Development of a particle-based parallel code for mantle convection with the variable inertia method

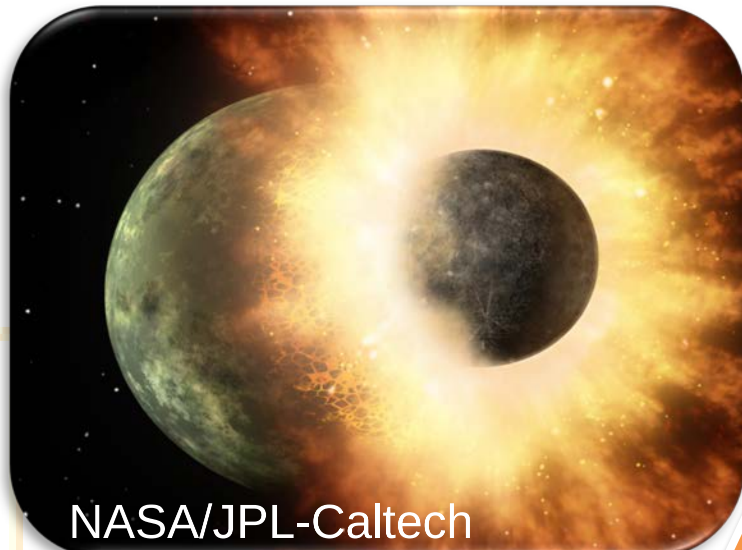
Takayuki Saitoh (ELSI/Titech)

Collaborators:

Natsuki Hosono (JAMSTEC), Kosuke Takeyama (JSOL),
Satoko Yamamoto (RIKEN), Daisuke Namekata (AICS RIKEN),
Junichiro Makino (Kobe Univ./AICS RIKEN),
Takaaki Takeda (VASA Entertainment/NAOJ)

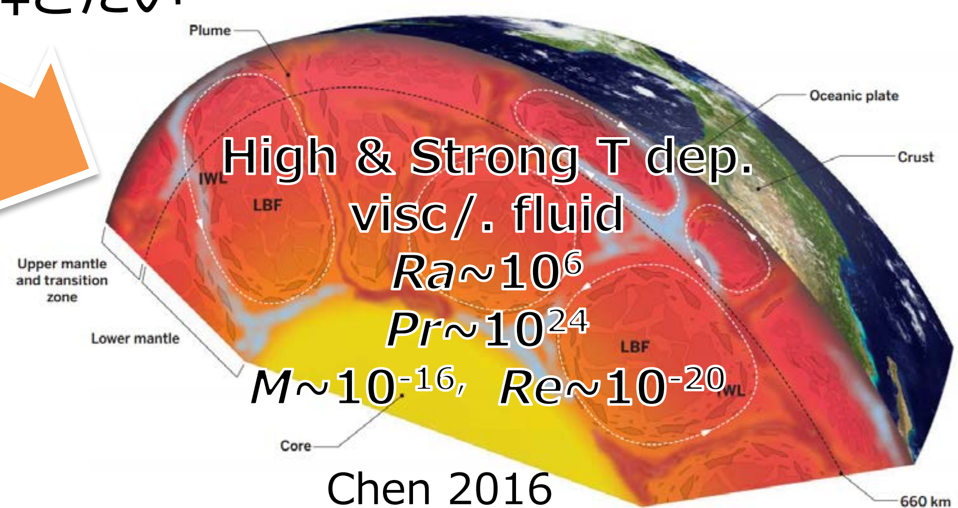
Toward global Earth simulation from GI

マントル対流は地球の熱史・地質的進化を司る基本的な機構



- 惑星形成は小天体同士の合体により進み、最終段階で**巨大衝突**を起こすと考えられている
- 地球史全体を理解するために、巨大衝突後からはじめて地球の50億年進化を解きたい

我々はラグランジュスキームの超並列コードを開発し、この問題に挑もうとしている

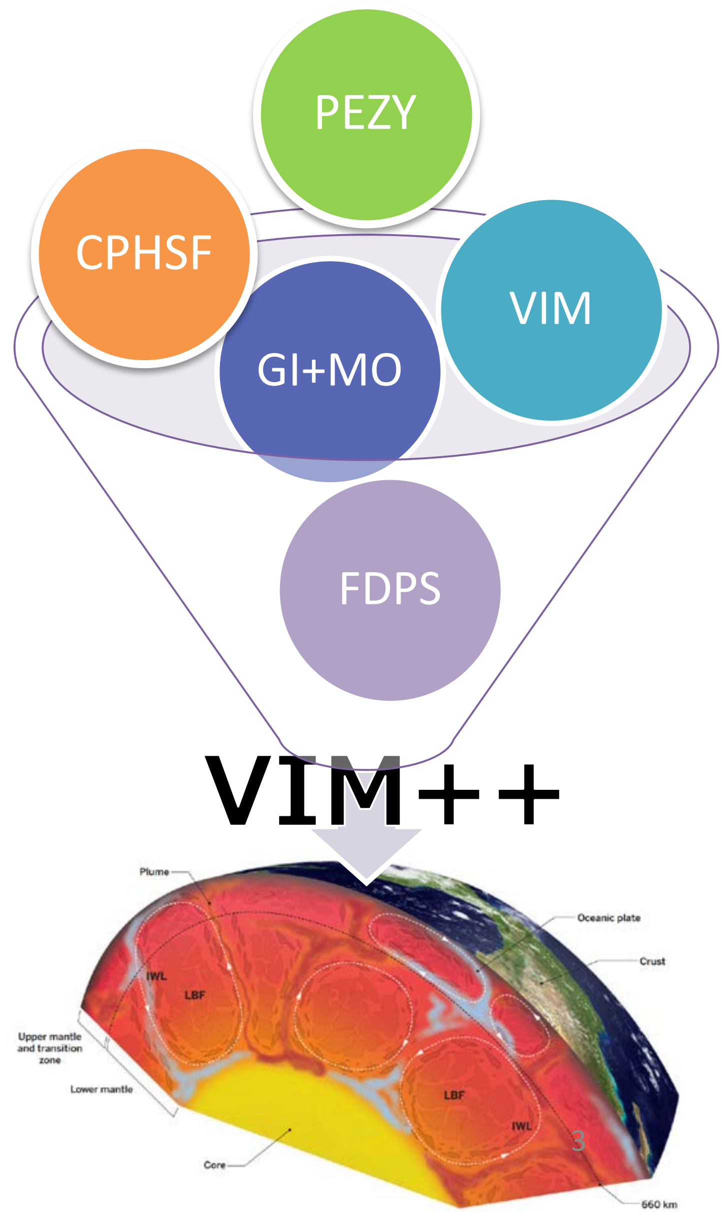


Chen 2016

Project VIM++

Since 2016

- ✓ マントル対流
  - ✓ Variable inertia method(VIM; Takeyama, Saitoh & Makino 2017)
- ✓ ジャイアントインパクト
  - ✓ GI with Non-ideal DISPH (Hosono, Saitoh, Makino+2013;2016)
  - ✓ GI with magma ocean (in prep. Hosono, Karato, Makino & Saitoh)
- ✓ 空間高精度流体スキーム (Yamamoto & Makino 2017)
- ✓ **Framework for developing particle simulator** (Iwasawa, Hosono Makino+2016)
- ✓ **Heterogeneous supercomputer Gyoukou PEZY-SC2**



Mantle Convection eq.

- 基礎方程式

$$\frac{1}{Pr}\rho\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -Ra\frac{\rho-\rho_s}{\lambda\Delta T}\boldsymbol{e}_z - \nabla p + \nabla\cdot\Pi$$

Inertia =0 Buoyancy = Viscosity

- Pr~10^{24}
  - Inertia term = 0
  - (拡張)ブジネスク & 非圧縮近似
  - 陰的解法 or イテレーション

Mantle Convection eq.

- 基礎方程式

$$\underbrace{\frac{1}{Pr}\rho\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}}_{\text{Inertia}=0} = \underbrace{-Ra\frac{\rho-\rho_s}{\lambda\Delta T}\boldsymbol{e}_z}_{\text{Buoyancy}} - \nabla p + \underbrace{\nabla\cdot\Pi}_{\text{Viscosity}}$$

Inertia=0 Buoyancy = Viscosity

- 従来の方法の困難な点
  - (陰)大規模行列反転➔大通信➔×超並列計算
  - (陰/イ)強い温度依存性を持つ粘性➔多数回のイテレーション

陽解法?

非常に厳しい CFL 条件 (M~10^{-16})

Solution:
Reduced Sound Speed Technique

- RSST は太陽対流層のシミュレーションのために開発された(Rempel 2005 ; 堀田さん講演)
  - 音速を抑制することでマッハ数を上げる ; 従来の音速無限大の近似の逆
    - M~10^{-4}(Cs~100km/s and v~10m/s)→1
  - 放物型方程式を大きな時間刻み幅で
  - High reso. runs (Hotta et al. 2012,2014,・・・)
- マントル対流では ***Ra*** を変えないようにして、***Pr***, ***M***, ***Re*** の三つのパラメータを変える
- **Note:**慣性質量を変化させるだけなら *Paliakov et al. 1994*

Variable Inertia Method
(慣性変化法)

$$\xi \times \rho \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\nabla p + \rho \boldsymbol{g} + \frac{\phi}{\chi} \cdot \Pi$$

$$\rho c_{\mathrm{p}} \frac{dT}{dt} - \phi \alpha T \frac{dp}{dt} = \nabla \cdot (\chi k \nabla T) + \frac{\phi}{\chi} (\nabla \cdot \Pi) \cdot \boldsymbol{v}$$

- ξ, ϕ, χ によって ***Ra*** を変えずに ***Pr***, ***M***, ***Re*** を変化させる
- 慣性項が十分小さいため、ξ をかけても浮力と粘性が釣り合って進化するという点は変わらない

Non-dimensional numbers

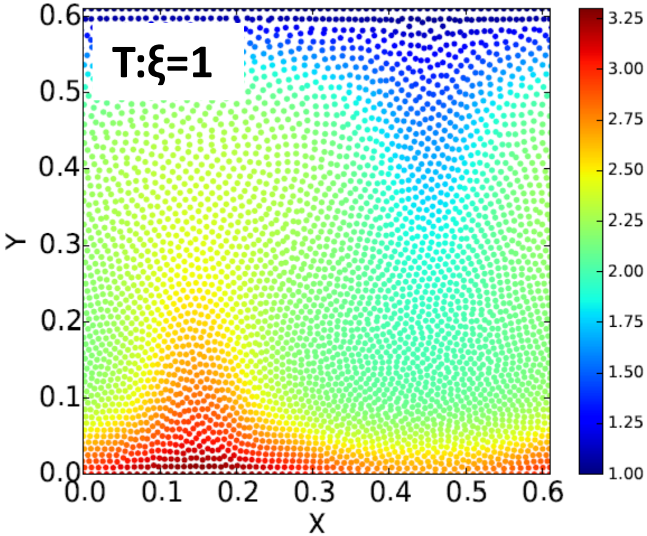
$$Pr = \frac{\nu_r}{\kappa_r},$$ 10^{24} $$Pr' = \frac{\phi}{\xi\chi^2}\frac{\nu_r}{\kappa_r} = \frac{\phi}{\xi\chi^2}Pr,$$ >10

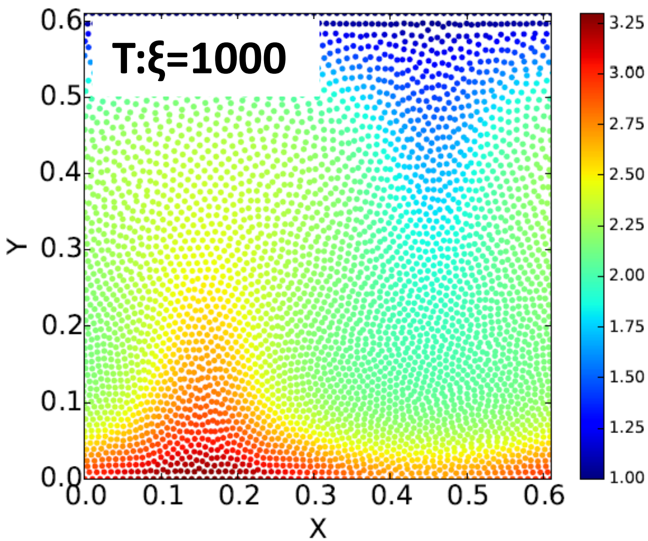
$$Ra = \frac{\alpha_r \Delta T_r g_r b^3}{\kappa_r \nu_r},$$ 10^6 $$Ra' = \frac{\alpha_r \Delta T_r g_r b^3}{\kappa_r \nu_r} = Ra,$$

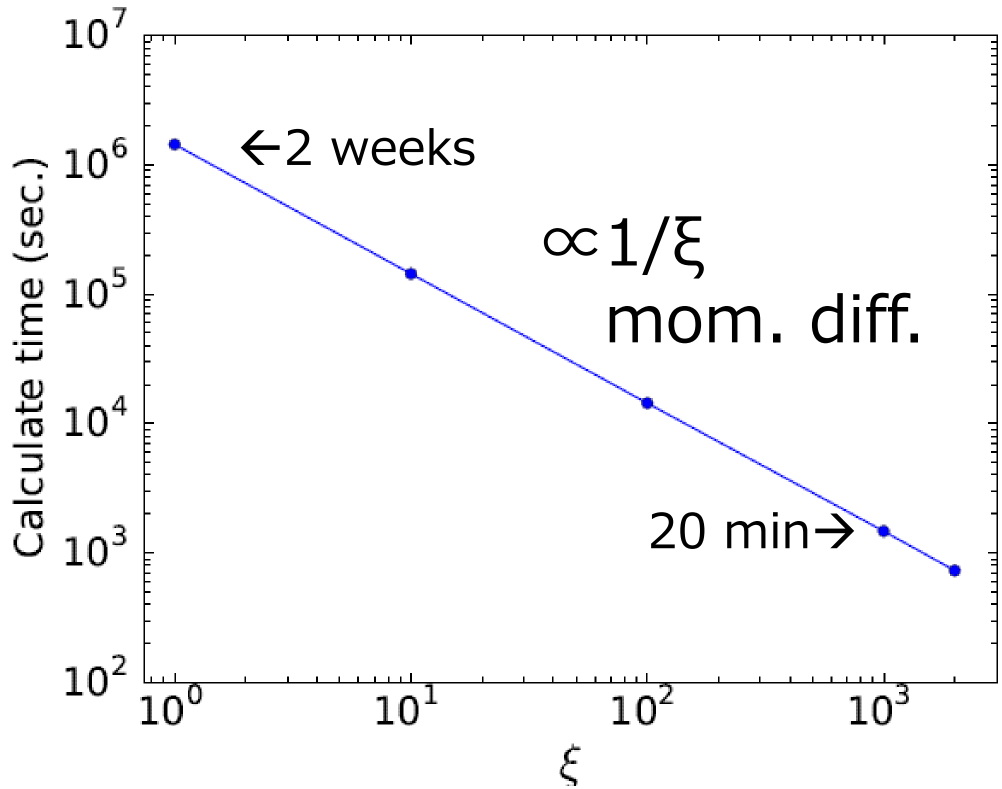
$$Re = \frac{\upsilon_r b}{\nu_r},$$ 10^{-20} $$Re' = \frac{\xi\chi}{\phi}\frac{\upsilon_r b}{\nu_r} = \frac{\xi\chi}{\phi}Re,$$ <1

$$M = \frac{\upsilon_r}{c_{s_r}},$$ 10^{-12} $$M' = \sqrt{\xi}\chi\frac{\upsilon_r}{c_{s_r}} = \sqrt{\xi}\chi M.$$ <1

Convection (Ra=10^5) with VIM



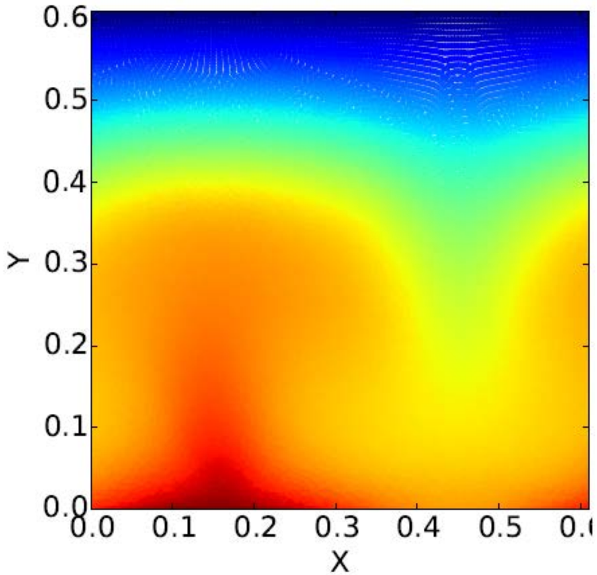




Ra = 10^5

Takeyama, Saitoh & Makino 2017

Convection (Ra=10^5) with VIM

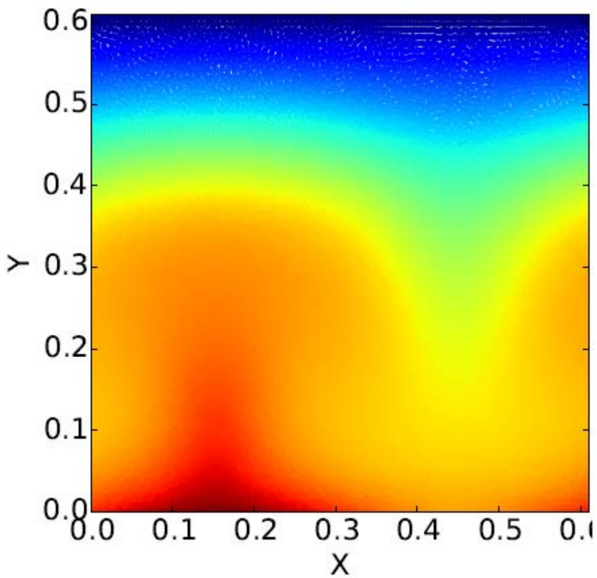


- 温度依存粘性

  $-\mu = \mu_0 \exp(-\beta(T - T_T))$

- 粘性差上下で10^5倍
- 上： $\xi = \mathrm{const}$
- 下：

  $$\xi = \xi_0 \exp\left(-\beta(T - T_T)\right)$$



Takeyama, Saitoh & Makino 2017

VIM++
=Parallel implementation of VIM

- **FDPS** は並列粒子系シミュレーション用C++テンプレート
- ユーザ定義相互作用を超並列でお手軽に
- **VIM** を **FDPS** で並列化

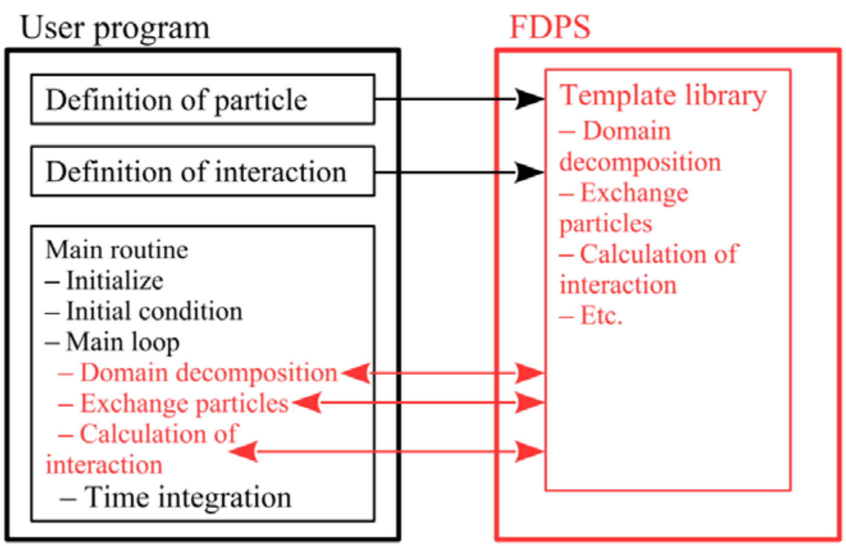
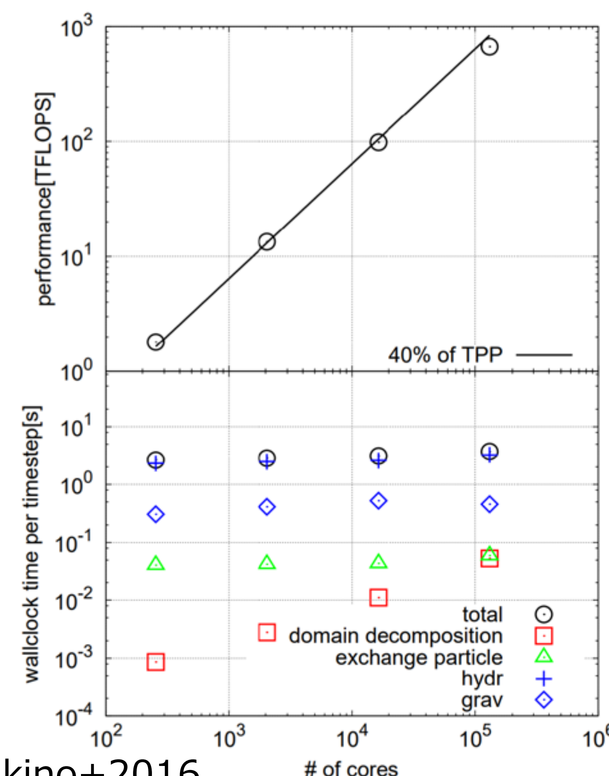


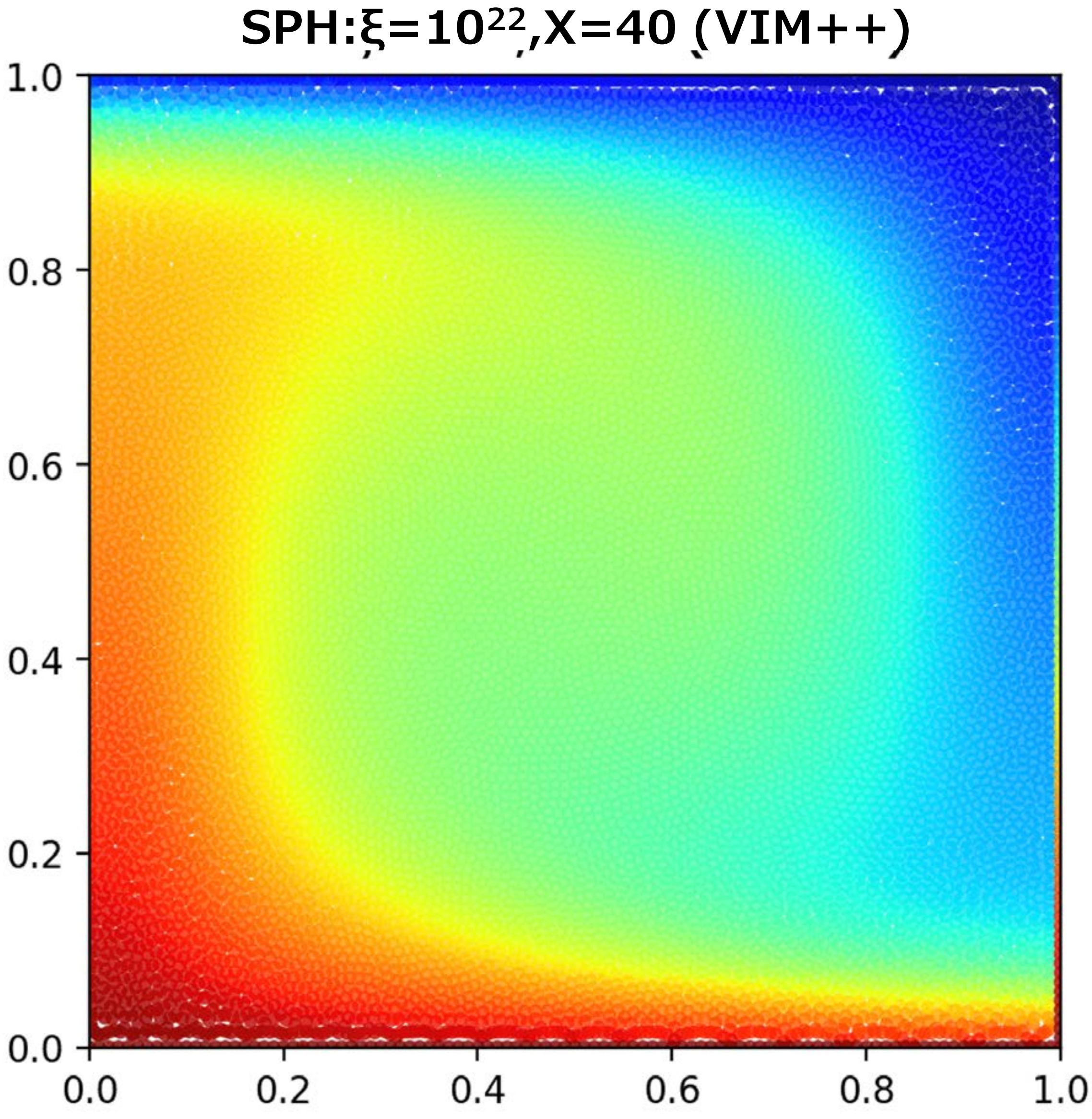
Fig. 1. Basic concept of FDPS. The user program gives the definitions of particle and interaction to FDPS, and calls FDPS APIs. (Color online)

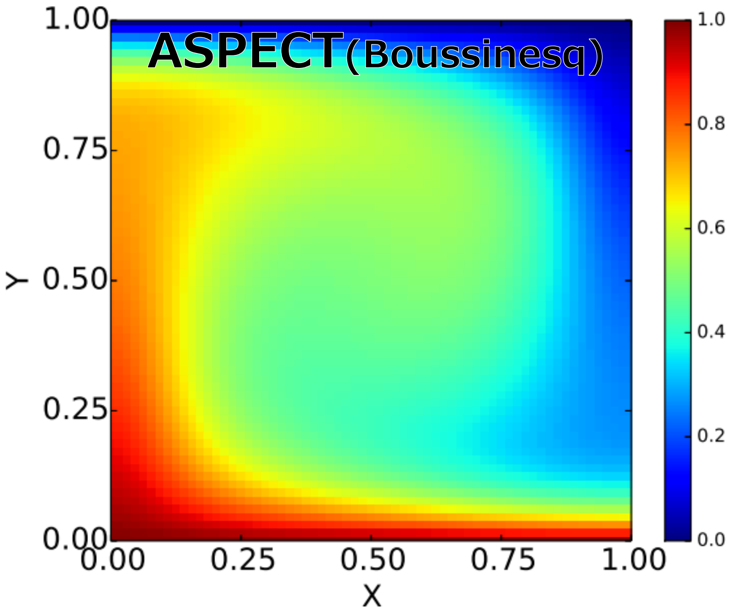


Iwasawa, Hosono, Makino+2016

Blankenbach test

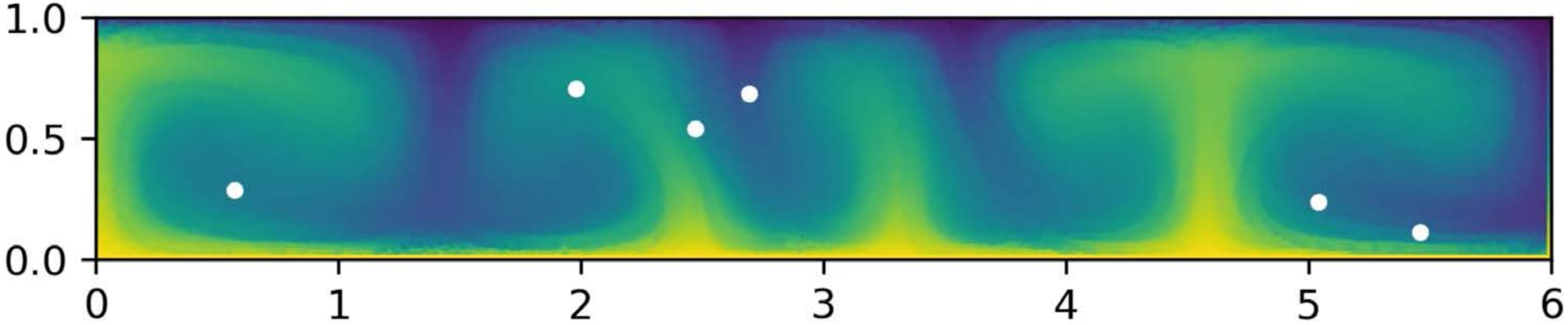
Case 1a
Ra = 10^4,
Pr = 2.5×10^{25}





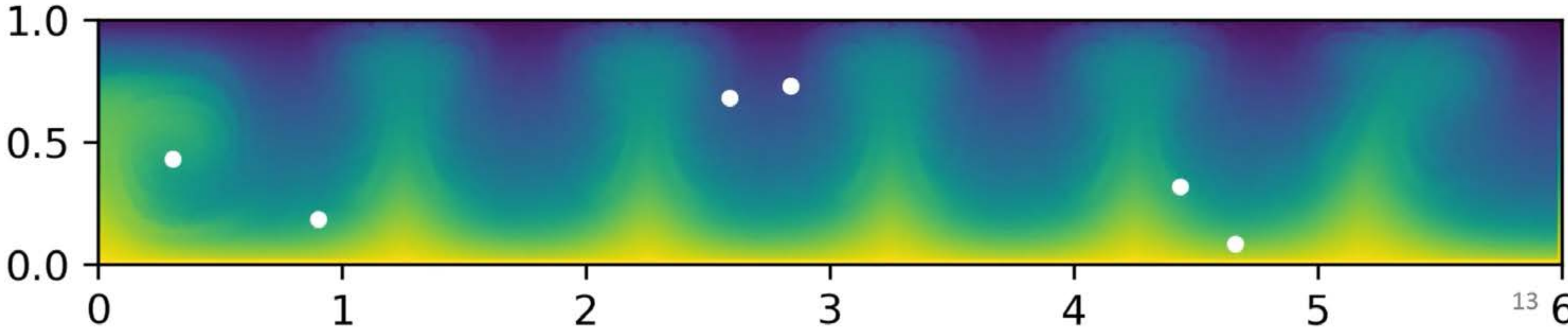
N=100x100

Blankenbach "Long"



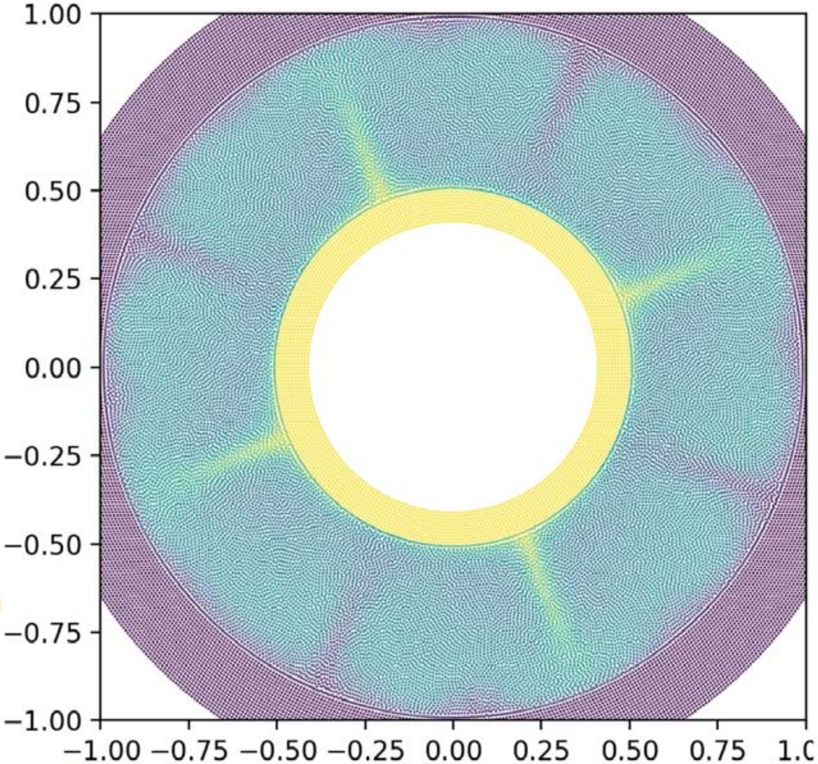
$Ra_{top} = 10^4$
$\xi = 10^{24}, X = 1$
Variable viscosity (1000倍)

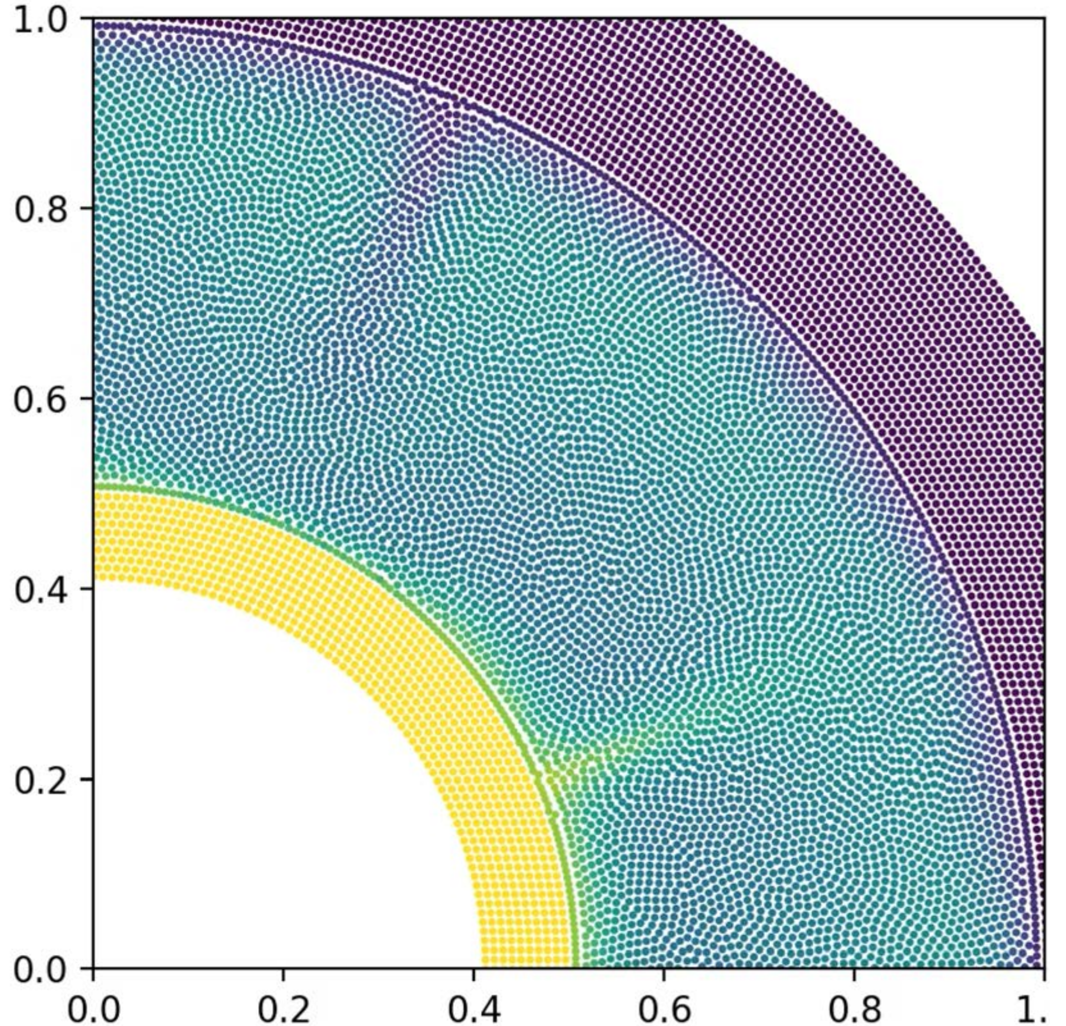
$Ra = 10^4$
$\xi = 10^{22}, X = 40$
Constant viscosity



N=100x600

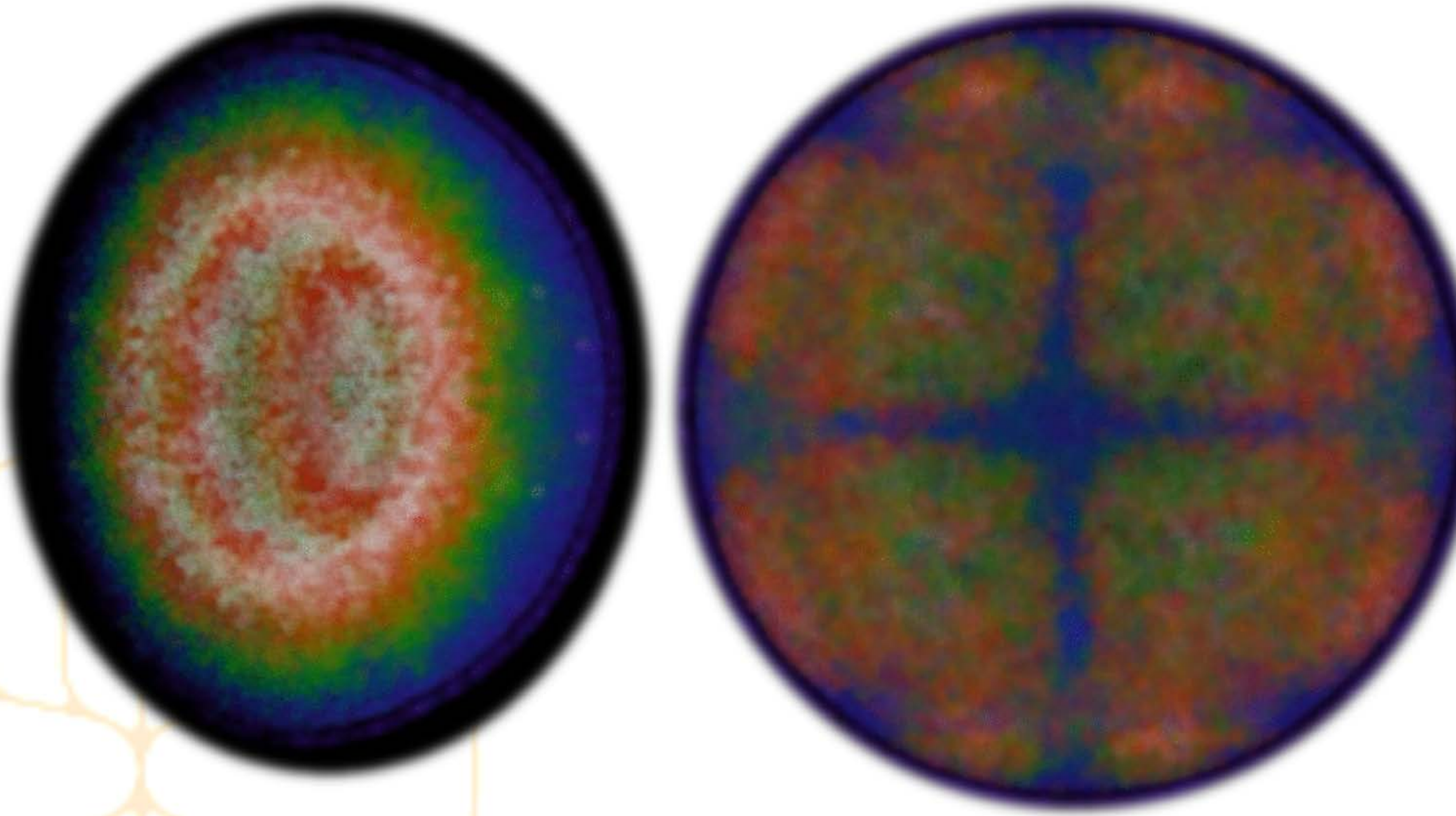
Blankenbach “Ring”





粒子系なので形状に対して
特段の困難なし
中心特異点もなし

N=43000

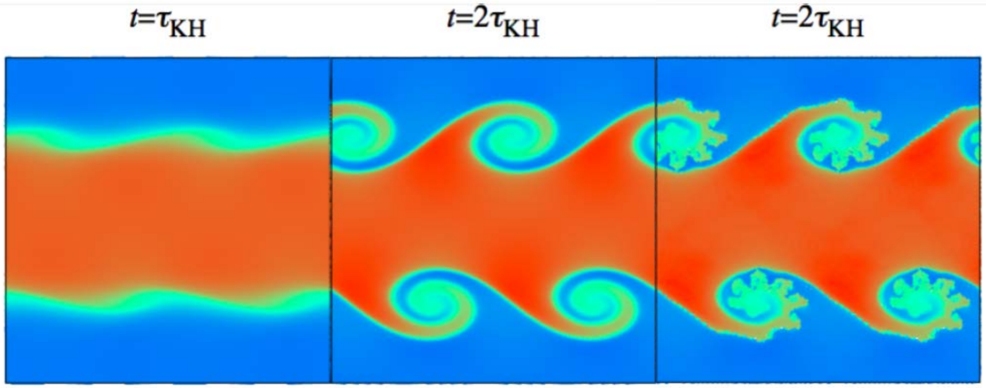


$Ra=10^5,\ \xi=10^{22},\ \chi=40$

N~130000

高精度流体スキームへ

- マントルの膨張率は $10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$ (Schubert et al. 2001) と非常に小さい
- このような微妙な膨張を SPH で扱うには大量の近傍粒子が必要(**結晶化問題**：竹山修論)
- **CPHSF** (Yamamoto & Makino 2017)は、任意空間精度実現可能なラグランジュスキーム
➔**VIM++**への導入試験中



CPHSF 2nd order 4th order
Yamamoto & Makino 2017

将来的にコアの扱いも視野に

まとめ

- ジャイアントインパクトからの地球の進化の長時間シミュレーションのための並列プログラム **VIM++** を開発した
- Blankenbachベンチマークの結果を再現
- 今後さらにいくつかコミュニティーベンチマーク(e.g., Tosi et al. 2015)をクリアして、実際の問題への応用を
- この段階でコードをオープンソースにしたい