惑星環のダイナミクス

道越秀吾

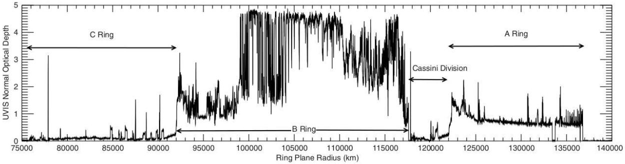
同志社大学

2012 年 8 月 23 日

概要

- 土星の環の構造概要
  - 光学的厚さ
  - サイズ分布
  - 特徴的な構造
- 土星の環の動力学
  - ヒル半径
  - 自己重力ウェイク構造
  - 粒子の速度分散
  - 粘性
  - 衛星と環の相互作用

Dense Ring



Colwell et al. 2009

光学的厚さ τ

C **リング**	0.1 **程度**
B **リング**	1 **以上**
A **リング**	0.5 **から** 1 **程度**

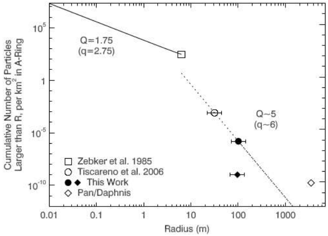
粒子のサイズ分布

$$n(R)dR \propto R^{-q}dR$$

- $R_{\min} < R < R_{\max}$
- $R_{\min} = 10 - 30\text{cm}$
- $R_{\max} = 1 - 10\text{m},\ q \sim 3$

(Zebker et al. 1985, French and Nicholson 2000)

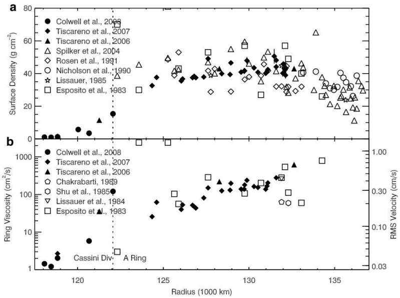
- $10\text{m} < R < 1000\text{m}$ **の小衛星 (moonlet) も一部の領域でみつかっており、ベキが急** $(q \sim 5)$ **と考えられている**
- **環の起源のモデルやその後の進化に制限が与えられる**



Tiscareno et al. 2008

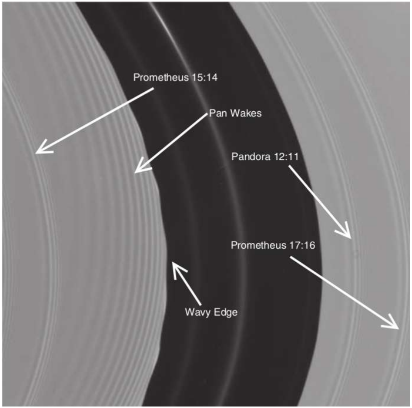
土星の環の面密度と粘性の推定

- **衛星の** inner Lindbland **共鳴による密度波が観測されている**
- **観測と理論の比較から** A **リングの面密度** ($\Longleftarrow$ **波長**) **と粘性** ($\Longleftarrow$ **減衰のスケール**) **が推定されている** (e.g., Colwell et al. 2008)
- A **リングの面密度** ($\sim 40\mathrm{g}/\mathrm{cm}^2$)**、粘性** ($\sim 100\mathrm{g}/\mathrm{cm}^2$)
- **粒子分布から推定した面密度との不一致** (French and Nicholson 2000)



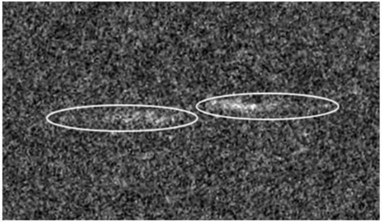
空隙

- **エンケ空隙、キーラー空隙のように環の中に隙間がある**
- **衛星が空隙を作っている** (Lissauer et al. 1981)
- **空隙の縁には衛星からの摂動による波が見られる**



エンケギャップ (Colwell et al. 2009)

プロペラ

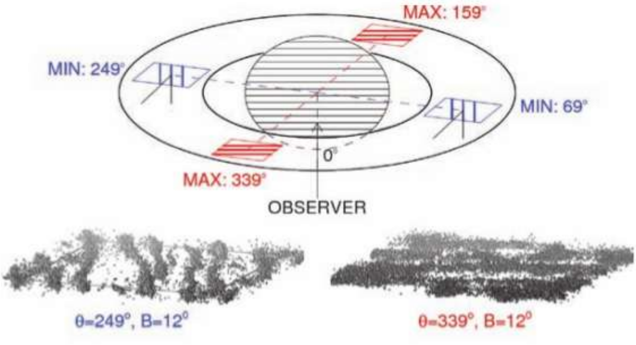


Tiscareno et al. 2006

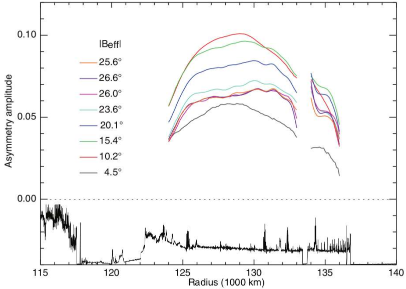
- 回転方向に揃った２つの微小な模様
- 大きさは動径方向に数百メートル
- 多くの場合は明るく見える
- A リングの特定の場所に集中して存在 (プロペラベルト)
- 小衛星による部分ギャップと関係？

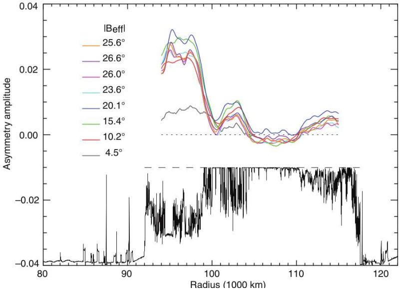
非軸対称構造

- **観測によって非軸対称構造の存在が示されていた** (e.g., Dones et al. 1993, French et al. 2007)
- **もし非軸対称構造があれば、場所に応じて光学的厚さが変わる**
- **角度はおよそ** $20°$



非軸対称構造の空間依存性

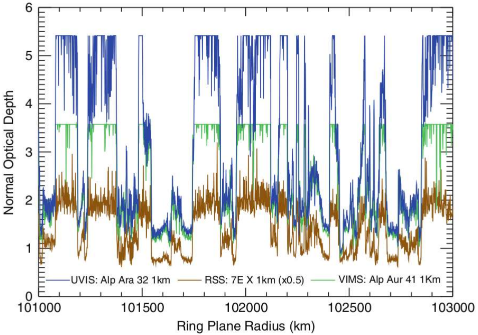




(Colwell et al. 2009)

- A リングと B リングの一部で非軸対称性が見られる
- 自己重力ウェイク構造で説明される

B リング中心部分の Bimodal 構造



(Colwell et al. 2007)

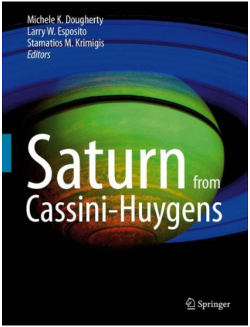
- **B リングの中心部分で** $\tau \simeq 1.5$ **程度の領域と** $\tau > 4$ **の領域が交互に見られる** (Colwell et al. 2007)
- **低** τ **から高** τ **の遷移はシャープ** (10 km **未満**)
- **高** τ **の幅は数** 10km **から** 150km **程度**
- **このような構造を作る力学機構はまだはっきりしていない**

小スケール軸対称周期構造

- 150m から 250m 程度の小スケール構造の存在が掩蔽観測によって分かった。
- A リングの中でも比較的 τ が高い場所と B リングの一部領域
- 自己重力ウェイク構造と違って傾き角が無い (Thomson et al. 2007, Colwell et al. 2007)
- $\Longrightarrow$ 粘性過安定機構が１つの候補

その他の構造

- **カッシーニによって他にも様々な構造が明らかとなっている** ($\Longrightarrow$ **レビュー**: 'Saturn from Cassini-Huygens' Chapter 13, Colwell et al. 2009)



ヒル半径

土星まわりに 2 つの天体があった場合、潮汐力よりも自己重力が効く距離

ヒル半径

$$R_H = \left(\frac{m_1 + m_2}{3M_{\mathrm{Sat}}}\right)^{1/3} a$$

無次元化されたヒル半径

$$\tilde{r}_H = \frac{R_H}{r_1 + r_2} = \left(\frac{\rho}{\rho_{\mathrm{Sat}}}\right)^{1/3} \left(\frac{a}{R_{\mathrm{Sat}}}\right) \frac{(1+\mu)^{1/3}}{(1+\mu)^{1/3}}$$

$$= 0.82 \left(\frac{\rho}{900\mathrm{kg\,m^{-3}}}\right)^{1/3} \times \left(\frac{a}{100,000\mathrm{km}}\right)$$

ここで $\mu = m_2/m_1$ とする。

土星の環では、$\tilde{r}_H \lesssim 1$ 程度

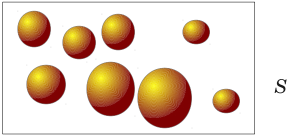
土星の環の力学の基本パラメータ

τ

Dynamical optical depth

$$\tau = \frac{\sum_i \pi r_i^2}{S}$$

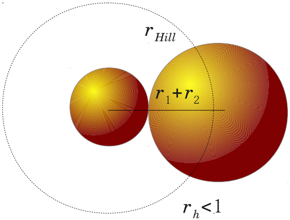
平面で見た filling factor $\Longrightarrow$ 面密度と関係



無次元化されたヒル半径

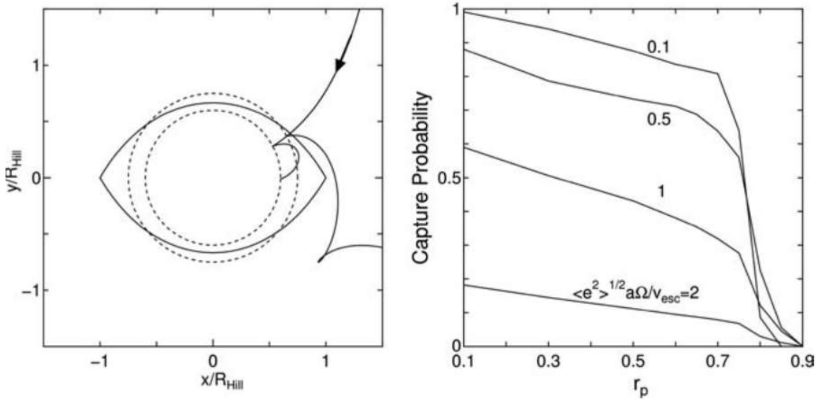
$$\tilde{r}_h = \frac{1}{\tilde{r}_p} = \frac{R_{\mathrm{Hill}}}{R_1 + R_2}$$

直感的には $\tilde{r}_h < 1$ のときは相手の粒子を束縛できない



降着

- **ヒル半径に対して物理半径が大きい時** $(\tilde{r}_H \lesssim 1)$ **降着できない** (Ohtsuki 1993)



重力不安定

Toomre の Q 値

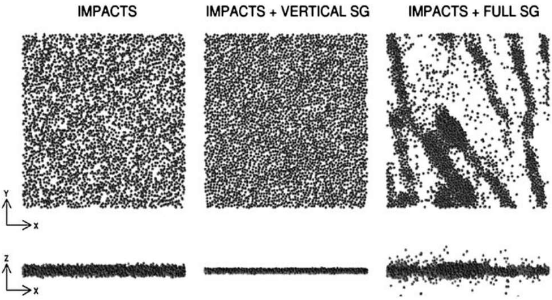
$$Q = \frac{c_r \kappa}{3.36 G\Sigma}$$

- κ : エピサイクル振動数
- c_r : r 方向の速度分散
- Σ : 面密度

もし $Q < 1$ の場合、自己重力不安定が起きる

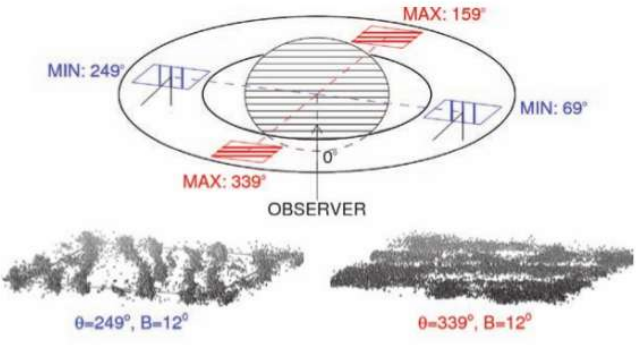
自己重力ウェイク

- $\tilde{r}_H \lesssim 1$(降着できない) でかつ $Q \lesssim 1$ のとき
- 重力不安定による粒子の塊の形成と短時間での潮汐力による破壊が発生
  - $\Longrightarrow$ 自己重力ウェイク構造
- 特徴的スケール $\lambda = \frac{4\pi^2 G\Sigma}{\Omega^2}$
- 非軸対称性
- Julian Toomre wake, Swing amplification による理解 (Fujii et al.)



自己重力ウェイクの存在

- 非軸対称構造の存在が示されていることから、A リングと B リングの一部には自己重力ウェイク構造が存在すると思われる



ランダム速度

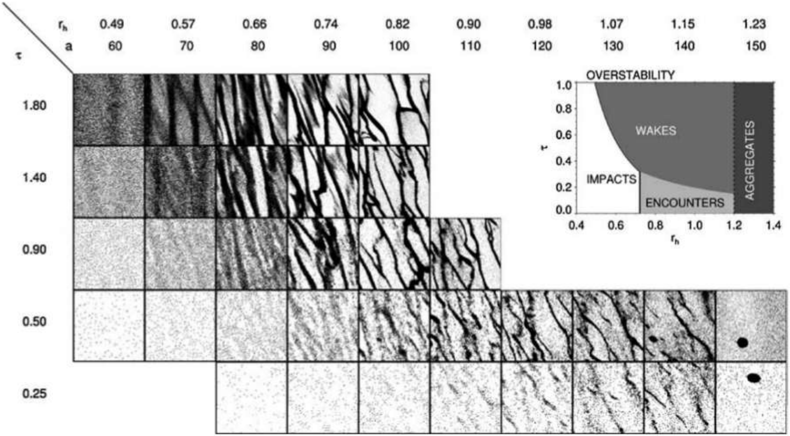
- **ランダム速度によって重力不安定が起きるか決まる**

$Q = \frac{c_r \kappa}{3.36 G \Sigma}$

- **衝突係数が臨界値より大きい場合は熱不安定が発生する** (Goldreich and Tremaine 1978)。**小さい場合は、定常値が存在**
- **加熱 (粘性加熱) と冷却 (非弾性衝突) のバランスから定常状態における速度が求められる** (Salo 1995, Ohtsuki and Emori 2000)

$$v_{\rm ran} \sim \begin{cases} 2 r_p \Omega & \tilde{r}_H < 0.6 \\ v_{\rm esc} & \tilde{r}_H > 0.6 \end{cases} \tag{1}$$

自己重力ウェイク発生の条件



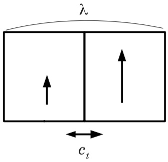
- τ (Dynamical optical depth) **は面積でのフィリングファクター** $(\sum \pi R_i^2/S)$

粘性

- **粘性の意味**：**速度場の異なる流体素片間の運動量交換**

希薄ガスの場合

$$\nu \sim c_{\rm t}\lambda_{\rm mfp}$$



- **粒子系**
  - translational viscosity, local viscosity (**ガスの粘性と同じ**)
  - collisional viscosity, nonlocal viscosity (**粒子の有限サイズ効果**)
  - gravitational viscosity (**重力不安定による粘性**)

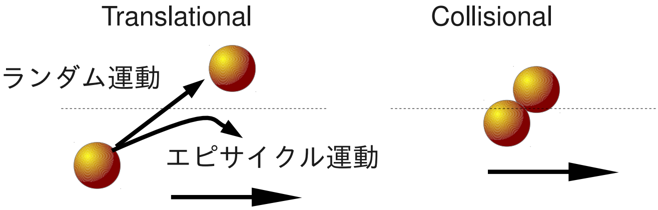
粘性の式

- translational viscosity (Goldreich and Tremaine 1978)
  - **高密度極限** $\nu \propto \frac{1}{\tau}$ **がガス粘性と同じ**
  - **低密度極限** $\nu \propto \tau \Longrightarrow$ **エピサイクル振動の効果**

$$\nu = \frac{c^2}{\Omega}\frac{\tau}{1+\tau^2}$$

- collisional viscosity (Shukhman 1984, Araki and Tremaine 1986)
  - **粒子のサイズが有限なのでランダム速度がゼロでも運動量輸送可能**

$$\nu = \Omega^2 D^2 \tau$$



重力粘性

- **自己重力ウェイク構造によって角運動量輸送が起こる**
- **重力不安定の典型的なスケール** λ, Ω **を用いて** $\nu \propto \lambda^2 \Omega$ **と期待される** (Daisaka et al.2001, Tanaka et al. 2003)

$$\nu = C(r_h) \frac{G^2 \Sigma^2}{\Omega^3}$$

以下の修正因子がシミュレーションより求められている:
$C(r_h) = 26 r_h^5$
因子の解析理論からの導出はできていない

- **粒子のスピンの効果** (Yasui et al. 2012)

流体近似

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)\sigma = -\sigma \nabla \cdot \vec{u} \qquad (14.17)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)u_r - \frac{u_\varphi^2}{r} = -\frac{\partial \Phi_{Planet}}{\partial r} - \frac{\partial \Phi_{Disk}}{\partial r} - \frac{1}{\sigma}\left(\nabla \cdot \hat{\mathbf{P}}\right)_r \qquad (14.18)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{u_\varphi}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r}\right)u_\varphi = -\frac{1}{r}\frac{\partial \Phi_{Disk}}{\partial \varphi} - \frac{1}{\sigma}\left(\nabla \cdot \hat{\mathbf{P}}\right)_\varphi \qquad (14.19)$$

ただし、$\eta = \eta(\sigma, T)$, $\xi = \xi(\sigma, T)$

$$P_{rr} = p - 2\eta \frac{\partial u_r}{\partial r} + \left(\frac{2}{3}\eta - \xi\right)\nabla \cdot \vec{u}$$

$$P_{r\varphi} = -\eta \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi}{r}\right)$$

$$P_{\varphi\varphi} = p - 2\eta \left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r}{r}\right) + \left(\frac{2}{3}\eta - \xi\right)\nabla \cdot \vec{u}.$$

不安定

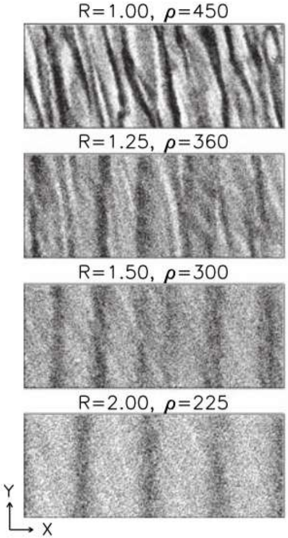
リング系の粘性:

$$\nu = \nu(\Sigma) \propto \tau^{\beta}$$

- β **の値によっては、不安定となることがありうる。**
  - $\Longrightarrow$ **数１００メートルの波長の軸対称密度構造の説明？**

- **粘性過安定** (Kato 1978, Borderies et al. 1985, Schmidt and Salo 2003)
- **粘性不安定** (Lukkari 1981, Salo and Schmidt 2010)
- **シアレイト不安定** (Tremaine 2003)

粘性過安定



$$\beta > \beta_{\rm cr} \simeq 1$$

の場合粘性過安定が発生

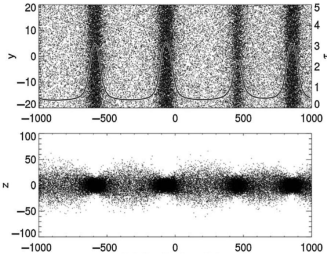
- 半径方向に振動する密度パターンが見られる
- シミュレーションでは重力不安定と共存することが確認された (Salo et al. 2001)
- 徐々に波長が大きくなっていくことがわかっている
- 波長はどこまで大きくなり飽和するか。曲率が効くか非線形効果が効くか

粘性不安定

$$\frac{\partial \eta}{\partial \Sigma} < 0$$

$$\eta = \Sigma\nu$$

のとき粘性不安定が発生する

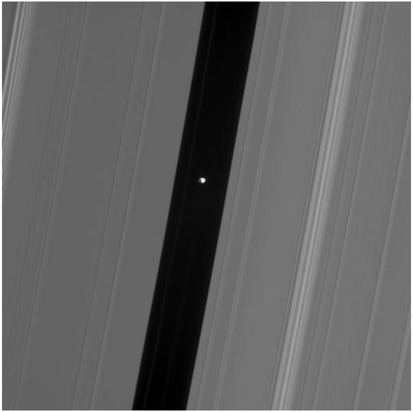


- **従来は起こらないと考えられていたが、特定の衝突散逸モデル** (Smooth model) **と** τ **がある条件を満たすときに不安定が発生することがわかってきた** (Salo and Schmidt 2010)
- **粒子のサイズによって選択的に集まりやすくなることもある**

衛星とリングの相互作用

- **共鳴** (Goldreich and Tremaine 1978)
- Density wave, Bending wave (Goldreich and Tremaine 1978, Shu 1984)
- **ギャップ生成** (Lissauer et al. 1981)

ギャップ形成



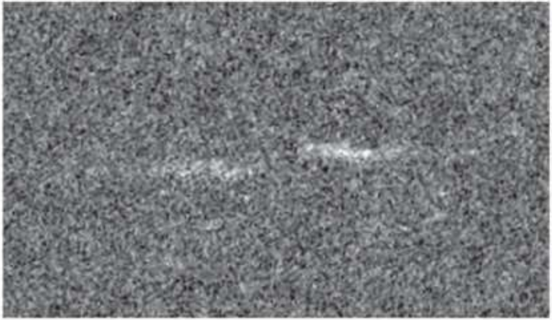
衛星 Pan とエンケの空隙

- 衛星がリングの中に埋め込まれているときはギャップを作る
- 衛星に散乱された粒子は軌道長半径の間隔が広がりギャップを開けようとする (Goldreich and Tremaine 1982)
- 粘性でギャップを埋めようとする

$$W_G \propto M_{\rm Moon}^{2/3} \propto R_{\rm Moon}^2$$

- $\Longrightarrow$ エンケ、キーラーの空隙でこのスケーリングがあてはまっている

プロペラ

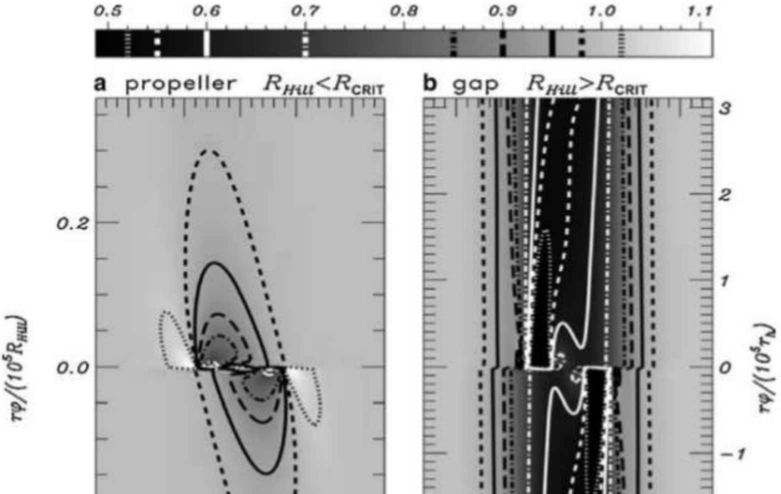


Tiscareno et al. 2006

- 回転方向に伸びた軸対象構造
- 完全なギャップではない部分的なギャップが関係していると思われる。

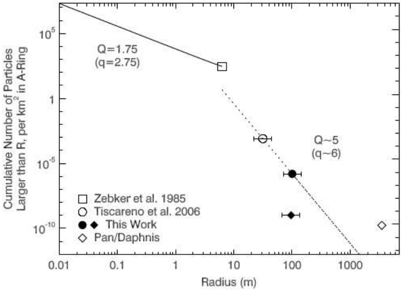
ギャップと部分ギャップ

- **衛星がある大きさより小さいと定常な部分ギャップができる** (Sremcevic et al. 2002)



小衛星のサイズ分布

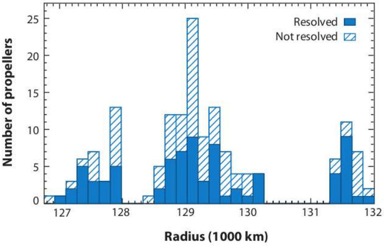
- 部分ギャップとプロペラが結びついていると仮定
- プロペラの半径方向のスケールは小衛星のヒル半径で特徴付けられる
- $\Longrightarrow$ 半径方向のサイズから小衛星のヒル半径が分かる $\Longrightarrow$ 小衛星の大きさが分かる



Tiscareno et al. 2008

- 小衛星のサイズ分布はリング粒子のサイズ分布とは異なる

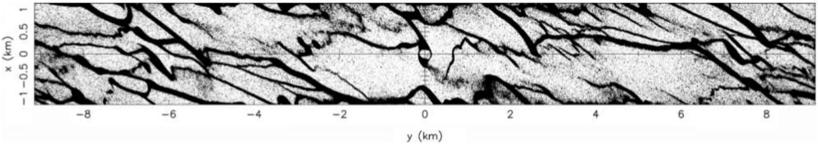
プロペラベルト



- A リングの特定の領域に「プロペラ」は集中している
- 理由はまだよく分かっていない

プロペラ形成条件

- **粒子サイズ分布によってプロペラ形成の条件は調べられていた** (Lewiss and Stewart 2009)
  - ⇒ **より重力が効いた一般の場合でのプロペラ形成条件** (Michikoshi and Kokubo 2011)
- **自己重力によってプロペラができない場合がある**



計算方法

局所回転座標系

ヒル方程式

$$
\begin{aligned}
\frac{d^2 x_i}{dt^2} &= 2\Omega v_{yi} + 3\Omega^2 x_i + \sum_j \frac{Gm_j}{r_{ij}^3}(x_j - x_i) - \frac{GM}{r_i^3} x_i \\
\frac{d^2 y_i}{dt^2} &= -2\Omega v_{xi} + \sum_j \frac{Gm_j}{r_{ij}^3}(y_j - y_i) - \frac{GM}{r_i^3} y_i \\
\frac{d^2 z_i}{dt^2} &= -\Omega^2 z_i + \sum_j \frac{Gm_j}{r_{ij}^3}(z_j - z_i) - \frac{GM}{r_i^3} z_i
\end{aligned}
$$

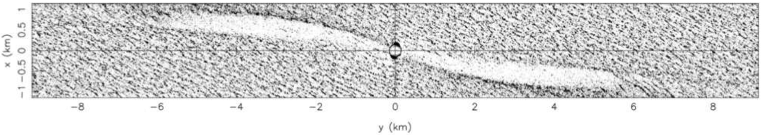
M は moonlet の質量。moonlet は中心に固定

モデル

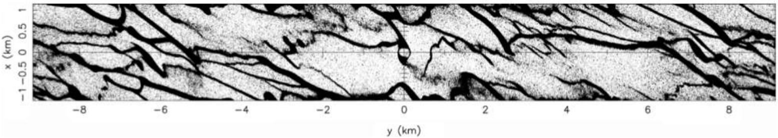
- **中心に** moonlet **をおいた局所座標系**
- moonlet **は半径** 150m, **密度** $0.7\mathrm{g/cm^2}$
- **リング粒子サイズ分布** (2m - 10m)
- **非弾性衝突** (Bridges et al. 1984 **モデル**)
- **粒子モデルは** Hard-sphere **モデル**
- **重力計算は** GRAPE-DR **を使用**

プロペラと自己重力ウェイク

低密度

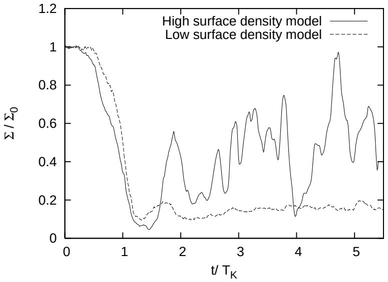


高密度



- **自己重力ウェイクがあるとプロペラが壊される** (Michikoshi and Kokubo 2011)

面密度の進化



- 高密度モデルでは密度が激しく進化 $\Longrightarrow$ プロペラの中にウェイクによる塊が侵入して構造を破壊している
- 低密度モデルでは密度が一定 $\Longrightarrow$ 安定してプロペラができている

プロペラができるかどうかは密度によって決まっている

プロペラ形成条件

- Wake の典型的速度 $Q \sim 1 \Leftrightarrow v_w = 2\pi G\Sigma/\Omega$
- moonlet の散乱による典型的速度 $\sim r_H\Omega$

壊される条件

$$v_w \gg r_H\Omega \Rightarrow \lambda \gg r_H$$

(または $\Sigma\lambda^2 \gg M_{\rm moon}$)

$$\begin{aligned}
\Sigma < \Sigma_{\rm cr} \quad &\equiv \quad C\left(\frac{M_{\rm s}^2\rho R^3}{144\pi^5 a^6}\right)^{1/3} \\
&= \quad 167\,{\rm g/cm^2}\left(\frac{C}{1.5}\right)\left(\frac{a}{1.3\times10^5\,{\rm km}}\right)^{-2}\left(\frac{\rho}{0.9\,{\rm g/cm^3}}\right)^{1/3} \\
&\quad\quad \times\left(\frac{R}{100\,{\rm m}}\right)
\end{aligned}$$

プロペラと自己重力ウェイク

- **シミュレーションと見積もりがよく一致する** (Michikoshi and Kokubo 2011)