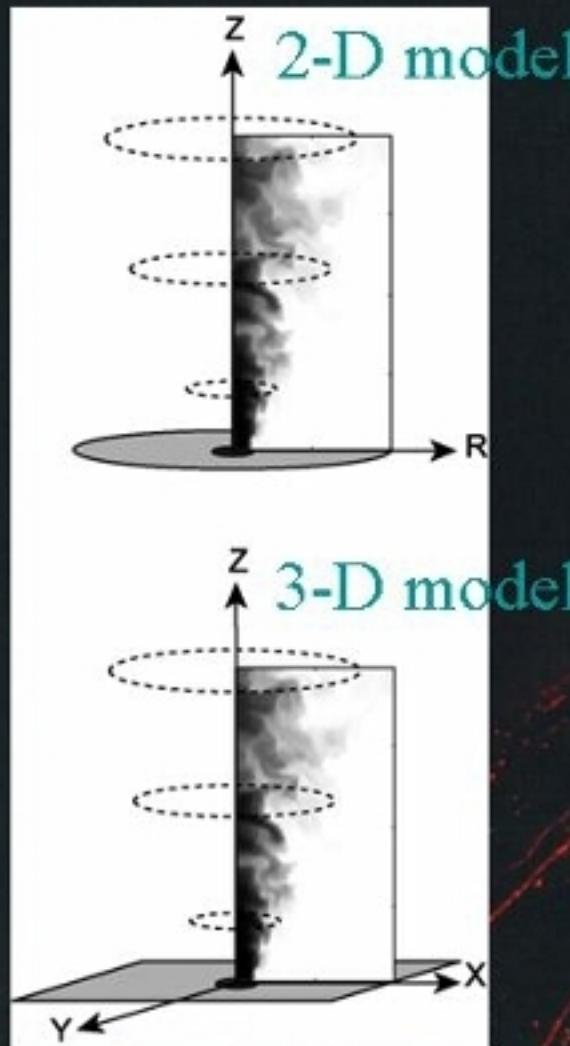


# 目次

1. 火山現象と、対象とする問題
2. 先行研究(噴煙の数値モデル)
3. モデル構築
  - 3.0. 概略
  - 3.1. 乱流混合
  - 3.2. 状態方程式
4. 計算結果
5. 観測データとの比較
6. 単純化モデルへのフィードバック

# 非定常噴煙モデルの構築

非定常噴煙モデル (高 $Re$ )



定常噴煙 (高 $Re$  + 定常)

噴煙高度  
火碎流の発生条件

密度変化

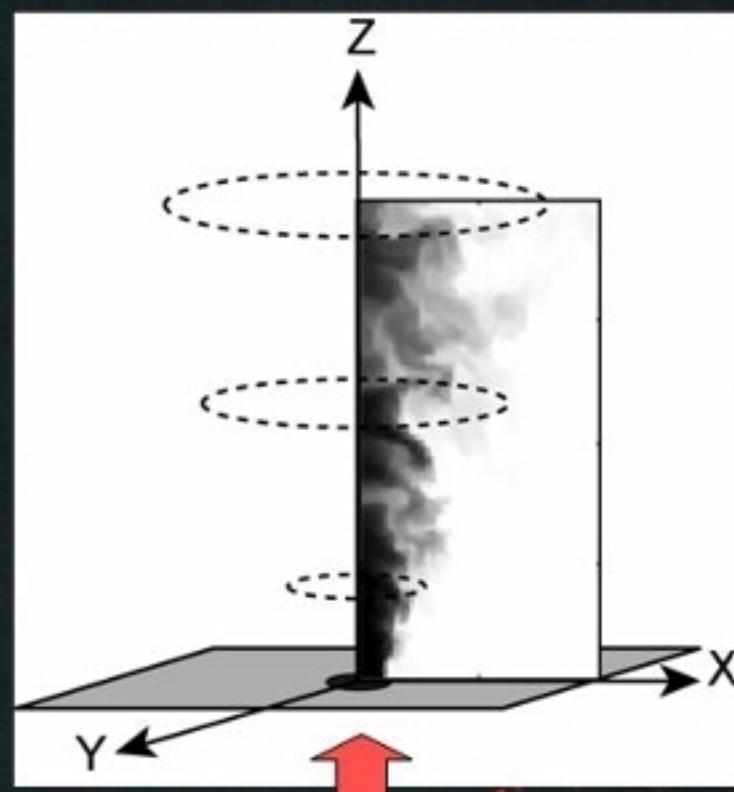
定常ジェット (高 $Re$  + 定常 + 均質)

- A. 自己相似性  
A1) 3次元性  
A2) 空間分解能

乱流混合

- B. 混合効率の $Re$ 非依存性

# 非定常噴煙モデル[Suzuki et al., 2005]



- 平坦な地表にある、円形の火口から噴煙が噴出する
- 火山灰と火山ガスは同速度で運動
- 火山灰・火山ガス・大気は混合すると瞬時に熱平衡
- 大気は成層構造を持つ

密度変化・乱流混合を  
正確に再現しなければならない

# 支配方程式

質量保存式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0$$

運動量保存式

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u} + p \mathbf{I}) = -\rho \mathbf{g}$$

エネルギー保存式

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \nabla \cdot [(\rho e + p) \mathbf{u}] = -\rho \mathbf{g} \cdot \mathbf{u}$$

噴出物の質量保存式

$$\frac{\partial(\rho \xi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \xi \mathbf{u}) = 0$$

状態方程式

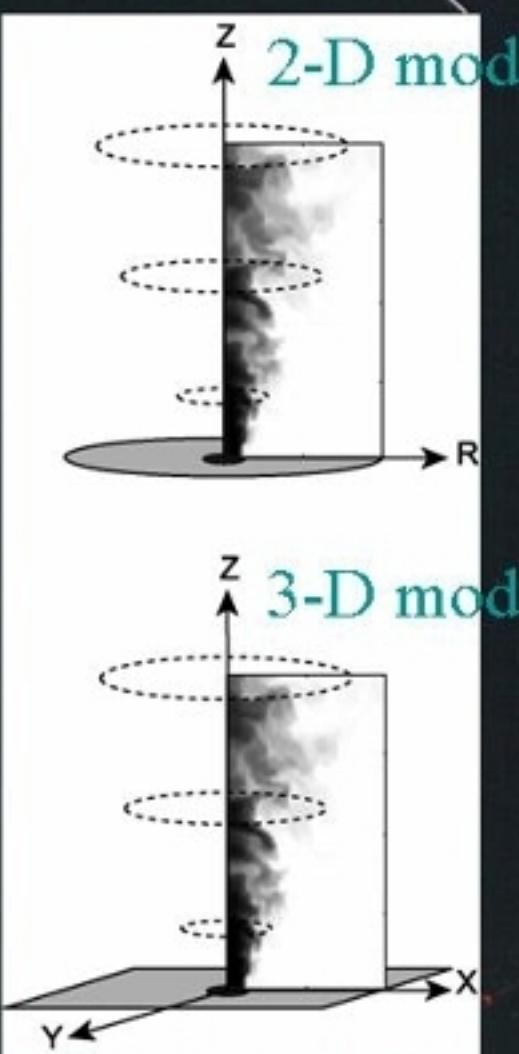
$$p = \rho R T$$

エネルギー式

$$de = C dT$$

$\rho$	: 密度
$t$	: 時間
$\mathbf{u}$	: 速度
$p$	: 壓力
$\mathbf{I}$	: 単位行列
$\mathbf{g}$	: 重力加速度
$e$	: エネルギー
$\xi$	: 噴出物の質量分率
$R$	: 気体定数
$T$	: 温度
$C$	: 定積比熱

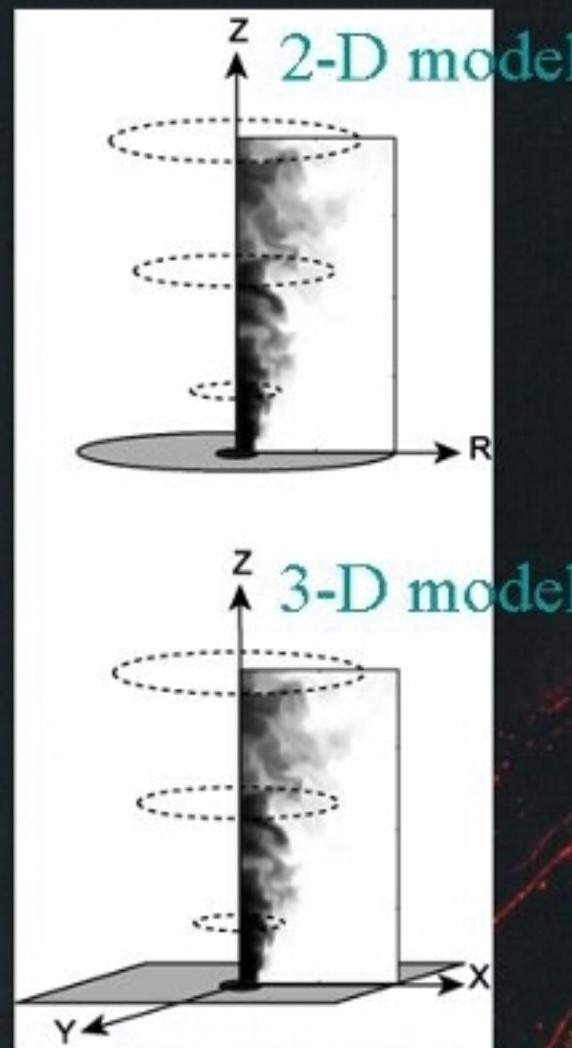
# 計算手法



- 座標系
  - 2-D : 軸対称
  - 3-D : デカルト座標
- グリッド形状  
Uniform rectangular grid
- 空間積分  
Roeスキーム
  - (TVDスキームの一種)
  - + MUSCLE法にてFluxの2次補完
- 時間積分  
Time Splitting Method

# 非定常噴煙モデルの構築

非定常噴煙モデル (高 $Re$ )



定常噴煙 (高 $Re$  + 定常)

噴煙高度  
火碎流の発生条件

密度変化

定常ジェット (高 $Re$  + 定常 + 均質)

- A. 自己相似性  
A1) 3次元性  
A2) 空間分解能

乱流混合

- B. 混合効率の $Re$ 非依存性

# 定常噴流の自己相似性

半径方向の拡大 $\propto$ 出口からの距離

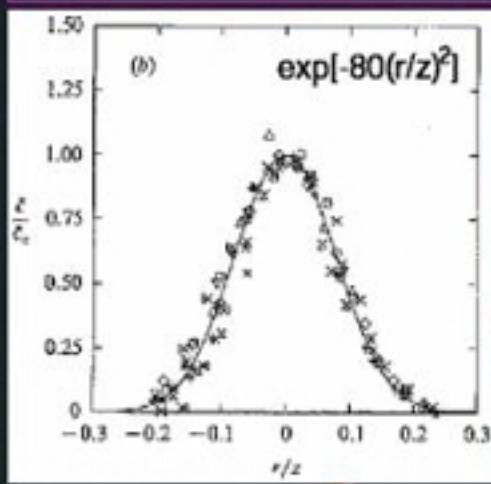


←水槽実験

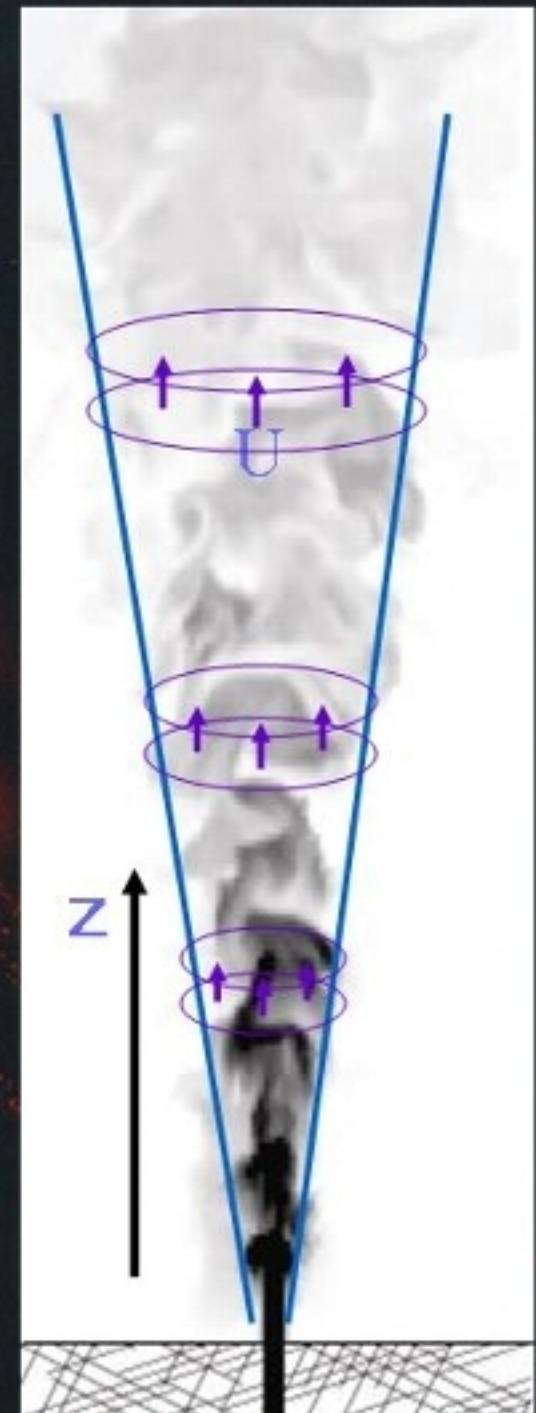


→カットエンジン実験→

[Dimotakis et al., 1983]



時間平均を取るとGaussian分布を取る  
[Papanicolaou & List, 1988]



単純な乱流ジェット(高 $Re$ +定常+均質)

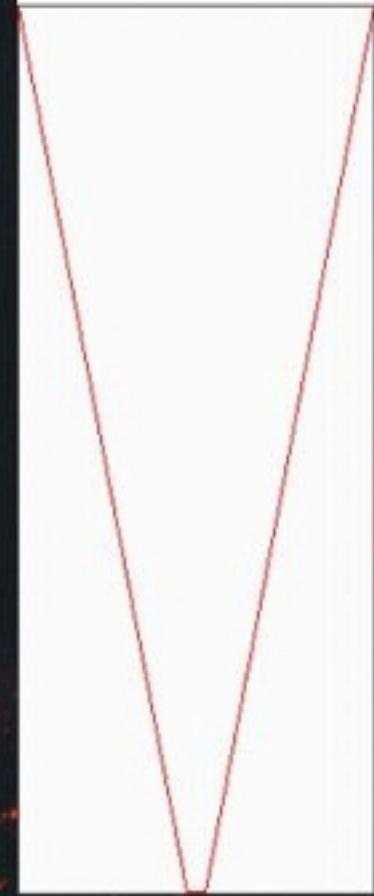
A1) 3次元性



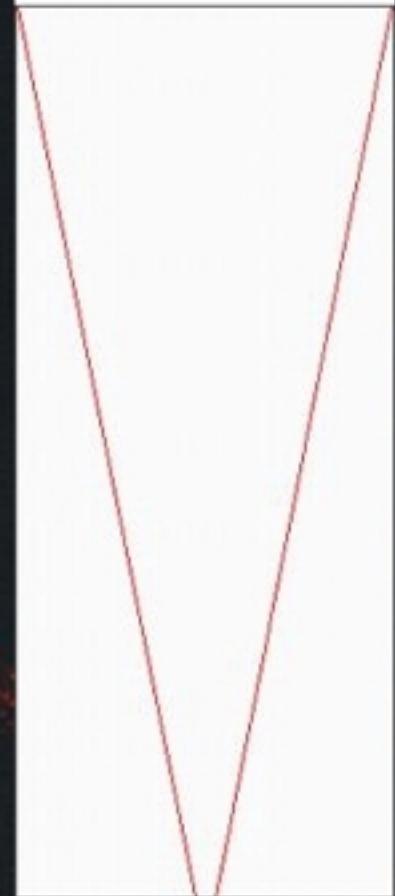
[Dimotakis et al., 1983]

室内実験

TIME = 0.0sec



TIME = 0.0sec



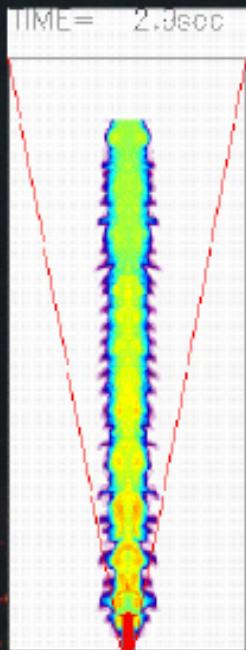
軸対称2次元

3次元

# 単純な乱流ジェット(高 $Re$ +定常+均質) A1) 3次元性

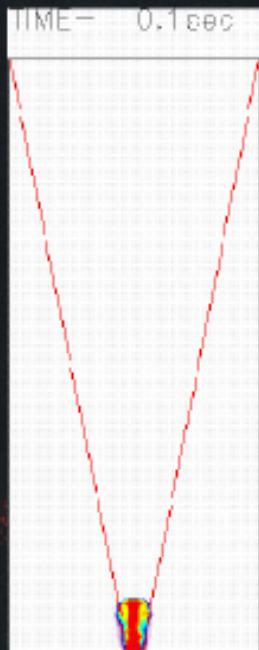


[Dimotakis et al., 1983]



室内実験

軸対称2次元



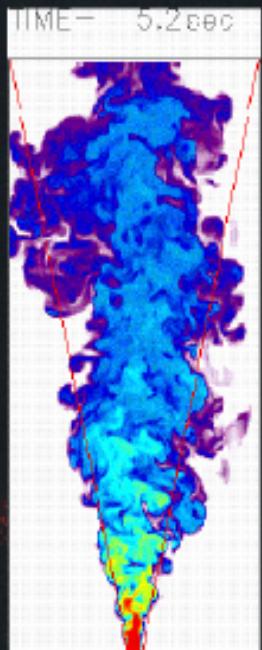
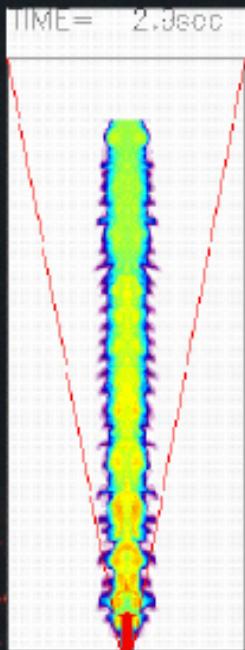
3次元

単純な乱流ジェット(高 $Re$ +定常+均質)

A1) 3次元性



[Dimotakis et al., 1983]



室内実験

軸対称2次元

3次元

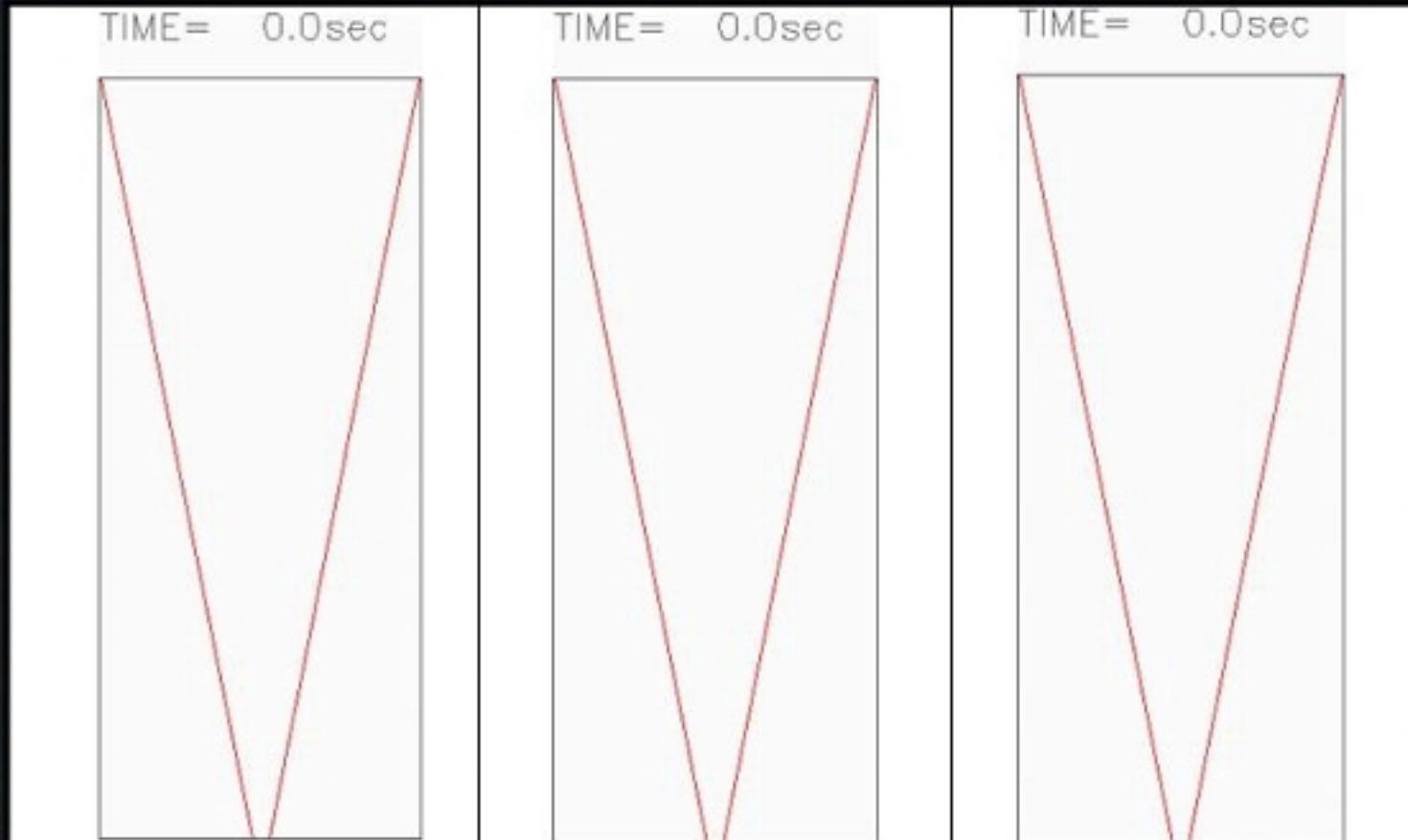
# 単純な乱流ジェット(高 $Re$ +定常+均質)

## A2) 空間分解能

3次元座標系



[Dimotakis et al., 1983]



スキーム精度

3次精度

1次精度

3次精度

グリッドサイズ

細かい ( $L/\Delta x=6$ )

細かい ( $L/\Delta x=6$ )

粗い ( $L/\Delta x=1$ )

$L$ : ノズル半径

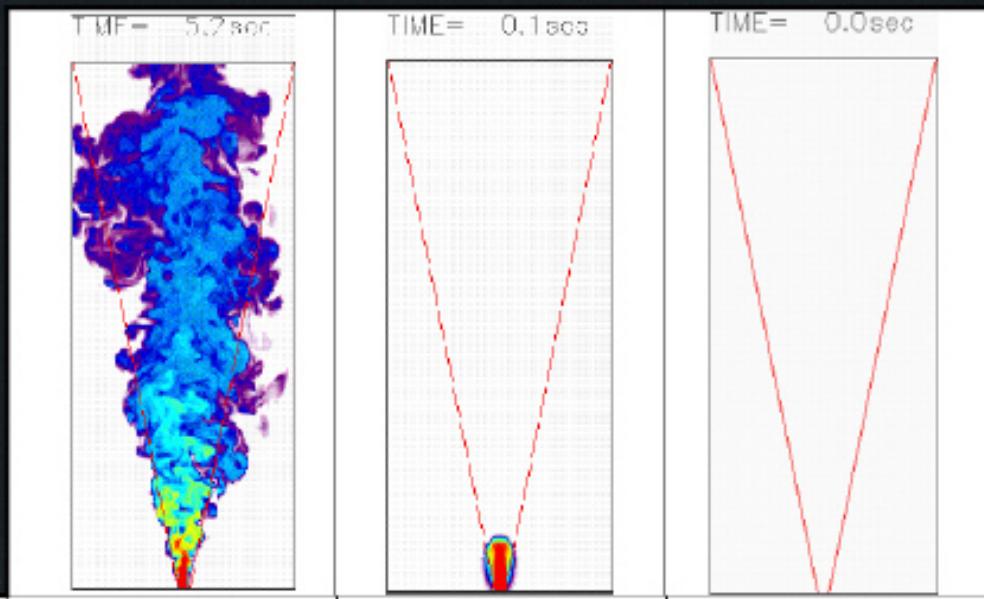
# 単純な乱流ジェット(高 $Re$ +定常+均質)

## A2) 空間分解能

3次元座標系



[Dimotakis et al., 1983]



スキーム精度

3次精度

1次精度

3次精度

グリッドサイズ

細かい ( $L/\Delta x=6$ )

細かい ( $L/\Delta x=6$ )

粗い ( $L/\Delta x=1$ )

$L:$  ノズル半径

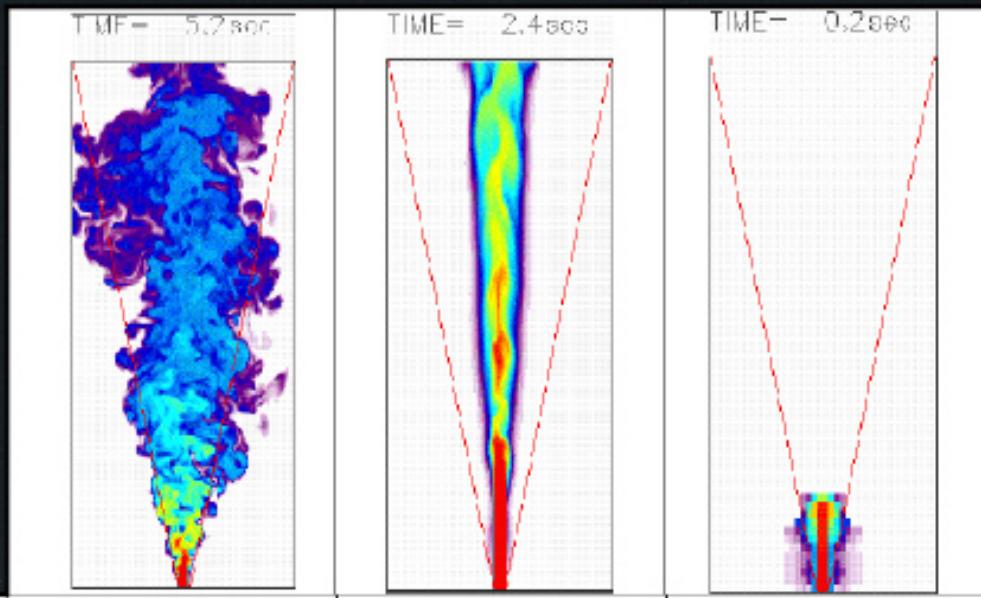
# 単純な乱流ジェット(高 $Re$ +定常+均質)

## A2) 空間分解能

3次元座標系



[Dimotakis et al., 1983]



スキーム精度

3次精度

1次精度

3次精度

グリッドサイズ

細かい ( $L/\Delta x=6$ )

細かい ( $L/\Delta x=6$ )

粗い ( $L/\Delta x=1$ )

L: ノズル半径

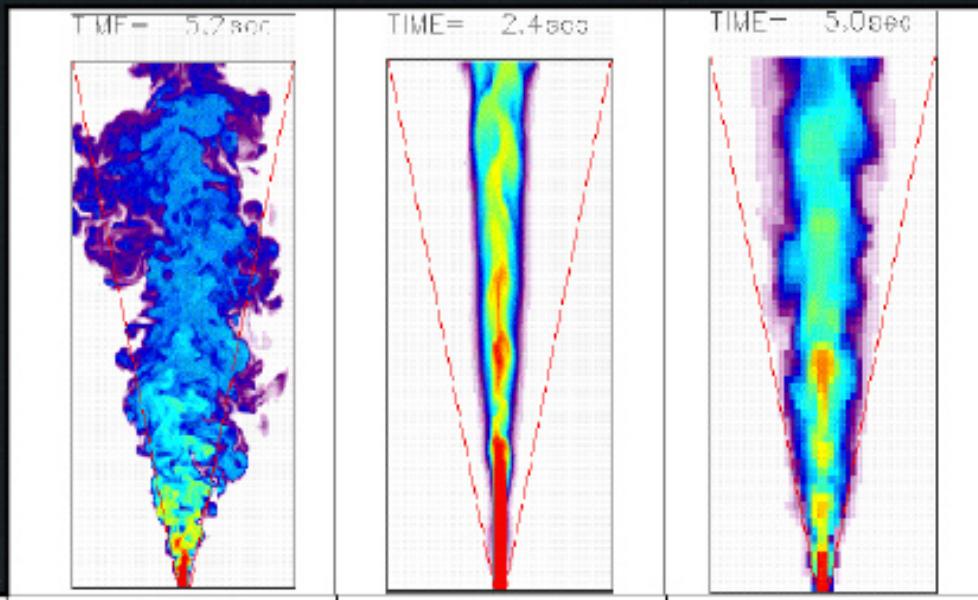
# 単純な乱流ジェット(高 $Re$ +定常+均質)

## A2) 空間分解能

3次元座標系



[Dimotakis et al., 1983]



スキーム精度

3次精度

1次精度

3次精度

グリッドサイズ

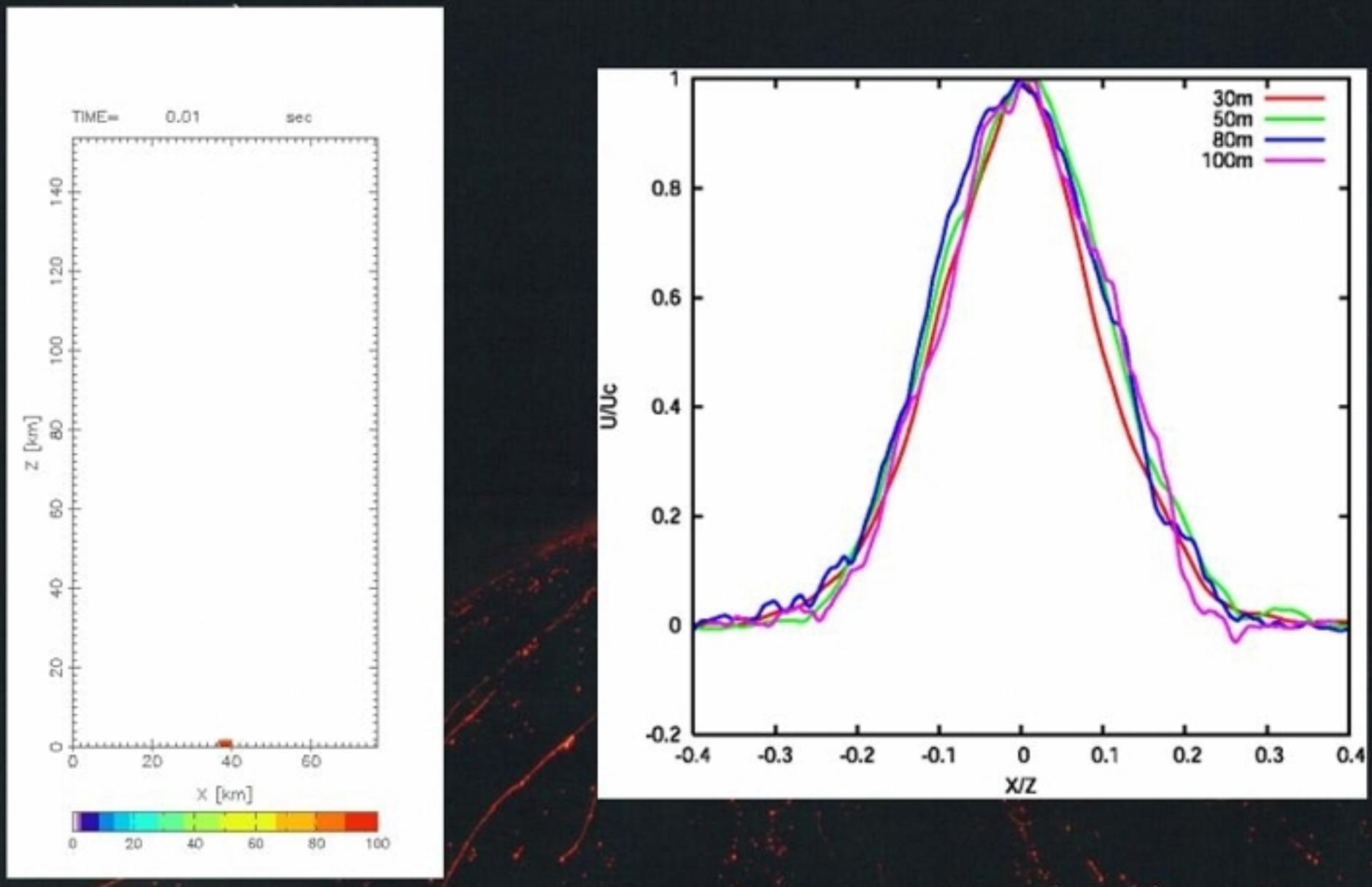
細かい ( $L/\Delta x=6$ )

細かい ( $L/\Delta x=6$ )

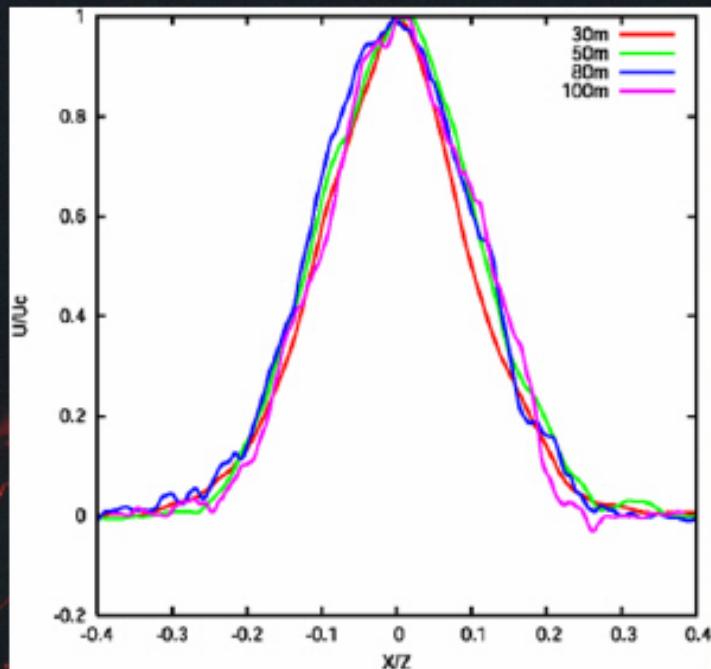
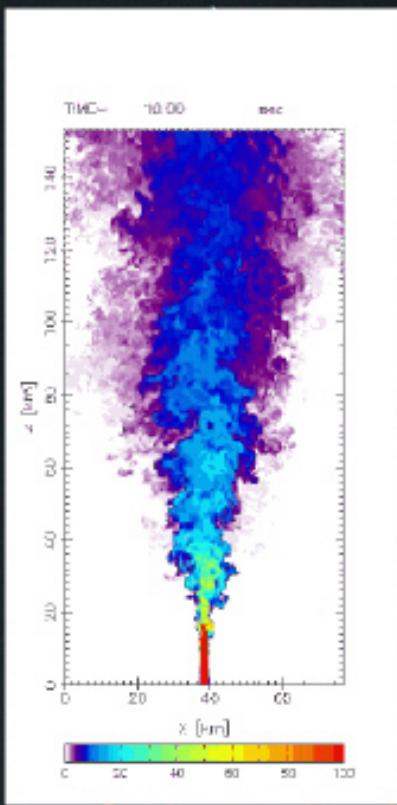
粗い ( $L/\Delta x=1$ )

$L$ : ノズル半径

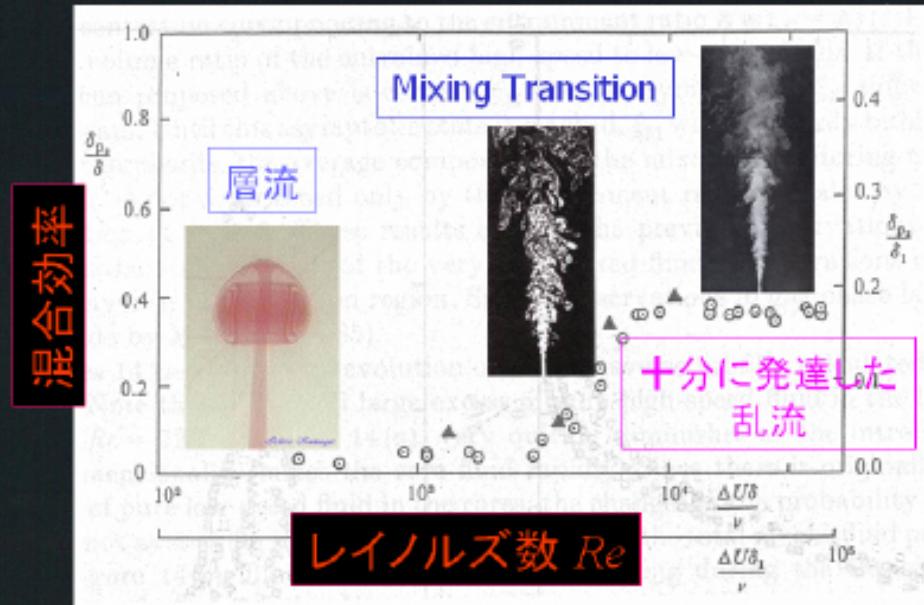
# Gaussian Profile



# Gaussian Profile

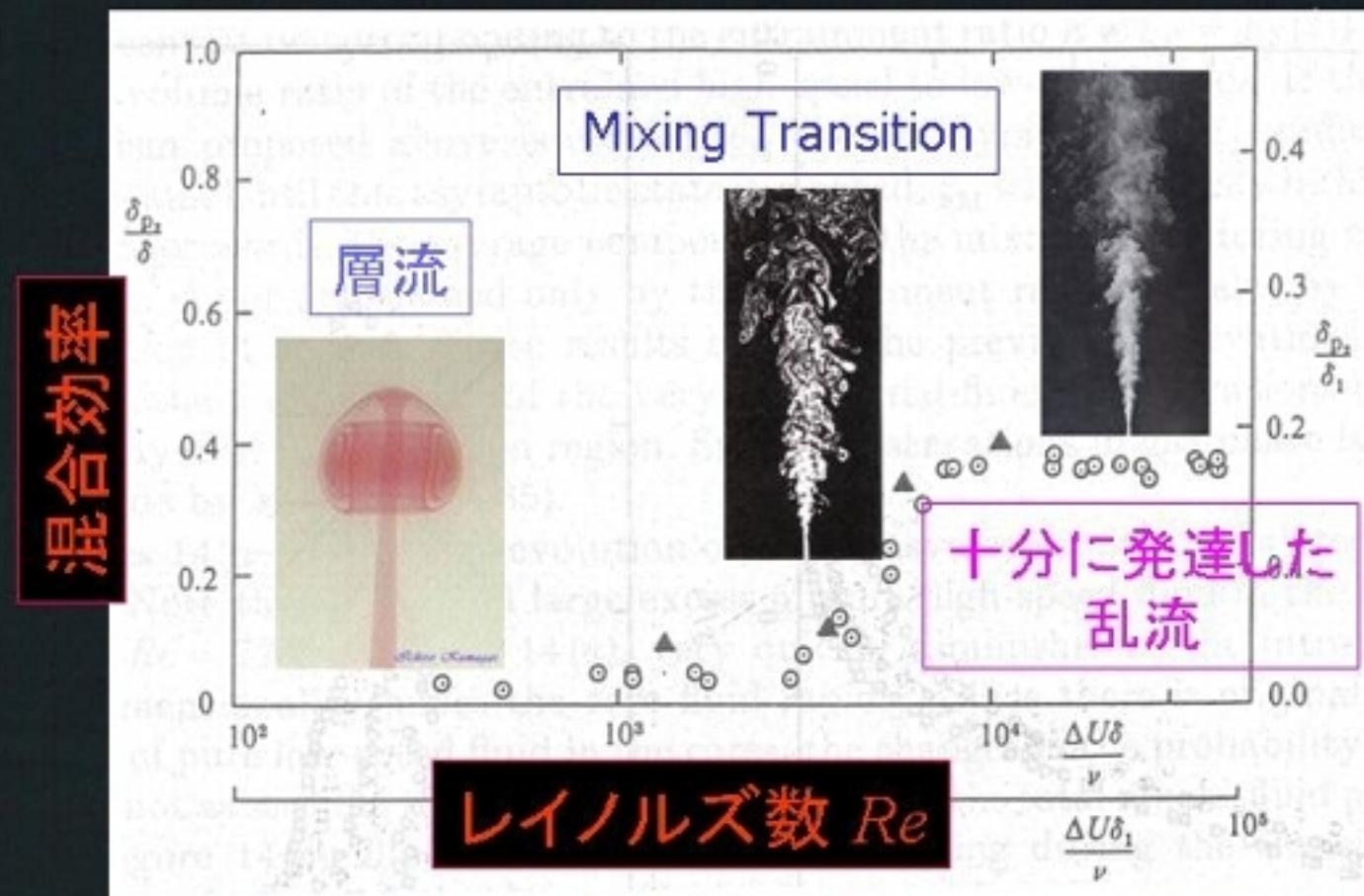


# 噴煙挙動を支配する要因1: 乱流混合



室内実験 [Koochesfahani & Dimotakis, 1986]

# 噴煙挙動を支配する要因1: 乱流混合



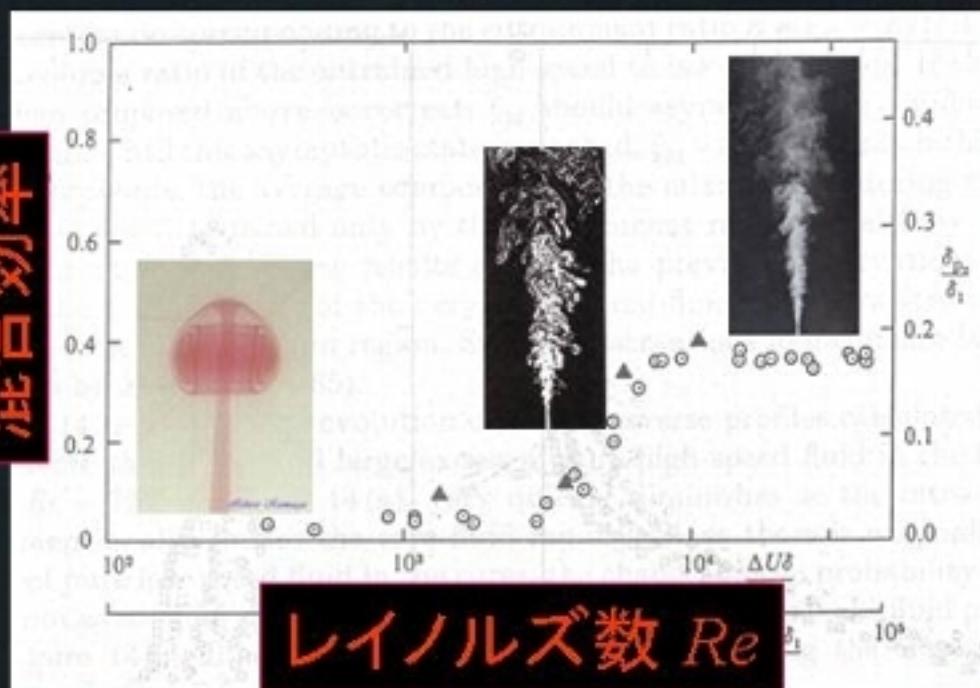
室内実験 [Koochesfahani & Dimotakis, 1986]

乱流が十分に発達すると、混合効率は  $Re$  に依存しない

□  $Re$  非依存性

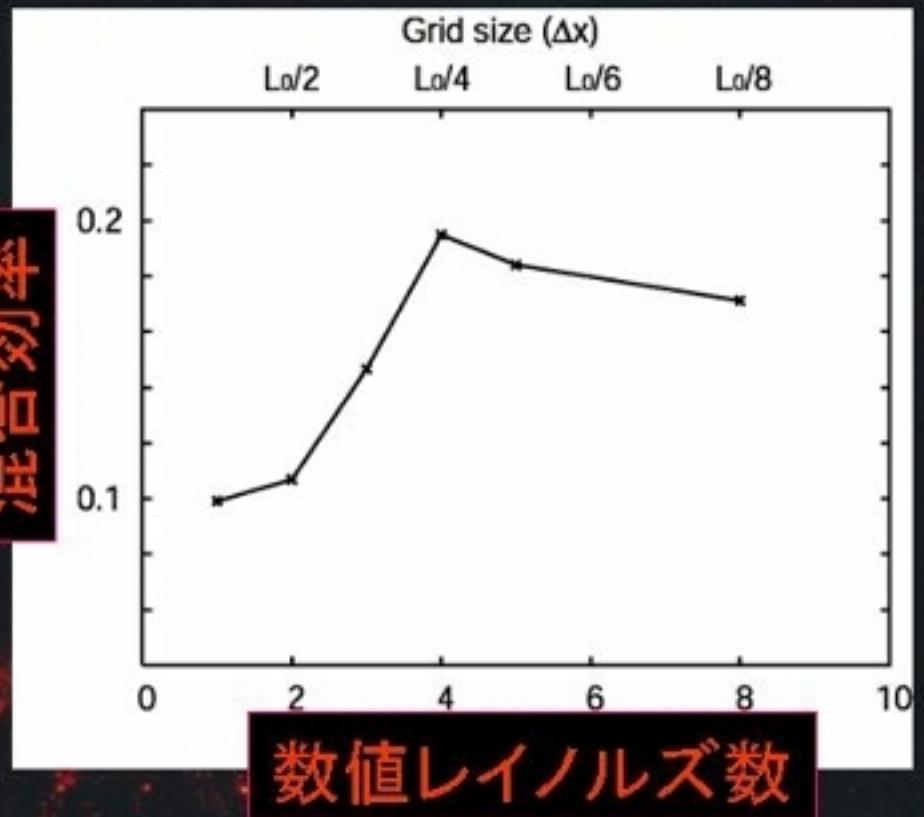
# Gaussian Profile

混合効率

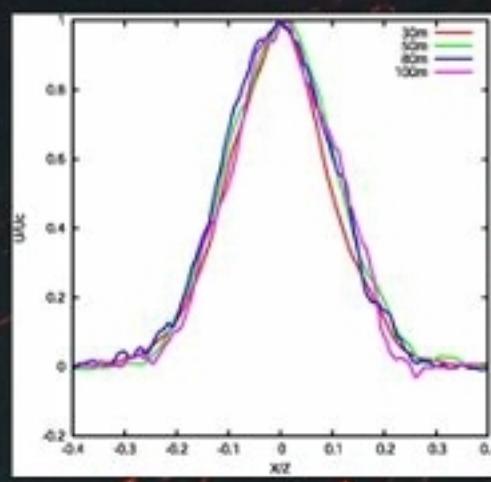
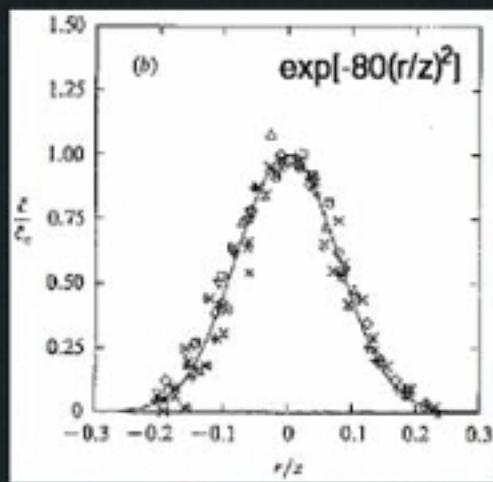


レイノルズ数  $Re$

混合効率

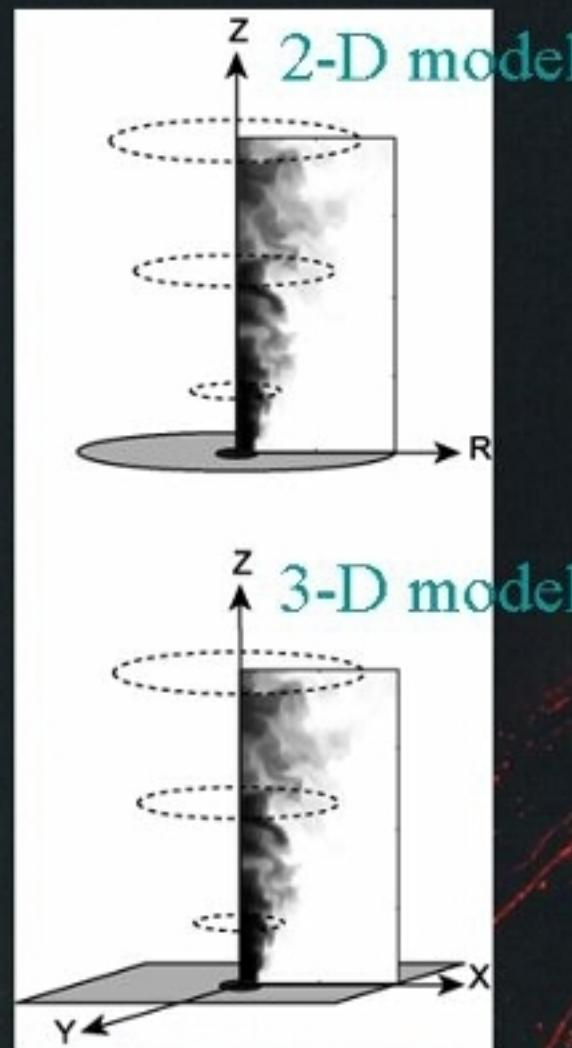


数値レイノルズ数



# 非定常噴煙モデルの構築

非定常噴煙モデル (高 $Re$ )



定常噴煙 (高 $Re$  + 定常)

噴煙高度  
火碎流の発生条件

密度変化

定常ジェット (高 $Re$  + 定常 + 均質)

- A. 自己相似性  
A1) 3次元性  
A2) 空間分解能

乱流混合

- B. 混合効率の $Re$ 非依存性

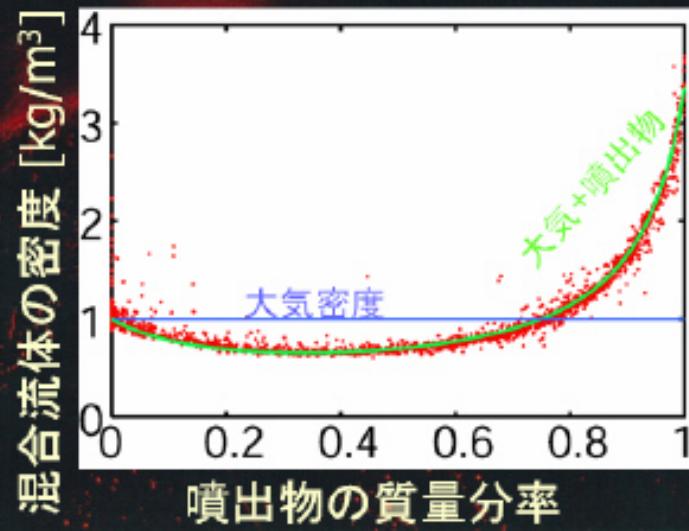
# 噴煙挙動を支配する要因2: 密度変化

## A. 変則的な密度変化

出たての噴出物: 密度大の火山灰多 → 噴出物の密度大

大気と混ざると...

噴出物: 高温 + 火山灰の熱容量大  
→ 取り込んだ空気を膨張  
→ 密度小



# 噴煙挙動を支配する要因2: 密度変化

## A. 変則的な密度変化

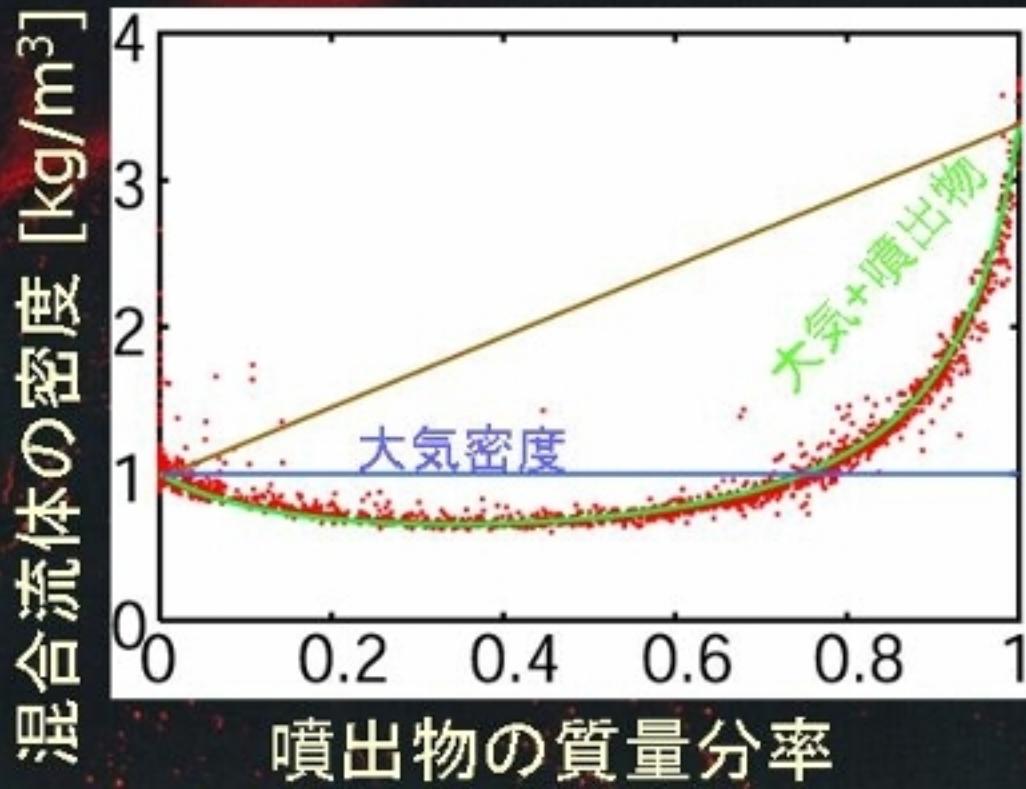
出たての噴出物: 密度大の火山灰多 → 噴出物の密度大

大気と混ざると...

噴出物: 高温 + 火山灰の熱容量大

→ 取り込んだ空気を膨張

→ 密度小

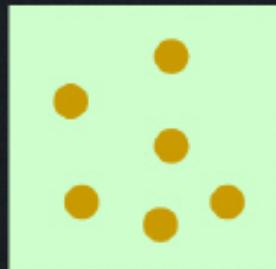


# A1. 噴出物の状態方程式

1 kgの火山ガス



1 kgの噴出物



$n_g$  kg

$n_s$  kg

体積

$$1/\rho_g$$

$$1/\rho$$

$$n_s/\rho_s$$

$$n_g/\rho_g$$

理想気体の状態方程式

$$PV = mR_g T$$

$$P = \frac{m}{V} R_g T = \rho_g R_g T$$

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{R_g T}{P}$$

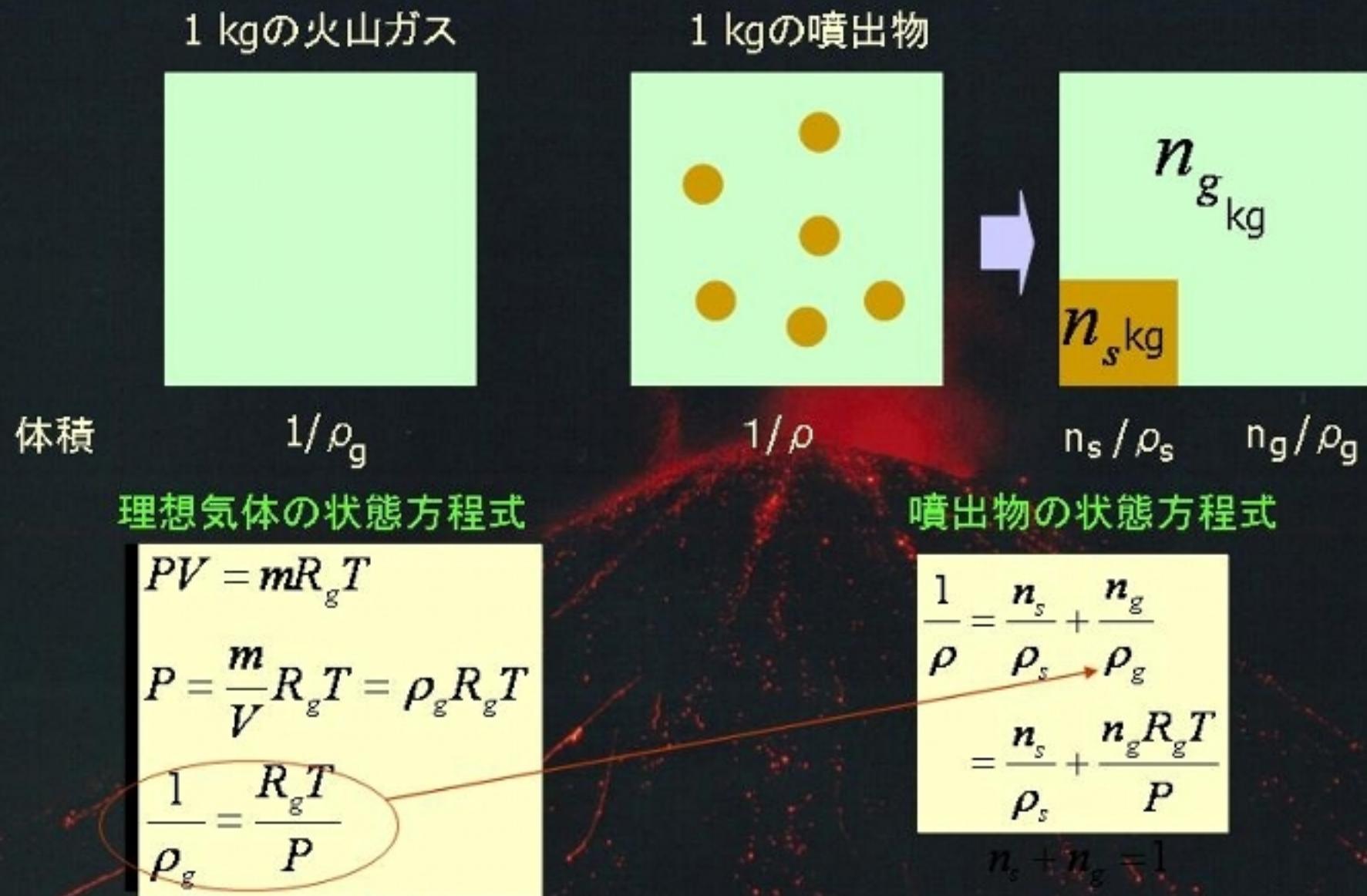
噴出物の状態方程式

$$\frac{1}{\rho} = \frac{n_s}{\rho_s} + \frac{n_g}{\rho_g}$$

$$= \frac{n_s}{\rho_s} + \frac{n_g R_g T}{P}$$

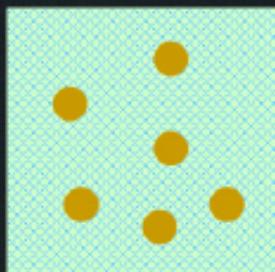
$$n_s + n_g = 1$$

# A1. 噴出物の状態方程式



# A2. 噴出物+空気の状態方程式

1 kgの噴出物+空気



$$\phi_g + \phi_a \text{ kg}$$

$$\phi_s \text{ kg}$$

体積

$$1/\rho$$

$$\phi_s/\rho_s$$

$$(\phi_g + \phi_s)/\rho_{g+a}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{\phi_g + \phi_a}{\rho_{g+a}}$$

$$= \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a)T}{P}$$

$$n_s + n_g = 1$$

噴出物: 空気 =  $\phi_s + \phi_g$ ;  $\phi_s = \xi_c : \xi_a$



火山灰: 火山ガス =  $n_s : n_g$

火山灰: 火山ガス: 空気 =  $\phi_g : \phi_a : \phi_s$   
 = (ア) : (イ) : (ウ)

$$P = P_g + P_a$$

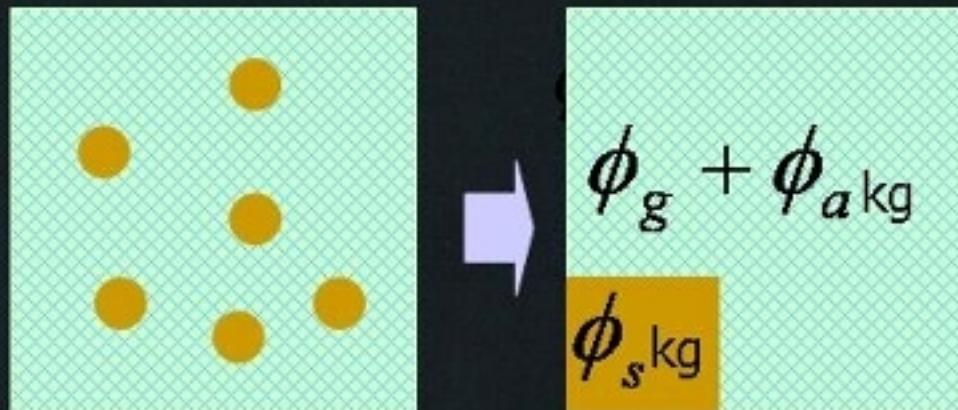
$$= \frac{\phi_g}{\phi_g + \phi_a} \rho_{g+a} R_g T + \frac{\phi_a}{\phi_g + \phi_a} \rho_{g+a} R_a T$$

$$= (\phi_g R_g + \phi_a R_a) \frac{\rho_{g+a}}{\phi_g + \phi_a} T$$

$$\frac{\phi_g + \phi_a}{\rho_{g+a}} = \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a)T}{P}$$

# A2. 噴出物+空気の状態方程式

1 kgの噴出物+空気



噴出物：空気 =  $\phi_s + \phi_g : \phi_a = \xi_c : \xi_a$

火山灰：火山ガス =  $n_s : n_g$

火山灰：火山ガス：空気 =  $\phi_s : \phi_g : \phi_a$   
 $= \underline{\text{ア}} : \underline{\text{イ}} : \underline{\text{ウ}}$

体積

$$1/\rho$$

$$\phi_s/\rho_s$$

$$(\phi_g + \phi_s)/\rho_{g+a}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{\phi_g + \phi_a}{\rho_{g+a}} \\ &= \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a) T}{P} \\ n_s + n_g &= 1 \end{aligned}$$

$$P = P_g + P_a$$

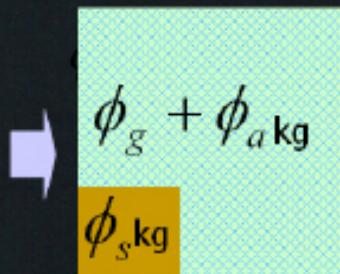
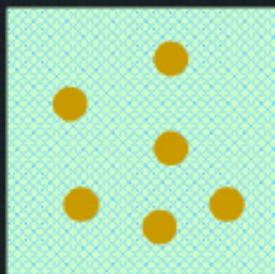
$$= \frac{\phi_g}{\phi_g + \phi_a} \rho_{g+a} R_g T + \frac{\phi_a}{\phi_g + \phi_a} \rho_{g+a} R_a T$$

$$= (\phi_g R_g + \phi_a R_a) \frac{\rho_{g+a}}{\phi_g + \phi_a} T$$

$$\frac{\phi_g + \phi_a}{\rho_{g+a}} = \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a) T}{P}$$

# A2. 噴出物+空気の状態方程式

1 kgの噴出物+空気



噴出物：空気 =  $\phi_s + \phi_g : \phi_a = \xi_c : \xi_a$

火山灰：火山ガス =  $n_s : n_g$

火山灰：火山ガス：空気 =  $\phi_s : \phi_g : \phi_a$   
 $= \xi_c n_s : \xi_c n_g : \xi_a$

体積

$$1/\rho$$

$$\phi_s/\rho_s$$

$$(\phi_g + \phi_s)/\rho_{g+a}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{\phi_g + \phi_a}{\rho_{g+a}}$$

$$= \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a)T}{P}$$

$$n_s + n_g = 1$$

$$P = P_g + P_a$$

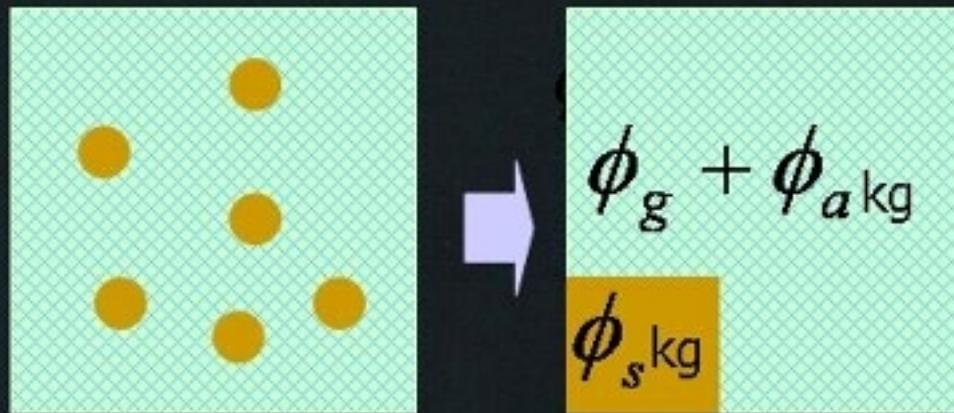
$$= \frac{\phi_g}{\phi_g + \phi_a} \rho_{g+a} R_g T + \frac{\phi_a}{\phi_g + \phi_a} \rho_{g+a} R_a T$$

$$= (\phi_g R_g + \phi_a R_a) \frac{\rho_{g+a}}{\phi_g + \phi_a} T$$

$$\frac{\phi_g + \phi_a}{\rho_{g+a}} = \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a)T}{P}$$

# A2. 噴出物+空気の状態方程式

1 kgの噴出物+空気



噴出物 : 空気 =  $\phi_s + \phi_g : \phi_a = \xi_c : \xi_a$

火山灰 : 火山ガス =  $n_s : n_g$

火山灰 : 火山ガス : 空気 =  $\phi_s : \phi_g : \phi_a = \xi_c n_s : \xi_c n_g : \xi_a$

体積

$$1/\rho$$

$$\phi_s/\rho_s$$

$$(\phi_g + \phi_s)/\rho_{g+a}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{\phi_g + \phi_a}{\rho_{g+a}}$$

$$= \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a) T}{P}$$

$$n_s + n_g = 1$$

$$P = P_g + P_a$$

$$= \frac{\phi_g}{\phi_g + \phi_a} \rho_{g+a} R_g T + \frac{\phi_a}{\phi_g + \phi_a} \rho_{g+a} R_a T$$

$$= (\phi_g R_g + \phi_a R_a) \frac{\rho_{g+a}}{\phi_g + \phi_a} T$$

$$\frac{\phi_g + \phi_a}{\rho_{g+a}} = \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a) T}{P}$$

# B1. エネルギー式

ある圧力Pの下で高温( $T_1$ )の噴煙と低温( $T_2$ )の空気が混ざるとする  
平衡時の温度を $T_3$ とする



$$\phi_s C_{p,s} dT_c + \phi_g C_{p,g} dT_c + \phi_a C_{p,a} dT_a = 0$$

$$(\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g}) dT_c = -\phi_a C_{p,a} dT_a$$

$$\int_{T_1}^{T_3} (\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g}) dT_c = - \int_{T_2}^{T_3} \phi_a C_{p,a} dT_a$$

$$de_s = C_{p,s} dT_c$$

$$de_g = C_{p,g} dT_c$$

$$de_a = C_{p,a} dT_a$$

$$T_3 = \frac{(\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g}) T_1 + \phi_a C_{p,a} T_2}{\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g} + \phi_a C_{p,a}}$$

# 状態方程式 + エネルギー式

状態方程式

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a) T_3}{P}$$

固体の体積 + 気体の体積  
(気体定数は火山ガスと空気を  
平均したもの)

$$\phi_s : \phi_g : \phi_a = 0.95 : 0.05 : 0.0$$

$$\rho_s = 2500 \text{ [kg/m³]}$$

$$T_3 = 10^3 \text{ [K]}$$

$$R_g = 460 \text{ [J/K kg]}$$

$$P = 10^5 \text{ [Pa]}$$

$$\text{右辺第一項} = 4 \times 10^{-4} \text{ [1/kg]}$$

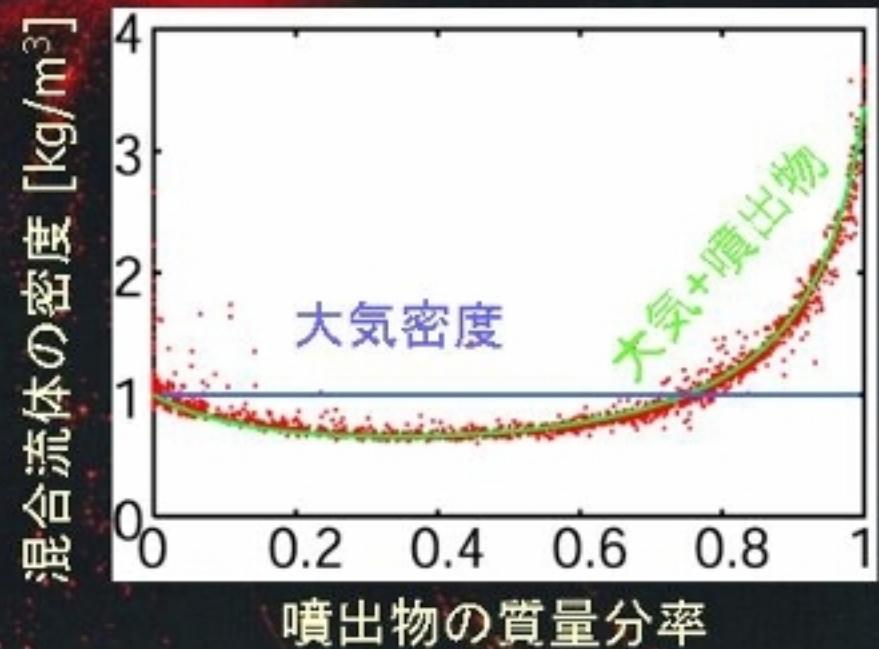
$$\text{右辺第二項} = 2 \times 10^{-2} \text{ [1/kg]}$$

エネルギー式

$$T_3 = \frac{(\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g}) T_1 + \phi_a C_{p,a} T_2}{(\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g}) + \phi_a C_{p,a}}$$

混合前のtotalの内部エネルギー  
平均した比熱

平均比熱: 火山灰+火山ガス+空気



# 状態方程式 + エネルギー式

状態方程式

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a) T_3}{P}$$

固体の体積 + 気体の体積  
(気体定数は火山ガスと空気を  
平均したもの)



$$p = \rho (\phi_g R_g + \phi_a R_a) T_3$$

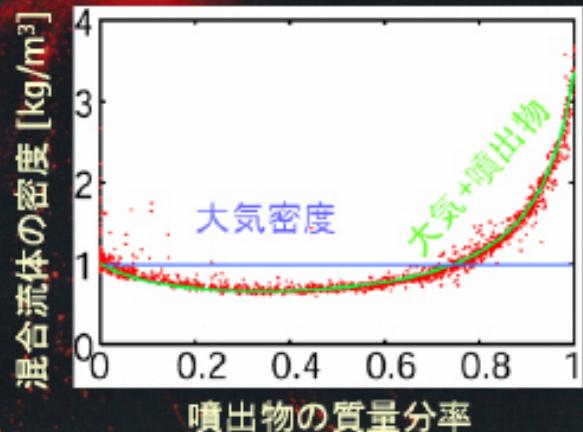
平均気体定数: 火山ガス + 空気

エネルギー式

$$T_3 = \frac{(\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g}) T_1 + \phi_a C_{p,a} T_2}{(\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g}) + \phi_a C_{p,a}}$$

混合前のtotalの内部エネルギー  
平均した比熱

平均比熱: 火山灰 + 火山ガス + 空気



# 状態方程式 + エネルギー式

状態方程式

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\phi_s}{\rho_s} + \frac{(\phi_g R_g + \phi_a R_a) T_3}{P}$$

固体の体積 + 気体の体積  
(気体定数は火山ガスと空気を  
平均したもの)



$$p = \rho (\phi_g R_g + \phi_a R_a) T_3$$

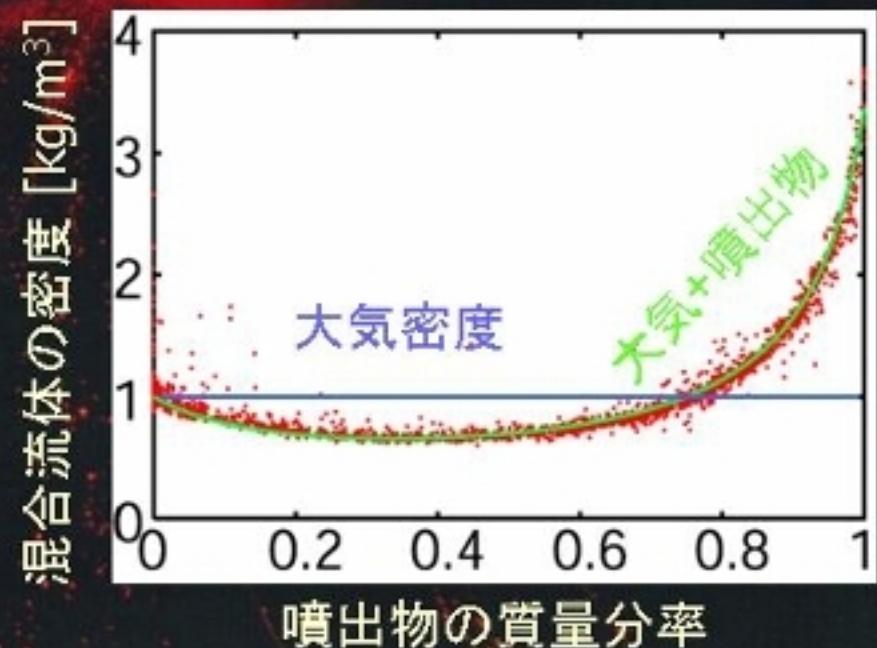
平均気体定数: 火山ガス + 空気

エネルギー式

$$T_3 = \frac{(\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g}) T_1 + \phi_a C_{p,a} T_2}{(\phi_s C_{p,s} + \phi_g C_{p,g}) + \phi_a C_{p,a}}$$

混合前のtotalの内部エネルギー  
平均した比熱

平均比熱: 火山灰 + 火山ガス + 空気



# 参考文献

- Dimotakis, P. E., Miake-Lye, R. C., Papantoniou, D. A., 1983: Structure and dynamics of round turbulent jets. *Physics of Fluids*, **26**, 3185-3192.
- Koochesfahani, M. M., and Dimotakis, P.E., 1986: Mixing and chemical reactions in a turbulent liquid mixing layer, *J. Fluid Mech.*, **170**, 83-112.
- Papanicolaou, P. N., List, E. J., 1988: Investigations of round vertical turbulent buoyant jets. *J. Fluid Mech.*, **195**, 341-391.
- Suzuki, Y.J., Koyaguchi, T., Ogawa, M., Hachisu, I., 2005: A numerical study of turbulent mixing in eruption clouds using a three-dimensional fluid dynamics model. *J. Geophys. Res.*, **110**, B08201,  
doi:10.1029/2004JB003460.