
- Jacobson, Robert. A., 2004: The Orbits of the Major Saturnian Satellites and the Gravity Field of Saturn from Spacecraft and Earth-based Observations, The Astronomical Journal, 128, 1, pp. 492-501
- Jacobson, Robert. A., 2006: The Gravity Field of the Saturnian System from Satellite Observations and Spacecraft Tracking Data, The Astronomical Journal, 132, 6, pp. 2520-2526
- Jacobson, Robert. A., 2007: The Gravity Field of the Uranian System and the Orbits of the Uranian Satellites and Rings, AAS, 39, pp. 4523
- Kerley, G. I., 2003, Sandia Report, SAND2003-3613, Sandia National Laboratory, Albuquerque, NM 87185
- Kerley, G. I., 2004a, research Rep., KTS-04-2
- Kerley, G. I., 2004b, research Rep., KTS-04-1

参考文献

- Kietzmann, Andre., Holst, Bastian., Redmer, Ronald., Desjarlais, Michael. P.; Mattsson, Thomas. R., 2007: Quantum Molecular Dynamics Simulations for the Nonmetal-to-Metal Transition in Fluid Helium, *Physical Review Letters*, 98, 19, id. 190602
- Liu, Junjun., Schneider, Tapio., 2010: Mechanisms of Jet Formation on the Giant Planets, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 67, 11, pp. 3652-3672
- Leconte, J., Chabrier, G., 2012: Layered double diffusive convection: From Earth oceans to giant planet interiors., SF2A-2012: Proceedings of the Annual meeting of the French Society of Astronomy and Astrophysics. Eds., pp. 237-240
- Militzer, Burkhanrd., 2008: A Massive Core in Jupiter Predicted from First-Principles Simulations, *The Astrophysical Journal*, 688, 1, pp. 45-48
- Nettelmann, Nadine., 2011: Predictions on the core mass of Jupiter and of giant planets in general, *Astrophysics and Space Science*, 336, 1, pp. 47-51

参考文献

- Nettelmann, Nadine., Becker, A., Holst, B., Redmer., 2012: Jupiter Models with Improved Ab Initio Hydrogen Equation of State (H-REOS.2), *The Astrophysical Journal*, 750, 1, id. 52, 10 pp.
- Nettelmann, Nadine., Holst, Bastian., Kietzmann, Andre., French, Martin., Redmer, Ronald., Blaschke, David., 2008: Ab Initio Equation of State Data for Hydrogen, Helium, and Water and the Internal Structure of Jupiter, *The Astrophysical Journal*, 683, 2, pp. 1217-1228
- Null, G. W., 1976: Gravity field of Jupiter and its satellite from Pioneer 10 and Pioneer 11 tracking data, *Astronomical Journal*, 81, pp. 1153-1161
- Null, G. W., Lau, E. L., Biller, E. D., Anderson, J. D., 1981: Saturn gravity results obtained from Pioneer 11 tracking data and earth-based Saturn satellite data, *Astronomical Journal*, 86, pp. 456-468

参考文献

- Porco, Carolyn. C., West, Robert. A., McEwen, Alfred., Del Genio, Anthony. D., Ingersoll, Andrew. P., Thomas, Peter., Squyres, Steve., Dones, Luke., Murray, Carl. D., Johnson, Torrence. V., Burns, Joseph. A., Brahic, Andre., Neukum, Gerhard., Veverka, Joseph., Barbara, John. M., Denk, Tilmann., Roatsch, Thomas., Throop, Henry., Tiscareno, Matthew., Vasavada, Ashwin. R., 2003: Cassini Imaging of Jupiter's Atmosphere, Satellites, and Rings, *Science*, 299, 5612, pp. 1541-1547
- Ross, M., 1998: Linear-mixing model for shock-compressed liquid deuterium, *Phys. Rev. B*, 58, 2, pp. 669-677
- Ross, M., 1999: Erratum: Linear-mixing model for shock-compressed liquid deuterium, *Phys. Rev. B*, 60, 9, pp. 6923
- Saumon, D., Chabrier, G., van Horm, H. M., 1995: An Equation of State for Low-Mass Stars and Giant Planets, *ApJS*, 99, pp. 713-741
- Saumon, D., Guillot, T., 2004: Shock Compression of Deuterium at Mbar Pressures and the Interior of Jupiter, *AIP Conf. Proc.*, 706, pp. 115-118

参考文献

- Schubert, G., Soderlund, K. M., 2011: Planetary magnetic fields: Observations and models, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 187, 3, pp. 92-108
- Smith, David E., Zuber, Maria T., Phillips, Roger J., Solomon, Sean C., Hauck, Steven A., Lemoine, Frank G., Mazarico, Erwan., Neumann, Gregory A., Peale, Stanton J., Margot, Jean-Luc., Johnson, Catherine. L., Torrence, Mark. H., Perry, Mark. E., Rowlands, David. D., Goossens, Sander., Head, James. W., Taylor, Anthony. H., 2012: Gravity Field and Internal Structure of Mercury from MESSENGER, *Science*, 336, 6078, pp. 214-217
- Ward, William R., Hamilton, Douglas P., 2004: Tilting Saturn. I. Analytic Model, *The Astronomical Journal*, 128, 5, pp. 2501-2509
- Ward, William R., Canup, R. M., 2006: The Obliquity of Jupiter, *The Astrophysical Journal*, 640, 1, pp. L91-L94

参考文献

- Wieczorek, Mark A., Correia, Alexandre C. M., Le Feuvre, Mathieu., Laskar, Jacques., Rambaux, Nicolas., 2012: Mercury's spin-orbit resonance explained by initial retrograde and subsequent synchronous rotation, *Nature Geoscience*, 5, 1, pp. 18-21
- Zharkov, V. N., Trubitsyn, V. P., 1978: Physics of planetary interiors, *Astronomy and Astrophysics Series*